

近代物理实验讲义

主编：夏海瑞 徐建强

编著：胡连军 李茂奎 孙尚倩 高成勇 刘凤芹

山东大学物理学院

2018年8月修订

前 言

物理学是一门实验科学，实验是打开科学大门的钥匙，物理规律的发现和发展是建立在对客观自然现象的观察和研究基础上，并以实验结果作为检验理论正确与否的标准；同时，重要的物理实验常常也是新的科学技术生长点。近代物理实验是在普通物理实验和电子学实验基础上的一门综合性、技术性较强的基础实验课程。前二者主要是基本实验技能的学习和实验素质的培养，选题常以基本物理规律的实验验证为主；后者着重综合实验能力的培养和提高，实验内容的整体性较强，仪器设备也较复杂、昂贵。

近代物理实验的教学大纲涉及了物理学的八个二级学科（理论物理、粒子物理与原子核物理、原子与分子物理、等离子体物理、凝聚态物理、声学、光学、无线电物理）和现代物理的至少十大测量技术（主要指真空测量技术、X光测量技术、光谱测量技术、微波测量技术、磁共振测量技术、高能物理和核物理测量及防护技术、近代电子学测量技术—弱信号测量和计算机技术、显微测量和成像技术、极端物理条件实验技术、传感器技术等）及误差理论。实验内容相对较多、较复杂，理论深度和跨度也较大，实验的技术含量也较高。许多选题是诺贝尔物理奖项目，其中不少大作的物理思想影响深远，极具经典性。

考虑到本院的学科设置和本科招生专业具体情况，也顾及到实验室中现有仪器设备的复杂、难易程度，我们将从教学大纲中选出的题目分为四个部分，对于微电子学和应用物理学专业的学生主要从第一、二、四单元中选择自己感兴趣的题目，对于物理基地班的学生、特别是今后愿意致力于凝聚态物理专业的学生建议从第二、三单元中选题。前两个单元的选题是以大纲中传统经典实验项目为主，第三单元的内容多是本院科研成果的移植或部分引入，整体性、延续性较强，费时较长，可视具体情况按大实验的模式安排。第四单元是具有一定应用背景的光电测试方面的实验，均是开发性试验，在做这些实验时应自己提出一些相关创新测试思路或实际应用方法，以锻炼创新能力。

近代物理实验强调学生综合实验技能和素质的培养、锻炼和提高。虽然许多理论独立于课堂讲授课会增加同学们的学习难度，但由于它有较多

时间的课前预习和课上操作实践（平均每个题目课上 6 学时，课下 12 学时），实验要求又是以强调整体实验过程的完成为主，这样，在通过一段时间的学习锻炼后，同学们就能体会到这有利于增强自己的自学能力和独立解决实际问题的能力。通过一学年的学习，不仅能使学生掌握如何用实验方法观察物理现象、研究物理规律，更能够让学生了解近代实验技术在许多科学研究领域与工程实践中的广泛应用；它有助于开阔学生的视野，培养他们理论联系实际、刻苦好学的钻研精神。教学实践表明，该课程对培养学生的学习兴趣非常重要，是培养学生实践动手能力的重要环节，这种锻炼对学生今后科研能力的培养和提高也是很有帮助的。

在学习普通物理实验时，实验数据的误差处理（包括数值计算和作图）方法虽已基本掌握，但较系统的误差理论学习却是在近代物理实验中完成的。考虑到一些物理实验中物理量固有的统计涨落现象十分明显，以及电子计算机在数据分析处理应用中的日益发展，更有必要让学生从概率和数理统计的基础上来理解误差并掌握数据处理中一些常用的方法，为此，在本书的开头介绍了概率论和数理统计的一些基本概念及与测量、数据分析有关的一些处理方法。此外，结合本课程中的具体实验，对发现和消除系统误差的一些方法作了简要的介绍。

在物理量的单位制方面，采用我国法定计量单位，个别地方也采用习惯使用的其它单位制单位，但都加以适当说明。

编者

2018.8

目 录

前言

实验误差理论.....	1
-------------	---

第一单元:

实验 1-1 钠原子发射光谱.....	19
实验 1-2 夫兰克--赫兹实验.....	27
实验 1-3 吸收谱测量.....	36
实验 1-4 荧光谱测量.....	43
实验 1-5 塞曼效应.....	47
实验 1-6 顺磁共振.....	58
实验 1-7 核磁共振.....	83
实验 1-8 光速测量.....	92
实验 1-9 普朗克常数测定.....	98
实验 1-10 法拉第效应.....	104

第二单元:

实验 2-1 干涉现象的研究.....	115
实验 2-2 微弱信号测量技术.....	127
实验 2-3 拉曼光谱.....	138
实验 2-4 铁磁共振.....	143
实验 2-5 铁电晶体居里点的测量.....	149
实验 2-6 霍尔效应.....	154
实验 2-7 激光多谱勒测速技术.....	163
实验 2-8 单光子计数实验.....	167
实验 2-9 大型金相显微镜.....	179
实验 2-10 声光作用—液体中的超声光栅.....	194
实验 2-11 光泵磁共振.....	199
实验 2-12 X 光衍射技术.....	207

第三单元:

实验 3-1 紫外/可见/近红外光谱测量和晶体的 J-O 吸收参数计算.....	216
实验 3-2 激发谱和稳态荧光光谱测量及晶体的 J-O 发光参数计算.....	227

实验 3-3 共焦显微激光拉曼光谱测量和分析.....	236
实验 3-4 激光晶体的谐振腔调谐技术.....	257
实验 3-5 晶体的各向异性热扩散系数测量和热传导特性研究.....	266
实验 3-6 晶体的各向异性热膨胀系数测量和热应力/热应变特性研究...	275
实验 3-7 热焓测量技术及比热/相变/软化点测量.....	285
第四单元:	
实验 4-1 数字式光学传递函数测量透镜像质评价.....	297
实验 4-2 自组干涉仪观察干涉现象.....	300
实验 4-3 半导体泵浦固体激光器综合实验.....	303
实验 4-4 机器视觉创新综合实验.....	310
附录:	317
参考文献:	321

实验误差理论

在实验中，尽管观测者按照规定的操作要求认真进行观测，但在同一量的各观测值之间，或在各观测值与其理论值之间仍存在差异。也就是说任何一种测量结果总是不可避免地会有一定的误差（或者说偏差）。为了得到合理的结果，要求实验工作者运用误差的概念，将所得的数据进行误差计算，正确表达测量结果的可靠程度。另一方面，可根据误差分析去选择最合适的仪器，或进而对实验方法进行改进。

第一节 测量与误差概述

所谓测量，就是用一定的量具或者仪器，通过一定的方法，与被测物比较，由测量所得数值和计量单位组成测量结果。按照测量的方式，测量可分为直接测量和间接测量；按照测量的条件，测量可分为等精度测量和不等精度测量。⑴ 直接测量：将被测量的量直接与同一类量进行比较的方法称直接测量。若被测的量直接由测量仪器的读数决定，仪器的刻度就是被测量的尺度，这种方法成为直接读数法。如用米尺量长度。当被测的量由直接与这量的度量比较而决定时，这种方法叫比较法。如用天平称质量等。⑵ 间接测量：许多被测的量不能直接与标准的单位尺度进行比较，而要根据别的量的测量结果，通过被测的量不能直接与标准就是间接测量。例如测量物质的密度，先测量出质量 m 和体积 V ，在计算密度 ρ 。在实际工作中，大多数测量问题是通过间接手段加以解决的。

⑶ 不等精度测量：仪器的不同、方法的差异、测量条件的改变以及测量者素质的参差都会造成测量结果的变化。这样的测量是不等精度测量。作为各次不等精度测量结果，取平均值没有意义。⑷ 等精度测量而同一个测量者，用同样的方法，使用同样的仪器并在相同的条件下对同一物理量进行多次测量，称为等精度测量。只要变化对实验的影响很小乃至可以忽略，就可以认为是等精度测量。因为没有绝对不变的人和事物。

实际上，误差一直存在于实验和测量过程之中。造成这个原因很多，主要有：⑴ 观测者：由于观测者感觉器官鉴别能力有一定的局限性，在仪器安置、照准、读数等方面都产生误差。同时观测者的技术水平、工作态度及状态都对测量成果的质量有直接影响。⑵ 测量仪器：每种仪器有一定限度的精密程度，因而观测值的精确度也必然受到一定的限度。同时仪器本身在设计、制造、安装、校正等方面也存在一定的误差，如伏特表初始值不为零等。⑶ 外界条件：观测时所处的外界条件，如温度、湿度、大气折光等因素都会对观测结果产生一定的影响。外界条件发生变化，观测成果将随之变化。

测量误差就是测量结果和待测量的真值（或约定真值）之差值。测量误差的大小反映了测量结果准确程度，测量误差可以用绝对误差和相对误差表示。

$$\text{绝对误差 } \delta = \text{测量结果} - \text{被测量的真值} \quad (0-1-1)$$

$$\text{相对误差 } E = \frac{\delta}{\text{被测量的真值}} \times 100\% \quad (0-1-2)$$

被测量的真值是一个理想概念，一般说来真值是实验者不知道的，在实际测量中常用被测量的实际值或已修正过的算术平均值代替真值，称为约定真值。

第二节 误差的分类、特点和估算方法

根据误差的性质和来源，可以把误差分为系统误差，随机误差和过失误差。

一、系统误差：

在相同的测量条件下，多次测量同一量时，如果测量误差的绝对值和符号总是保持恒定，使测量结果永远朝一个方向偏，那么这种测量误差称为系统误差或恒定误差。系统误差的产生与下列因素有关：

1、测量仪器的不完善，仪器装置本身的精确度有限或者安装调试不妥。如仪器零点位未调好，引进零点位误差；应该放置水平的仪器未放水平等。

2、仪器使用时的环境因素，如温度，湿度，气压等，发生定向变化所引进的误差。

3、实验理论和实验方法不够完善，引起理论与实验条件不符。如测量长度时未考虑温度对长度变化的影响；测电压未考虑电压表内阻对电路的影响等。

4、测量者个人的习惯性误差。如记录某一信号的时间总是滞后，有的对颜色的感觉不灵敏或读数时眼睛的位置总是偏高或偏低等。

系统误差是恒差，因此增加测量次数是不能消除的，通常采用几种不同的实验技术，或采用不同的实验方法，或改变实验条件，调节仪器，提高试剂的纯度等以确定有无误差存在，并确定其性质，然后设法消除或使之减少，以提高测量的准确度。一个实验结果是否正确，往往就在于系统误差是否被发现并尽可能消除，因此对系统误差不能忽视。

二、随机误差（偶然误差）：

随机误差是指在实际相同条件下多次测量同一物理量时，其绝对值和符号都以不同可预料的方式变化的误差。这是实验者不能预料的其它因素对测量的影响所引起的。它在实验中总是存在，无法完全避免，它就某一次测量值来说没有规律，其大小和符号都不可预知，呈现出随机性，但测量足够多的次数就会呈现出一定的规律性，并且是服从正态分布的随机变量。即在相同观测条件下，大量偶然误差分布表现出一定的统计规律性。

1. 随机误差的正态分布规律

随机误差的正态分布规律：正方向误差和负方向误差出现的次数大体相等，数值较小的误差出现的次数较多，数值较大的误差在没有错误的情况下出现较少。标准化的正态分布曲线如图 0-2-1 所示：

$f(\delta)$ 是随机误差的概率密度：就是在

误差值 δ ($\delta = x_i - x_0$) 附近单位误差间隔内，

误差出现的概率。

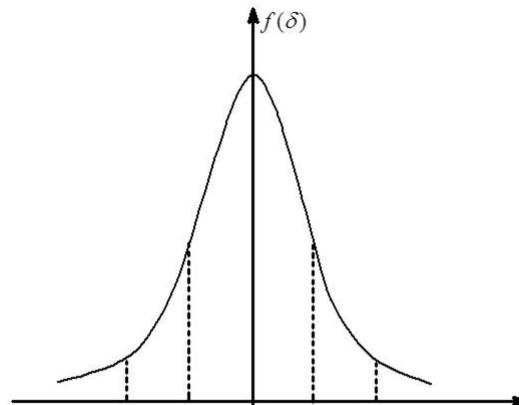


图 0-2-1

$f(\delta)$ 其中 σ 是正态分布的标准差，

$$f(\delta) \sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta^2} \quad (0-2-2)$$

$f(\delta)$ 其中 n 为测量次数。 σ 为曲线拐点处的横坐标，它是表示随机误差分散的重要参数。 σ 越小，测量精密度越高，曲线越陡，峰值越高，随机误差越集中，测量重复性越好。

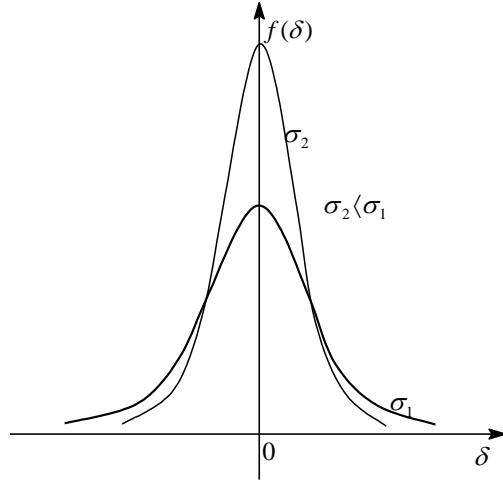


图 0-2-2 $f(\delta)$ 曲线

图 0-2-2 是不同 σ 值时的 $f(\delta)$ 曲线。 σ 值小，曲线陡且峰值高，说明测量值的误差集中，小误差占优势，各测量值的分散性小，重复性好。反之， σ 值大，曲线较平坦，各测量值的分散性大，重复性差。

从图 0-2-1 中可以看出正态分布的随机误差具有以下特征：

- (1) 单峰性 绝对值小的误差出现的概率大于绝对值大的误差出现的概率；
- (2) 对称性 绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等；
- (3) 有界性 在一定的测量条件下，绝对值很大的误差出现的概率趋于零；
- (4) 抵偿性 随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋于零，即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta = 0 \quad (0-2-3)$$

为了统计随机误差的概率分布，将概率密度函数在以下区间积分，得到随机误差在相应区间的概率值分别为：

$$p(-\infty, +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta) d\delta = 1 \quad (0-2-4)$$

$$p_1(-\sigma, +\sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\delta) d\delta = 68.3\% \quad (0-2-5)$$

$$p_1(-2\sigma, +2\sigma) = \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(\delta) d\delta = 95.4\% \quad (0-2-6)$$

$$p_1(-3\sigma, +3\sigma) = \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\delta) d\delta = 99.7\% \quad (0-2-7)$$

P_1 称作置信概率， $(-\sigma, +\sigma)$ 就是68.3%的置信概率多对应的置信区间。只要给出置信区间和相应的置信概率就可以表达测量结果的精密度。 $\pm 3\sigma$ 为极限误差，其概率含义是在1000次测量中只有3次测量的误差绝对值会超过 3σ 。由于在一般测量中次数很少超过几十次，因此，可以认为测量误差超出 $\pm 3\sigma$ 范围的概率是很小的，故称为极限误差，一般可作为可疑值取舍的判定标准。

三、过失误差（粗差）

由于实验者的粗心，如标度看错，记录写错，计算错误所引起的误差，称为过失误差。这类误差是无规则可寻的，必须要求实验者处处小心，才能避免。

四、误差的估算方法

1、单次直接测量的误差估计

在同一次实验里，常常由于条件不许可，或对测量精密度的要求不高等原因，对一物理量的直接测量只进行了一次。这时，对于测定值的误差，应根据仪器精度（最小刻度和仪器误差）、测量方法、实验条件以及实验者的感觉能力、技术水平等实际情况，进行合理估计，不能一概而论。在一般情况下，可用仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ （仪器出厂时的检定）作为绝对误差。如果无厂家提供的仪器误差，则可分两种情况确定仪器误差，当仪器可连续读数时取仪器最小分度值 a 的一半作为 $\Delta_{\text{仪}}$ ，即 $\Delta_{\text{仪}} = a/2$ ；当仪器不能连续读数时则取 $\Delta_{\text{仪}} = a$ ；有时也可以根据实际情况，采用比仪器最小分度更大的合理数值。如果在几个测量值中，某些测量值的误差相对来说显得很小，它的误差在计算时可以忽略。

2、多次测量平均值的误差

对于实验中的随机误差可以进行处理，根据随机误差的分布特性，可以知道（1）用多次测量的算术平均值可以减少随机误差的影响（2）必须对测量的随机误差做出估计才能表示出测量的精密度。

用多次测量的算术平均值可以减少随机误差的影响，这是因为算术平均值是测量结果最佳值。证明如下：

设对某一物理量进行直接多次测量，测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ，各次测量值的随机误差为 $\delta_i = x_i - x_0$ 。将随机误差相加

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) = \sum_{i=1}^n x_i - nx_0 \quad (0-2-8)$$

$$\text{或 } \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0 \quad (0-2-9)$$

用 \bar{x} 代表测量列的算术平均

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (0-2-10)$$

上面的式子改写为

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = \bar{x} - x_0 \quad (0-2-11)$$

根据随机误差的抵偿特征，即 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0$ ，于是

$$\bar{x} \rightarrow x_0$$

可见，当测量次数相当多时，算术平均值是真值的最佳值，即近真值。

当测量次数 n 有限时，测量列的算术平均值 \bar{x} 仍然是真值 x_0 的最佳估计值。证明如下：假设最佳值为 X 并用其代替真值 x_0 ，各测量值与最佳值间的偏差为 $\delta'_i = x_i - X$ ，按照最小二乘法原理，若 X 是真值的最佳估计值，则要求偏差的平方和 S 应最小，即

$$S = \sum_{i=1}^n (x_i - X)^2 \rightarrow \text{min} \quad (0-2-12)$$

由求极值的法则可知， S 对 X 的微商应等于零

$$\frac{dS}{dX} = 2 \sum_{i=1}^n (x_i - X) = 0 \quad (0-2-13)$$

于是 $nX - \sum_{i=1}^n x_i = 0 \quad (0-2-14)$

即 $X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \quad (0-2-15)$

所以测量列的算术平均值 \bar{x} 是真值 x_0 的最佳估计值。

每一次测量值 x_i 和平均值 \bar{x} 之差称为残差，即： $\delta'_i = x_i - \bar{x}$ ，有正有负，常用“方均根”法对它们进行统计，得到的结果就是测量列的标准偏差，用 S 表示为：

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (0-2-16)$$

这一公式称为贝塞尔公式，可以表示测量的随机误差，可以表示测量值的精密度。目前各种函数计算器都具备误差统计功能，可以直接计算测量列的算术平均值、标准偏差等。同学们应熟练使用函数计算器对实验数据进行处理。

3、间接测量误差的估算

直接测量的结果有误差，由直接测量值经过运算而得到的间接测量的结果也会有误

差，这就是误差的传递。

设

$$N = f(A, B, C, \dots, H) \quad (0-2-17)$$

若各直接测量值的绝对误差分别为 ΔA 、 ΔB 、 ΔC 、 \dots 、 ΔH ，则间接测量值 N 的绝对误差为 ΔN ，其计算方法如下：

将式求全微分，得：

$$dN = \frac{\partial f}{\partial A} dA + \frac{\partial f}{\partial B} dB + \frac{\partial f}{\partial C} dC + \dots + \frac{\partial f}{\partial H} dH \quad (0-2-18)$$

由于 ΔA 、 ΔB 、 ΔC 、 \dots 、 ΔH 分别相对于 A 、 B 、 C 、 \dots 是一个很小量，将式中 dA 、 dB 、 dC 、 \dots 、 dH 用 ΔA 、 ΔB 、 ΔC 、 \dots 、 ΔH 代替，则

$$\Delta N = \frac{\partial f}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial f}{\partial B} \Delta B + \frac{\partial f}{\partial C} \Delta C + \dots + \frac{\partial f}{\partial H} \Delta H \quad (0-2-19)$$

由于具体误差的符号并不知道，为谨慎起见，只能作最不利考虑，认为各项误差将累加，这样可能导致误差估算偏大，因此将式中各项分别取绝对值相加。即

$$\Delta N = \left| \frac{\partial f}{\partial A} \right| \Delta A + \left| \frac{\partial f}{\partial B} \right| \Delta B + \left| \frac{\partial f}{\partial C} \right| \Delta C + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial H} \right| \Delta H \quad (0-2-20)$$

相对误差为

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta N}{f(A, B, C, \dots, H)} \quad (0-2-21)$$

上面两式子称为误差传递的一般公式，或称为误差的算术合成。根据公式计算出来的常用误差公式列在表 0-2-1 中，以供参考。

表 0-2-1 一些常用函数标准偏差的传递公式表

函数表达式	标准偏差传递公式
$N = x \pm y$	$S_N = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$
$N = xy$ 或 $N = \frac{x}{y}$	$\frac{S_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{S_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{S_y}{y}\right)^2}$
$N = kx$	$S_N = k S_x; \quad \frac{S_N}{N} = \frac{S_x}{x}$
$N = x^n$	$\frac{S_N}{N} = n \frac{S_x}{x}$
$N = \sqrt[n]{x}$	$\frac{S_N}{N} = \frac{1}{n} \frac{S_x}{x}$
$N = \frac{x^p y^q}{z^r}$	$\frac{S_N}{N} = \sqrt{p^2 \left(\frac{S_x}{x}\right)^2 + q^2 \left(\frac{S_y}{y}\right)^2 + r^2 \left(\frac{S_z}{z}\right)^2}$

$N = \sin x$	$S_N = \cos x S_x$
$N = \ln x$	$S_N = \frac{S_x}{x}$

若各直接测量值的绝对误差分别为标准误差 S_A 、 S_B 、 S_C 、…、 S_H 等，则间接测量值的误差估算需要用误差的方根合成，即绝对误差为

$$S_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A} S_A\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B} S_B\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C} S_C\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial H} S_H\right)^2} \quad (0-2-22)$$

相对误差为

$$E = \frac{S_N}{N} = \frac{S_N}{f(A, B, C, \dots, H)} \quad (0-2-23)$$

上面两式子称为标准误差的传递公式。

误差传递公式不仅可以用来计算间接测量值 N 的误差，而且还可以用来分析各直接测量值的误差对最后结果影响的大小。对于那些影响大的直接测量值，预先考虑采取措施，以减小它们的影响，从而为合理选用仪器和实验方法提供依据。

4、测量结果进行总体评定

对测量结果进行总体评定时候，再尽量消除过失误差后，应把系统误差和随机误差联系一起。精密度、准确度和精确度就是评价结果好坏的。

- (1) 精密度：表示测量值的相互接近程度，反映随机误差对测量结果的影响。
- (2) 准确度：表示测量值接近真值的程度，反映系统误差对测量结果的影响。
- (3) 精确度：表示测量值重复性以及接近真值的程度，是对系统误差和随机误差综合描述。

第三节 实验不确定度及测量结果的表示

国际计量局于 1980 年 10 月通过了《实验不确定度的说明建议书》，建议用“不确定度”(Uncertainty)一词，取代误差(Error)来表示实验结果，用以评定实验测量结果的质量，表征被测量真值在某个量值的范围。

一、不确定度的基本概念

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度，是表征被测量的真值所处的量值范围的评定。实验结果不仅要给出测量值 x ，同时还要标出测量的总不确定度 U ，最终写成 $x = X \pm U$ 的形式，这表示被测量的真值在 $(X - U, X + U)$ 的范围之外的可能性(或概率)很小。显然，测量不确定度的范围越窄，测量结果就越可靠。

引入不确定度概念后，测量结果的完整表达式中应包含①测量值；②不确定度；③单位和置信度。我国的《国家计量规范 JJG1027-91 测量误差及数据处理》中把置信度 $P=0.95$ 作为广泛采用的约定概率，当取 $P=0.95$ 时，可不必注明。

与误差表示方法一样，引入相对不确定度 E_x ，即不确定度的相对值

$$E_x = \frac{U_x}{X} \times 100\% \quad (0-3-1)$$

二、直接测量结果不确定度的估算方法

普通物理实验的测量结果表示中，采用不确定度的简化评定方法。不确定度按其数值的评定方法可归并为两类分量：即多次测量用统计方法评定的 A 类分量 U_A ；用其它非统计方法评定的 B 类分量 U_B 。总不确定度由 A 类分量和 B 类分量按“方、和、根”的方法合成，即：

$$U = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} \quad (0-3-2)$$

1、A类不确定度的估算

在只进行有限次测量时，随机误差不完全服从正态分布规律，而是服从 t 分布(又称学生分布)规律。此时对随机误差的估计，要在贝塞尔公式的基础上乘上一个因子。在相同条件下对同一被测量作 n 次测量，不确定度的 A 类分量等于测量值的标准偏差 S_x 乘以因子 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ ，即

$$U_A = \frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}} S_x \quad (0-3-3)$$

式中 $t_p(n-1)$ 是与测量次数 n 、置信概率 P 有关的量，置信概率 P 及测量次数 n 确定后， $t_p(n-1)$ 也就确定了，可从专门的数据表中查得。在 $P=0.95$ 时， $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 的部分数据可以从表 0-3-1 中查得。

表 0-3-1

测量次数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_p(n-1)/\sqrt{n}$	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72

当测量次数 $n=6 \sim 8$ 时，取 $t_p(n-1)/\sqrt{n} \approx 1$ 误差并不很大。这时式 (0-3-3) 可简化为

$$U_A = S_x \quad (0-3-4)$$

有关的计算表明，在 $n=6 \sim 8$ 时，作 $U_A = S_x$ 近似，置信概率近似为 0.95 或更大，即足以保证被测量的真值落在 $\bar{x} \pm S_x$ 范围内的概率接近或大于 0.95。所以我们可以直接把 S_x 的值当作测量结果的总不确定度的 A 类分量 U_A 。当然，测量次数 n 不在上述范围或要

求误差估计比较精确时，要从有关数据表中查出相应的因子 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 的值。

2、B类不确定度的估算

测量是用仪器或量具进行的，任何仪器都存在误差。仪器误差一般是指误差限，即在正确使用仪器的条件下，测量结果与真值之间可能产生的最大误差，用 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示。大多数情况下简单地把仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 直接当作总不确定度中用非统计方法估计的 B 类分量 U_B ，即

$$U_B = \Delta_{\text{仪}} \quad (0-3-5)$$

3、总不确定度的合成

当取 $P=0.95$, $n=6\sim 8$ 时

$$U = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} \quad (0-3-6)$$

式是物理实验中常用的不确定度估算公式。

注：单次测量的不确定度

如果因为 $S_x < \frac{1}{3}\Delta_{\text{仪}}$ ，或因估算出的 U_A 对实验的最后结果影响甚小，或因条件限制而只进行单次测量，这时的不确定度估算只能根据仪器误差、测量方法、实验条件以及操作者技术水平等实际情况，进行合理估计，不能一概而论。在一般情况下，简化的做法是采用仪器误差或其数倍的大小作为单次直接测量的不确定度的估计值。当实验中只要求测量一次时，取 $U = \Delta_{\text{仪}}$ 并不意味着只测一次比多次测量时 U 的值小，只说明 $\Delta_{\text{仪}}$ 和用 $\sqrt{U_A^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}$ 估算出的结果相差不大。

例题：用量程 0—25mm 的千分尺 ($\Delta_{\text{仪}} = 0.004\text{mm}$) 测量一铁块的长度，测量 6 次的结果为表 0-3-2 所示：

表 0-3-2

	1	2	3	4	5	6
L/mm	3.872	3.786	3.778	3.781	3.780	3.779

长度算术平均值：

$$\bar{l} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 l_i = 3.781\text{mm} \quad (0-3-7)$$

标准偏差：

$$S_l = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum_{i=1}^6 (l_i - \bar{l})^2} = 0.003\text{mm} \quad (0-3-8)$$

测量次数为 6, t 修正近似为 1,

$$U_A = S_l = 0.003 \text{mm} \quad (0-3-9)$$

$$U_B = \Delta_{\text{仪}} = 0.004 \text{mm} \quad (0-3-10)$$

总不确定度:

$$U = \sqrt{S_l^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} = 0.005 \text{mm} \quad (0-3-11)$$

所以长度为: $\bar{l} \pm U = (3.781 \pm 0.005 \text{mm})$, 置信概率 $p = 0.95$,

不确定度的相对值

$$E_l = \frac{U_l}{X} \times 100\% = 0.13\% \quad (0-3-12)$$

三、间接测量的不确定度的估算

对于间接测量 $N = f(x, y, z \dots)$, 设各直接测量结果为 $x = \bar{x} \pm U_x$, $y = \bar{y} \pm U_y$, $z = \bar{z} \pm U_z$, ..., 则间接测量结果的不确定度 U_N 可套用标准偏差传递公式进行估算, 即

$$U_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 U_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 U_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 U_z^2 + \dots} \quad (0-3-13)$$

如果我们先对间接测量量 $N = f(x, y, z \dots)$ 函数式两边取自然对数, 再求全微分可得到计算相对不确定度的公式如下

$$\frac{U_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 U_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 U_y^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 U_z^2 + \dots} \quad (0-3-14)$$

当间接测量所依据的数学公式较为复杂时, 计算不确定度的过程也较为繁琐。如果函数形式主要以和差形式出现时, 一般采用 (0-3-13); 而函数形式主要以积、商或乘方、开方等形式出现时, 用 (0-3-14) 会使计算过程较为简便。

例题: 已知某铜环的外径 $D = 2.995 \pm 0.006 \text{cm}$, 内径 $d = 0.997 \pm 0.003 \text{cm}$, 高度 $H = 0.9516 \pm 0.0005 \text{cm}$, 求该铜环的体积及其不确定度, 并写出测量结果。

解:

$$V = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) H = \frac{3.1416}{4} (2.995^2 - 0.997^2) \times 0.9516 = 5.961 \text{cm}^3 \quad (0-3-15)$$

$$\ln V = \ln \frac{\pi}{4} + \ln(D^2 - d^2) + \ln H \quad (0-3-16)$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial D} = \frac{2D}{D^2 - d^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial d} = -\frac{2d}{D^2 - d^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial H} = \frac{1}{H} \quad (0-3-17)$$

$$\frac{U_V}{V} = \sqrt{\left(\frac{2D}{D^2 - d^2}\right)^2 U_D^2 + \left(-\frac{2d}{D^2 - d^2}\right)^2 U_d^2 + \left(\frac{1}{H}\right)^2 U_H^2} \quad (0-3-18)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2 \times 2.995 \times 0.006}{2.995^2 - 0.997^2}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.997 \times 0.003}{2.995^2 - 0.997^2}\right)^2 + \left(\frac{0.0005}{0.9516}\right)^2}$$

$$= 0.0046$$

$$U_V = 0.0046 \times V = 0.0046 \times 5.961 = 0.027 \text{ cm}^3 \quad (0-3-19)$$

$$\therefore V = 5.961 \pm 0.027 \text{ cm}^3 \quad (0-3-20)$$

第四节 有效数字记录与运算

一、有效数字

任何一个物理量，其测量结果必然存在误差。因此，表示一个物理量测量结果的数字取值是有限的。我们把测量结果中可靠的几位数字，加上可疑的一位数字，统称为测量结果的有效数字。例如，2.78的有效数字是三位，2.7是可靠数字，尾位“8”是可疑数字。这一位数字虽然是可疑的，但它在一定程度上反映了客观实际，因此它也是有效的。

一个物理量的测量值和数字的一个数有着不同的意义，在数学上 $26.3=26.30$ ，但对测量值来说， $26.3 \neq 26.30$ ，因为它们有着不同的误差，测量的准确度不同。 26.3mm 为 3 位有效数字，而 26.30mm 为 4 位有效数字。在记录实验数据的时候，要切记有效数字的位数是从第一个不为零的数字算起的，当然并不是说零不算有效数字。例如， 10.30 中的 2 个零，虽然其中一个处在中间，一个处在末尾，但因它们都反映了被测量的大小，故都属于有效数字。

对于十进制单位变换，只涉及小数点位置改变，而不允许改变有效位数。例如 1.3m 为 2 位有效数字，在换算成 km 或 mm 作单位时应写为

$$1.3\text{ m} = 1.3 \times 10^{-3} \text{ km} = 1.3 \times 10^3 \text{ mm}$$

而 $1.3\text{m}=1300\text{mm}$ 的写法是错误的。

实验结果的最后 1 位数字应与绝对误差对齐，绝对误差最多写 2 位，相对误差也是如此。

二、直接测量的读数原则

直接测量读数应反映出有效数字，一般应估读到测量器具最小分度值的 $1/10$ 。但由于某些仪表的分度较窄、指针较粗或测量基准较不可靠等，可估读 $1/5$ 或 $1/2$ 分度。对于数字式仪表，所显示的数字均为有效数字，无需估读，误差一般出现在最末一位。例如：用毫米刻度的米尺测量长度， $L=1.67\text{cm}$ 。“1.6”是从米尺上读出的“准确”数，“7”是从米尺上估读的“欠准确”数，但是有效的，所以读出的是三位有效数字。若 $L=2.00\text{cm}$ ，仍是三位有效数字，而不能读写为 $L=2.0\text{cm}$ 或 $L=2\text{cm}$ ，因为这样表示分别只有两位或一位有效数字。

有效数字的位数与十进制的单位变换无关。末位“0”和数字中间的“0”均属于有效数字。如 23.20cm ； 10.2V 等，其中出现的“0”都是有效数字。

小数点前面出现的“0”和它之后紧接着的“0”都不是有效数字。如 0.25cm 或 0.045kg 中的“0”都不是有效数字，这两个数值都只有两位有效数字。

数字式仪表及步进读数器，不需要估读，仪器所显示的末位就是可疑数字。

三、简介测量有效数字的运算规则

1、加减运算

在参与运算的数不太多时，运算结果值最后位的位置和绝对误差最大数的最后位相同。

例如： $y = 3.2864 + 314.5 - 13.23$

绝对误差最大数 314.5，它的最后位是小数点后面第一位，因此 y 最后位的位置也是小数点后面第一位。运算过程如表 0-4-1 所示：

表 0-4-1

在运算时，其他项取到小数后第二位	$y=3.29+314.5-13.23$
先计算 $3.29 - 13.23 = -9.94$	$= -9.94 + 314.5$
用四舍五入法，取 -9.94 为 -9.9	$= -9.9 + 314.5$
求得最后结果	$= 304.6$

2、乘除运算

几个数相乘除，计算结果的有效数位数与各数值中有效数位数最少的一个相同（或最多再多保留一位）。

例题 $1.11\underset{1}{1} \times 1.1\underset{1}{1} = ?$ 试问计算结果应保留几位数字？

解：用计算器计算可得 $1.11\underset{1}{1} \times 1.1\underset{1}{1} = 1.233\underset{3}{3}21$ ，但是，此结果究竟应取几位数字才合理。因为一个数字与一个可疑数字相乘，其结果必然是可疑数字，所以，小数点后面第二位的“3”及其以后的数字都是可疑数字。按照保留 1 位可疑数字的原则，计算结果应写成 1.23，为 3 位有效数字。这与上面叙述的加减简算法则是一致的，即在此例中，4 位有效数字与 3 位有效数字相乘，计算结果为 3 位有效数字。

除法是乘法的逆运算，类似。

3、乘方和开方运算

有效数字在乘方和开方时，运算结果的有效数位数与其底的有效数字的位数相同。

例如： $\sqrt{32.8} = 5.73$

4、对数函数、指数函数和三角函数的有效数字

对数函数运算后，结果中尾数的有效数位数与真数有效数位数相同。

例 $\lg 198\bar{3} = 3.297327 \Rightarrow \lg 198\bar{3} = 3.297\bar{3}$

指数函数运算后，结果中有效数字的位数与指数小数点后的有效数位数相同；

例 $10^{1.025} = 10.5925 \Rightarrow 10^{1.025} = 11.$

三角函数的有效数位数与角度有效数字的位数相同。

例 $\sin 30^\circ = 0.5 \Rightarrow \sin 30^\circ = 0.50;$

5、测量结果数字取舍规则

数字的取舍采用“四舍六入五凑偶”规则，即欲舍去数字的最高位为4或4以下的数，则“舍”；若为6或6以上的数，则“入”；被舍去数字的最高位为5时，前一位数为奇数，则“入”，前一位数为偶数，则“舍”。其目的在于使“入”和“舍”的机会均等，以避免用“四舍五入”规则处理较多数据时，因入多舍少而引入计算误差。

例如，将下列数据保留到小数点后第二位：

8.0861→8.09, 8.0845→8.08, 8.0850→8.08, 8.0754→8.08

通常约定不确定度最多用两位数字表示，且仅当首位为1或2时保留两位。尾数采用“只进不舍”的原则，在运算过程中只需取两位数字计算即可。

第五节 数据处理方法

数据处理是指从获得数据开始到得出最后结论的整个加工过程，包括数据记录、整理、计算、分析和绘制图表等。数据处理是实验工作的重要内容，涉及的内容很多，这里介绍一些基本的数据处理方法。

一、列表法

对一个物理量进行多次测量或研究几个量之间的关系时，往往借助于列表法把实验数据列成表格。其优点是，使大量数据表达清晰醒目，条理化，易于检查数据发现问题，避免差错，同时有助于反映出物理量之间的对应关系。

列表没有统一的格式，但应注意以下几点：

1. 各栏目均应注明所记录的物理量的名称(符号)和单位；
2. 栏目的顺序应充分注意数据间的联系和计算顺序，力求简明、齐全、有条理；
3. 表中的原始测量数据应正确反映有效数字，数据不应随便涂改，确实要修改数据时，应将原来数据画条杠以备随时查验；
4. 对于函数关系的数据表格，应按自变量由小到大或由大到小的顺序排列，以便于判断和处理。

二、图解法

1、作图纸的选择

作图纸有直角坐标纸(即毫米方格纸)、对数坐标纸、半对数坐标纸和极坐标纸等几种，根据作图需要进行选择。原则上应使坐标纸的最小格对应测量值中可靠数字的最后一一位。图线中直线最易画，而且直线方程的2个参数——斜率和截距也较易算得。当对于2个变量之间的函数关系是非线性的情况，如果它们之间的函数关系是已知的或者准备用某种关系式去拟合曲线时，尽可能通过变量变换将非线性的函数曲线转变为线性函数的直线。

2、确定坐标比例与标度

合理选择坐标比例是作图法的关键所在。作图时通常以自变量作横坐标(x 轴)，因变量作纵坐标(y 轴)。坐标轴确定后，用粗实线在坐标纸上描出坐标轴，并注明坐标轴所代表物理量的符号和单位。

坐标比例是指坐标轴上单位长度(通常为1cm)所代表的物理量大小。坐标比例的选取应注意以下几点：

- (1) 原则上做到数据中的可靠数字在图上应是可靠的，即坐标轴上的最小分度(1mm)对应于实验数据的最后一一位准确数字。坐标比例选得过大将损害数据的准确度。

(2) 坐标比例的选取应以便于读数为原则, 常用的比例为“1:1”、“1:2”、“1:5”(包括“1:0.1”、“1:10”…), 即每厘米代表“1、2、5”倍率单位的物理量。切勿采用复杂的比例关系, 如“1:3”、“1:7”、“1:9”等。这样不但不易绘图, 而且读数困难。

坐标比例确定后, 应对坐标轴进行标度, 即在坐标轴上均匀地(一般每隔2cm)标出所代表物理量的整齐数值, 标记所用的有效数字位数应与实验数据的有效数字位数相同。标度不一定从零开始, 一般用小于实验数据最小值的某一数作为坐标轴的起始点, 用大于实验数据最大值的某一数作为终点, 这样图纸可以被充分利用。

3、数据点的标出

实验数据点用“+”符号标出, 符号的交点正是数据点的位置。同一图纸上如有几条实验曲线, 各条曲线的数据点可用不同的符号(如×, ⊕, ⊗等)标出, 以示区别。

4、曲线的描绘

由实验数据点描绘出平滑的实验曲线, 连线要用透明直尺或三角板、曲线板等拟合。根据随机误差理论, 实验数据应均匀分布在曲线两侧, 与曲线的距离尽可能小。个别偏离曲线较远的点, 应检查标点是否错误, 若无误表明该点可能是错误数据, 在连线时不考虑。对于仪器仪表的校准曲线和定标曲线, 连接时应将相邻的两点连成直线, 整个曲线呈折线形状。

5、注解与说明 在图纸上要写明图线的名称、坐标比例及必要的说明(主要指实验条件), 并在恰当地方注明作者姓名、日期等。

三、逐差法

当两个变量之间存在线性关系, 且自变量为等差级数变化的情况下, 用逐差法处理数据, 既能充分利用实验数据, 又具有减小误差的效果。具体做法是将测量得到的偶数组数据分成前后两组, 将对应项分别相减, 然后再求平均值。

例如, 在弹性限度内, 弹簧的伸长量 x 与所受的载荷(拉力) F 满足线性关系

$$F = kx$$

实验时等差地改变载荷, 测得一组实验数据如表0-5-1所示:

表 0-5-1

砝码质量/Kg	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000	8.000
弹簧伸长位置/cm	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8

求每增加1Kg 砝码弹簧的平均伸长量 Δx 。

若不加思考进行逐项相减, 很自然会采用下列公式计算

$$\Delta x = \frac{1}{7} [(x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) + \dots + (x_8 - x_7)] = \frac{1}{7} (x_8 - x_1) \quad (0-5-1)$$

结果发现除 x_1 和 x_8 外, 其它中间测量值都未用上, 它与一次增加7个砝码的单次测量等价。若用多项间隔逐差, 即将上述数据分成前后两组, 前一组 (x_1, x_2, x_3, x_4) , 后一组 (x_5, x_6, x_7, x_8) , 然后对应项相减求平均, 即

$$\Delta x = \frac{1}{4 \times 4} [(x_5 - x_1) + (x_6 - x_2) + (x_7 - x_3) + (x_8 - x_4)] \quad (0-5-2)$$

这样全部测量数据都用上，保持了多次测量的优点，减少了随机误差，计算结果比前面的要准确些。逐差法计算简便，特别是在检查具有线性关系的数据时，可随时“逐差验证”，及时发现数据规律或错误数据。

四、最小二乘法(线性回归)

实验结果画成图线可以形象地表示出物理规律；但图线的表示往往不如用函数表示那样明确和定量化。另外，用图解法处理数据，由于绘制图线有一定的主观随意性，同一组数据用图解法可能得出不同的结果。因此，下面将介绍一种利用最小二乘法来确定一条最佳直线的方法，从而准确地求出 2 个测量值之间的线性函数关系(即经验方程)。由实验数据求经验方程，叫做方程的回归。

最小二乘法线性拟合的原理：若能找到一条最佳的拟合直线，那么该拟合直线上的各点的值与相应的测量值之差的平方和，在所有拟合直线中应该最小。

回归法首先要确定函数的形式。函数形式的确定一般是根据理论的推断或者从实验数据变化的趋势而推测出来。如果推断物理量 y 和 x 之间的关系是线性关系，则可把函数的形式写成

$$y = a + bx \quad (0-5-3)$$

自变量只有 x 一个，故称为一元线性回归。这是方程回归中最简单最基本的问题。

回归法可以认为是用实验数据来确定方程中的待定常数。在一元线性回归中确定常数 a 和 b ，相当于在作图法中求直线的截距和斜率。

我们讨论最简单的情况，即每个测量值都是等精度，且假定 x 和 y 值中只有 y 有明显的测量随机误差。如果 x 和 y 均有误差，只要把相对来说误差较小的变量作为 x 即可。

若实验得到的数据是

$$x = x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$$

相对应的

$$y = y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$$

方程 (0-5-3) 既然是物理量 y 和 x 间所服从的规律，所以在 A、B 确定以后，如果实验没有误差，把 $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots$ 代入方程 (0-5-3) 时，方程的左右两边应该相等。但实际上，测量总伴随着测量误差，我们把这些测量归结为 y 的测量偏差：

$$\delta_i = y_i - (a + bx_i) \quad (0-5-4)$$

根据最小二乘法的原理，偏差的平方和为最小，即：

$$S = \sum_{i=1}^m \delta_i^2 = \sum_{i=1}^m (y_i - a - bx_i)^2 \quad (0-5-5)$$

和为最小。

使 S 为最小的条件是

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial a^2} > 0, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial b^2} > 0$$

由一阶微商为零得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial a} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)x_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (0-5-6)$$

解得 $a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n (x_i y_i) - \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i}{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (0-5-7)$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - n \sum_{i=1}^n (x_i y_i)}{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (0-5-8)$$

令 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad \bar{x}^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right)^2, \quad \bar{x}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad \bar{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i),$

则: $a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (0-5-9)$

$$b = \frac{\bar{x} \cdot \bar{y} - \bar{xy}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} \quad (0-5-10)$$

如果实验是在已知 y 和 x 满足线性关系下进行的, 那么用上述最小二乘法线性拟合(又称一元线性回归)可解得斜率 a 和截距 b , 从而得出回归方程 $y = a + bx$ 。如果实验是要通过对 x 、 y 的测量来寻找经验公式, 则还应判断由上述一元线性拟合所确定的线性回归方程是否恰当。这可用下列相关系数 r 来判别

$$r = \frac{\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\bar{x}^2 - \bar{x}^2)(\bar{y}^2 - \bar{y}^2)}} \quad (0-5-11)$$

其中 $\bar{y}^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i\right)^2, \quad \bar{y}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (0-5-12)$

可以证明, $|r|$ 值总是在 0 和 1 之间。 $|r|$ 值越接近 1, 说明实验数据点密集地分布在所拟

合的直线的近旁，用线性函数进行回归是合适的。 $|r|=1$ 表示变量 x 、 y 完全线性相关，拟合直线通过全部实验数据点。反之，如果 $|r|$ 远小于 1，说明 x 和 y 不相关，不能用线性函数拟合。 $r>0$ 的拟合直线斜率为正，称为正相关， $r<0$ 的拟合直线斜率为负，称为正相负。

思 考 题

1、讨论回答：

- (1) 简述系统误差和随机误差出现的原因及特点。
- (2) 标准误差的意义是什么？
- (3) 有效数字的运算原则和规则是什么？
- (4) 有效数字的确定方法是什么？

2、指出下列情况属于随机误差还是系统误差：

- (1) 视差；(2) 仪器零点漂移；(3) 螺旋测微器零点不准；(4) 照相底板收缩；
- (5) 电表的接入误差；(6) 水银温度计毛细管不均匀；(7) 米尺因低温而收缩；(8) 单摆公式测 g 没考虑 $\theta \neq 0$ 。

3、有甲、乙、丙、丁 4 人，用螺旋测微器测量一铜球的直径，各人所测得的结果分别是：甲： $(1.283\ 2 \pm 0.000\ 1)$ cm；乙： $(1.283 \pm 0.000\ 1)$ cm；丙： $(1.28 \pm 0.000\ 1)$ cm；丁： $(1.3 \pm 0.000\ 1)$ cm。问哪个人表示得正确？其他人错在哪里？

4、指出下列各数据有效数字的位数：

- (1) 1.000 1 (2) 0.000 7 (3) 0.230 00 (4) 3.6×10^4 。

5、计算下列结果及误差：

$$(1) W = x + 2y + z - 5v$$

其中， $x=38.206 \pm 0.001$ ， $y=13.248\ 7 \pm 0.000\ 1$ ， $z=161.25 \pm 0.01$ ， $v=1.324\ 2 \pm 0.000\ 1$ 。

$$(2) W=4M/\pi D^2 H$$

其中， $M=236.124 \pm 0.002$ ， $D=2.345 \pm 0.005$ ， $H=8.21 \pm 0.01$ 。

$$(3) Y=\frac{8.0421}{6.038-6.034}+30.9。$$

$$(4) A=\frac{1.36^2 \times 8.7 \times 480.0}{23.25-14.8}-9.325 \times 0.963^2。$$

6、写出下列间接测量值的绝对误差和相对误差：

$$(1) V=\frac{\pi}{4}(D^2 H - d^2 h);$$

$$(2) K=4\pi^2 \frac{J}{T^2} ;$$

$$(3) \rho = \frac{m_3}{m_3 + m_4 + m_5} \rho_0 (\rho_0 \text{为常数}, \Delta m_3 + \Delta m_4 + \Delta m_5 = \Delta m)。$$

7、估计以下系统误差的数量级:

(1) θ 代替 $\tan \theta$; 1 代替 $\cos \theta$, $\theta=5^\circ$ 。

(2) 单摆周期公式 $T=2\pi$, $\theta=5^\circ$ 。

(3) 在温度 20°C 标定的钢质米尺, 在 -25°C 下测量约六十厘米的长度, 线胀系数 $\alpha_{\text{钢}} \approx 1 \times 10^{-5} \rho_0^0 C^{-1}$ 。

$$(4) \rho = \frac{m}{m - m_1} \rho_0, \text{ 温度由 } 8^\circ\text{C} \text{ 上升至 } 10^\circ\text{C}。 \rho_0 \text{ 是水的密度}。$$

8、试用最小二乘法对下列数据进行直线拟合, 并进行求解:

$$x=61.5, 71.2, 81.0, 89.5, 95.5$$

$$y=2.468, 2.877, 3.262, 3.618, 3.861$$

$$y=a+\left(\frac{4\pi^2}{g}\right)\cdot x$$

实验 1—1 钠原子发射光谱

通过钠原子光谱的拍摄，加深对钠原子光谱规律认识；计算钠原子中价电子的各能级和相应的量子亏损，同时了解摄谱仪的结构及使用。

一、实验原理：

(一) 原子光谱的产生：

1、原子的壳层结构

原子是由原子核与绕核运动的电子所组成。每一个电子的运动状态可用主量子数 n 、角量子数 l 、磁量子数 m_l 和自旋量子数 m_s 等四个量子数来描述。

主量子数 n ，决定了电子的主要能量 E 。

角量子数 l ，决定了电子绕核运动的角动量。电子在原子核库仑场中在一个平面上绕核运动，一般是沿椭圆轨道运动，是二自由度的运动，必须有两个量子化条件。这里所说的轨道，按照量子力学的含义，是指电子出现几率大的空间区域。对于一定的主量子数 n ，可有 n 个具有相同半长轴、不同半短轴的轨道，当不考虑相对论效应时，它们的能量是相同的。如果受到外电磁场或多电子原子内电子间的相互摄动的影响，具有不同 l 的各种形状的椭圆轨道因受到的影响不同，能量有差别，使原来简并的能级分开了，角量子数 l 最小的、最扁的椭圆轨道的能量最低。

磁量子数 m_l （轨道方向的量子数），决定了电子绕核运动的角动量沿磁场方向的分量。所有半长轴相同的在空间不同取向的椭圆轨道，在有外电磁场作用下能量不同。能量大小不仅与 n 和 l 有关，而且也与 m_l 有关。

自旋量子数 m_s （自旋方向量子数），决定了自旋角动量沿磁场方向的分量。电子自旋在空间的取向只有两个，一个顺着磁场；另一个反着磁场，因此，自旋角动量在磁场方向上有两个分量。

电子的每一运动状态都与一定的能量相联系。主量子数 n 决定了电子的主要能量，半长轴相同的各种轨道电子具有相同的 n ，可以认为是分布在同一壳层上，随着主量子数不同，可分为许多壳层， $n=1$ 的壳层，离原子核最近，称为第一壳层；依次 $n=2、3、4、\dots$ 的壳层，分别称为第二、三、四壳层……，用符号 K、L、M、N、……代表相应的各个壳层。角量子数 l 决定了各椭圆轨道的形状，不同椭圆轨道有不同的能量。因此，又可以将具有同一主量子数 n 的每一壳层按不同的角量子数 l 分为 n 个支壳层，分别用符号 s、p、d、f、g、……来代表。原子中的电子遵循一定的规律填充到各壳层中，首先填充到量子数最小的量子态，当电子逐渐填满同一主量子数的壳层，就完成一个闭合壳层，形成稳定的结构，下一个电子再填充新的壳层。这样便构成了原子的壳层结构。周期表中同族元素具有相类似的壳层结构

2、光谱项

由于核外电子之间存在着相互作用，其中包括电子轨道之间的相互作用，电子自旋运动之间的相互作用以及轨道运动与自旋运动之间的相互作用等，因此原子的核外电子排布并不能准确地表征原子的能量状态，原子的能量状态需要用以 $n、L、S、J$ 等四个量子数为参数的光谱项来表征： $n^{2s+1}L_j$ ， n 为主量子数。L 为总角量子数。其数值为外层价电子角量子数 l 的矢量和即：

$$L = \sum_i l_i \quad (1-1-1)$$

两个价电子耦合所得的总角量子数 L 与单个价电子的角量子数 l_1, l_2 有如下的关系:

$$L = (l_1 + l_2), (l_1 + l_2 - 1), (l_1 + l_2 - 2), \dots, |l_1 - l_2|, \quad (1-1-2)$$

取值为: $L=0, 1, 2, 3, \dots$, 相应的符号为 S, P, D, F, ...。

S 为总自旋量子数, 多个价电子总自旋量子数是单个价电子自旋量子数 m_s 的矢量和, 其值可取 0, $\pm 1/2$, ± 1 , $\pm 3/2$, ± 2 ...。 J 为内量子数, 是由于轨道运动与自旋运动的相互作用即轨道磁矩与自旋磁矩的相互影响而得出的, 它是原子中各个价电子组合得到的总角量子数 L 与总自旋量子数 S 的矢量和, 即 $J=L+S$ 。 J 的求法为:

$$J = (L + S), (L + S - 1), (L + S - 2), \dots, |L - S| \quad (1-1-3)$$

若 $L \geq S$, 则 J 值从 $J=L+S$ 到 $L-S$, 可有 $(2S+1)$ 个值。若 $L < S$, 则 J 值从 $J=S+L$ 到 $S-L$ 可有 $(2L+1)$ 个值。

例: 钠原子的能量状态表示

钠原子基态的电子结构是 $(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^1$, 对闭合壳层, $L=0, S=0$, 因此钠原子态由 $(3s)^1$ 光学电子决定。 $L=0, S=1/2$, 光谱项为 3^2S 。 J 只有一个取向, $J=1/2$, 故只有一个光谱支项 $3^2S_{1/2}$ 。钠原子的第一激发态的光学电子是 $(3p)^1, L=1, S=1/2, 2S+1=2, J=1/2, 3/2$, 故有两个光谱支项, $3^2S_{1/2}$

与 $3^2S_{3/2}$ 。又如镁原子基态的电子组态是 $3s^2, L=0, S=0, 2S+1=1, J=0$, 只有一个光谱支项 3^1S_0 。镁原子第一激发态的电子组态是 $3s^13p^1$ 。由于 $L=1, S=0, 1, 2S+1=1$ 或 3 , 有两个光谱项, 3^1P 与 3^3P 。由于 L 与 S 相互作用, 每一个光谱项有 $2S+1$ 个不同 J 值, 即 $2S=1$ 个光谱支项。对 3^1P , J 只有一个值, $J=1$, 只有光谱支项 3^1P_1 , 是单一态; 对 3^3P , J 有三个值, $J=2, 1, 0$, 故有三个光谱支项 $3^3P_2, 3^3P_1$ 与 3^3P_0 , 是三重态。这三个光谱支项的能量稍有不同, 由此可见, $(2S+1)$ 是代表光谱项中光谱支项的数目, 称为光谱项的多重性。

3、原子能级与能级图:

由于原子的能量状态可用光谱项表示, 因此, 把原子中所有可能存在状态的光谱项即能级及能级跃迁用图解的形式表示出来, 称为能级图。图 1-1-1 为钠原子的能级图。

图中的水平线表示实际存在的能级, 能级的高低用一系列的水平线

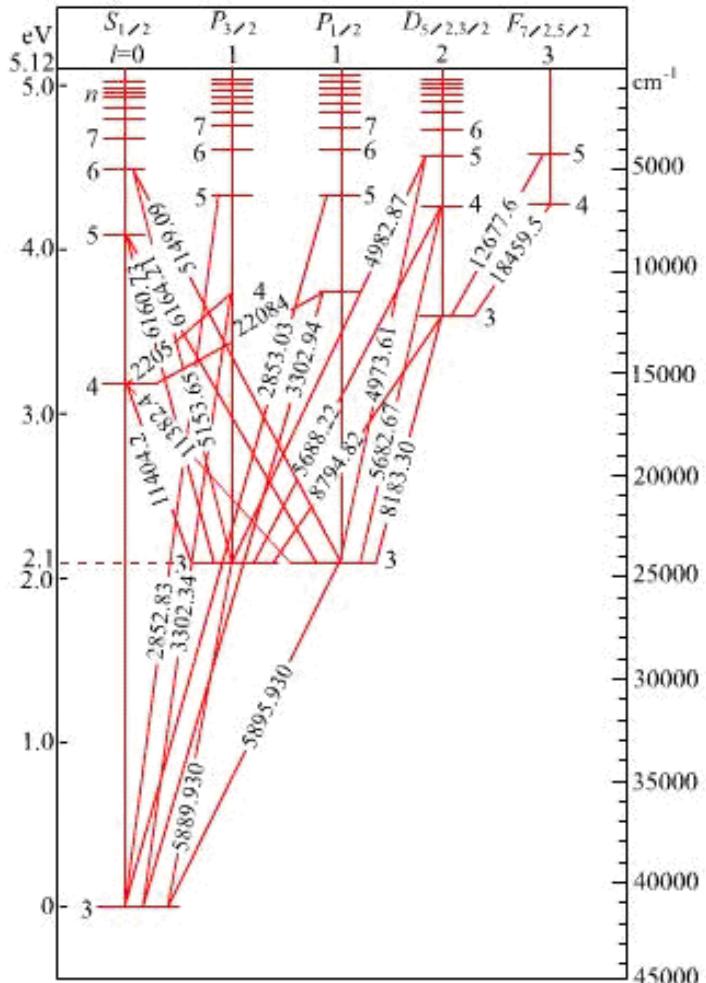


图 1-1-1 钠原子能级跃迁图

表示。由于相邻两能级的能量差与主量子数 n^2 成反比，随 n 增大，能级排布越来越密。当 $n \rightarrow \infty$ 时，原子处于电离状态，这时体系的能量相应于电离能。因为电离了的电子可以具有任意的动能，因此，当 $n \rightarrow \infty$ 时，能级图中出现了一个连续的区域。能级图中的纵坐标表示能量标度，左边用电子伏特标度，右边用波数标度。各能级之间的垂直距离表示跃迁时以电磁辐射形式释放的能量的大小。每一时刻一个原子只发射一条谱线，因许多原子处于不同的激发态，因此，发射出各种不同的谱线。其中在基态与第一激发态之间跃迁产生的谱线称为共振线，通常它是最强的谱线。

应该指出的是，并不是原子内所有能级之间的跃迁都是可以发生的，实际发生的跃迁是有限制的，服从光谱选择定则。对于 L-S 耦合，这些选择定则是：

光谱选择定则：

(1) 在跃迁时候，主量子数 n 的改变不受限制。

(2) $\Delta L = \pm 1$ ，即跃迁只允许在 S 与 p 之间、P 与 S 或者 D 之间，D 与 P 或 F 之间等。

(3) $\Delta S = 0$ ，即单重态只能跃迁到单重态，三重态只能跃迁到三重态

(4) $\Delta J = 0, \pm 1$ 但当 $J=0$ ， $\Delta J=0$ 的跃迁是禁止的。

(二) 原子谱线的强度及其影响因素：

钠原子基态的电子组态是 $3s$ ，相应的原子态是 $3^2S_{1/2}$ ，第一激发态电子组态是 $3p$ ，相应的原子态是 $3^2P_{1/2}$ 与 $3^2P_{3/2}$ ，电子在这两能级之间跃迁产生大家所熟知的钠双线。

$$Na\ 588.996\text{nm}(3^2S_{1/2} - 3^2P_{3/2})$$

$$Na\ 589.593\text{nm}(3^2S_{1/2} - 3^2P_{1/2})$$

钠原子第二激发态的电子组态是 $3d$ ，相应的原子态为 $3^2D_{3/2}$ 与 $3^2D_{5/2}$ ，当电子在 $3p$ 与 $3d$ 之间跃迁时，有四种可能的跃迁： $3^2P_{1/2}-3^2D_{5/2}$ 、 $3^2P_{1/2}-3^2D_{3/2}$ 、 $3^2P_{3/2}-3^2D_{5/2}$ 、 $3^2P_{3/2}-3^2D_{3/2}$ ，实际上只观察到后三种跃迁，而没有观察到 $3^2P_{1/2}-3^2D_{5/2}$ 跃迁，因这种跃迁 $\Delta J=2$ ，是禁戒的。

在原子内部，由于电子的轨道运动与自旋运动的相互作用，使得同一光谱项中各光谱支项的能级有所不同。每一个光谱支项又包含着 $(2J+1)$ 个可能的量子态。在没有外加磁场时， J 相同的各种量子态的能量是简并的。当有外加磁场时，由于原子磁矩与外加磁场的相互作用，简并能级分裂为 $(2J+1)$ 个子能级，一条光谱线在外加磁场作用下分裂为 $(2J+1)$ 条谱线，这种现象称为塞曼效应。 $g=2J+1$ ，称为统计权重，它决定了多重线中各谱线的强度比。

(三) 钠原子光谱的线系

原子光谱是研究原子结构的一种重要方法。1885 年，巴尔末 (J.J.Balmer) 根据人们的观测数据，发现了氢光谱的规律，提出了著名的氢光谱线的经验公式。氢光谱规律的发现为玻尔理论的建立提供了坚实的实验基础，对原子物理学和量子力学的发展起了重要作用。

巴尔末总结出来的可见光区氢光谱的规律为：

$$\lambda_R = B \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (n=3, 4, 5 \dots) \quad (1-1-4)$$

式中的 $B=364.56\text{nm}$ 。此规律可改写为：

$$v = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{B} \frac{n^2 - 4}{n^2} = \frac{4}{B} \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right] = R_H \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (1-1-5)$$

式中的 v 为波数， R_H 为氢的里德伯常数 ($109\ 678\text{cm}^{-1}$)。

根据玻尔理论或量子力学中的相关理论，可得出对氢及类氢离子的光谱规律为：

$$v = R \left[\frac{1}{(n_1/Z)^2} - \frac{1}{(n_2/Z)^2} \right] \quad (1-1-6)$$

其中， n_1 和 n_2 为整数， z 为该元素的核电荷数。

钠原子的核外电子结构和其它碱金属原子相似，在最外层只有一个价电子，其余 10 个电子与钠原子核构成“原子实”。在这一点上又与最简单的氢原子相似，因此纳原子光谱中各谱线的波数 v ，也可以用下列“里德堡”关系式表示：

$$v = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (1-1-7)$$

其中 R 为里德堡常数 ($=109737\text{cm}^{-1}$)，在氢原子光谱中， n_1 和 n_2 都是正整数，相应于 $n_1 = 1, 2, 3, \dots$ 等值，分别有赖曼谱系，巴耳末谱系，帕邢谱系等。但在钠原子及其它碱金属原子光谱中，由于原子核外除了最外层的一个价电子以外还有内层的许多电子，根据量子力学计算，电子的能量不仅与主量子 n 有关，而且与角量子数 l 有关，若不考虑电子自旋和轨道运动的相互作用引起的能级分裂，相应的 n_1 和 n_2 就不再是整数了。可以写成 $n - \mu$ ，其中 n 是主量子数， μ 称为量子亏损（量子缺）。

这样钠原子光谱项可以表示为：

$$T_{(n)} = \frac{R}{(n - \mu_l)^2} = \frac{R}{n^{*2}} \quad (1-1-8)$$

量子亏损是由原子实的极化和价电子在原子实中的贯穿引起的，是反映原子实作用于价电子的电场与点电荷的电场偏离程度的物理量。本实验是用实验方法测量钠原子光谱中各谱线的波数以计算钠原子中价电子的各能级和相应的量子亏损。当 n 不是很大时，量子亏损的大小主要决定于 l ，而与 n 的关系甚小。本实验近似认为它是一个与 n 无关的量。

各线系中谱线的波数可由下列公式表示：

$$\nu_n = R/n_1^{*2} - R/n_2^{*2} = \frac{R}{(n - \mu_l)^2} - \frac{R}{(n - \mu_l')^2} \quad (1-1-9)$$

其中第一项是一个一定低能级的项限，也就是谱线系的系限，例如主线系是各个 P 能级到 S 能级间的跃迁所产生，故相应的系限就是 S 能级中的低态项 3S。式中第二项是相应于各高态能值。 n, μ 和 n', μ' 是上下能级的主量子数与量子亏损， n_2^* 与 n_1^* 分别表示

上下能级的有效量子数，角标 l 和 l' 分别表示上下能级所属轨道量子数。

钠原子有 4 个线系：

1、主线系：各谱线的波数可以用下式表示：

$$\nu = 3s - nP = \frac{R}{(3 - \mu_s)^2} - \frac{R}{(n - \mu_p)^2} \quad n=3, 4, 5 \dots \quad (1-1-10)$$

是诸 P 能级 ($^2P_{1/2, 3/2}$) 到基态 3s 能级的跃迁辐射，p 能级是双重能级，能量差随着主量子数增加而减少，3S 能级是单能级，所以主线系是双线结构，其双线间的波数差越向短波方向越小。主线系的谱线，除第一条（黄双线）外，都在紫外区。

2、漫线系（由 D 到 P 间的跃迁所产生）

$$\nu = 3P - nD = \frac{R}{(3 - \mu_p)^2} - \frac{R}{(n - \mu_D)^2} \quad n=3, 4, 5 \dots \quad (1-1-11)$$

是诸 D 能级 $^2D_{3/2, 5/2}$ 到第一激发态 $^3P_{1/2, 3/2}$ 能级的跃迁辐射，按照选择定则， $\Delta J=0, \pm 1$ ，该线系为三线结构。随着 n 的增加，图左边两个跃迁的波长迅速靠近。而且强度相差很大，便成为一条漫散的谱线，所以，漫散系的各谱线表现为边缘模糊的双线，双线间的波数基本不变，该线系除了第一条谱线（8794.82Å, 8183.30 Å）落在红外区，大部分谱线都在可见光区。

3、锐线系：（由 s 到 p 间的跃迁所产生）

$$\nu = 3P - nS = \frac{R}{(3 - \mu_p)^2} - \frac{R}{(n - \mu_s)^2} \quad n=4, 5, 6 \dots \quad (1-1-12)$$

是诸 $^2S_{1/2}$ 能级到第一激发态 $^3P_{1/2, 3/2}$ 能级的跃迁辐射，各谱线都是边缘清晰的双线结构，各双线的波数差相等，该线系除第一条谱线（11404.2Å, 11382.4Å）落在红外区，大部分谱线都在可见光区。

4、基线系也称作伯格曼线系（由 F 到 D 间的跃迁所产生）本实验暂不做研究。

三、实验配置

实验用的主要仪器有：光栅光谱仪、钠光谱灯、计算机。

（一）光栅光谱仪包括光学系统和电子系统，以及软件系统。

平面光栅摄谱仪原理图如图 1-1-3：

1、光学系统

平面光栅摄谱仪可以分为两类，一类是透射式摄谱仪，另一类是反射式摄谱仪，由于制造精密的透射式光栅比较困难，现代光栅摄谱仪几乎都采用反射式光栅。

平面光栅摄谱仪是以平面衍射光栅作为色散元件的光谱仪器。。由光源发射的光，进入狭缝，再经反射镜折向球面反射镜下方的准光镜上。经准光镜反射，以平行光束射到光栅上，经光栅衍射后，不同方向的单色光束射到球面反射镜的中央窗口暗箱物镜处，最后按波长排列聚焦于感光板上。旋转光栅台 G ，改变光栅的入射角，便可改变拍摄谱线的波段范围和光谱级次。这种装置的入射狭缝和光谱感光板是垂直平面内对称于光栅放置的，由于光路结构的对称性，彗差和像散可以矫正到理想的程度，使得在较长谱面

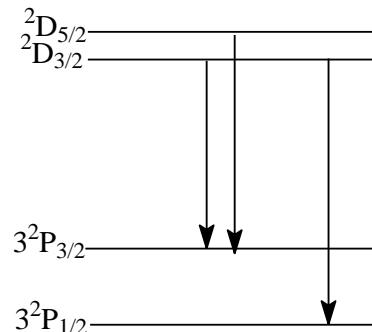


图 1-1-2 漫线系的分裂

范围内，谱线清晰、均匀。同时由于使用球面镜同时作为准直物镜和摄谱物镜，因此不易产生色差，且谱面平直。

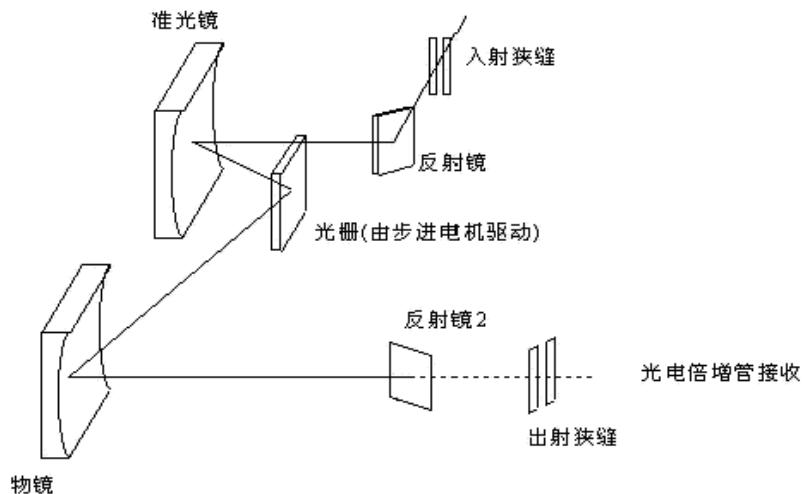


图 1-1-3 平面光栅摄谱仪

使用摄谱仪做光谱实验时必须注意事项：

谱仪为精密仪器，使用时要注意爱护。尤其是狭缝，非经教师允许，不可以随意调节各旋钮，手柄均应轻调慢调，旋到头时不能再继续用力，不要触及仪器的各光学表面；

2、电子系统由电源系统、接受系统、信号放大系统、A/D 转换系统和光源组成。信号放大主要依靠光电倍增管，用光电倍增管来接收和记录谱线的方法称为光电直读法。光电倍增管既是光电转换元件，又是电流放大元件，其结构见图：

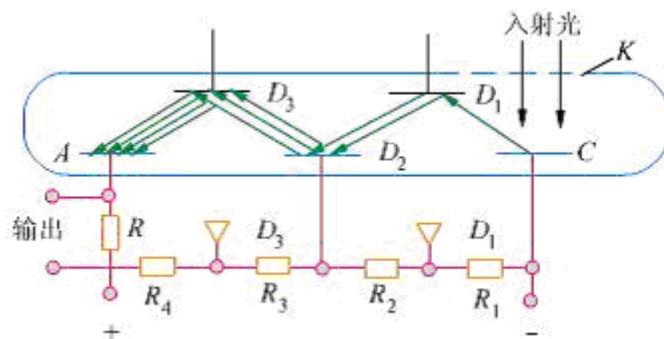


图 1-1-4 光电倍增管原理图

光电倍增管的外壳由玻璃或石英制成，内部抽真空，阴极涂有能发射电子的光敏物质，如 Sb-Cs 或 Ag-O-Cs 等，在阴极 C 和阳极 A 间装有一系列次级电子发射极，即电子倍增极 D₁、D₂ … 等。阴极 C 和阳极 A 之间加有约 1000V 的直流电压，当辐射光子撞击光阴极 C 时发射光电子，该光电子被电场加速落在第一被增极 D₁ 上，撞击出更多的二次电子，依次类推，阳极最后收集到的电子数将是阴极发出的电子数的 $10^5\text{--}10^8$ 倍。

(二) 钠原子光谱灯(或放电管)作为光源，管内充纯净气体，在高压小电流放电时分解成原子并被激发到高能态，在跃迁到低能态的退激过程中发出原子光谱。

四、实验内容与步骤

(一) 实验步骤

1、将钠灯打开预热 10 分钟左右，打开光栅光谱仪、并适当调节出入射狭缝的宽度，同时启动计算机软件。

2、按照计算机软件提示，依次选择“发射光谱”模式—默认系统当前波长为 600nm，选择“资源”菜单栏下的“高压校准”，电压范围 0~5V，双击图示曲线选择包括 600V 在内的两个高压值，例如 200、800、保存后退出；选择“任务”菜单栏中的“系统定位”，（注：定位时系统默认 250V 负高压值不需要改变。）；定位结束后选择“任务”中的“强度扫描”，将“起始波长、终止波长、扫描步幅、负高压”分别更改为“300、630、0.5、600”，点击“设定”，此时屏幕右下角的“负高压”值更改为“600”左右，点击“确定”，数据开始采集。

（二）数据处理：

1、各谱线波长测定后，换算成波数，对于同一线系的相邻谱线，有：

$$\nu_n = \nu_\infty - R / (n - \mu_l)^2 \quad (1-1-13)$$

$$\nu_{n+1} = \nu_\infty - R / (n + 1 - \mu_l)^2 \quad (1-1-14)$$

式中， ν_∞ 是 n 趋于无穷时，该线系的线系限波数。所以同一线系中相邻两条谱线的波数差为：

$$\Delta\nu_n = \nu_{n+1} - \nu_n = T(n^*) - T(n^* + 1) \quad (1-1-15)$$

$\Delta\nu_n$ 为 n^* 的单值函数，由一系列的 $\Delta\nu_n$ 的值解出 n^* 。借助里伯德项值表，由 $\Delta\nu_n$ 查出相应的 n^* 及光谱项 $T(n^*)$ 的值。

做里伯德常数表时，令 $n^* = m + a$ 这样：

$$\Delta\nu_n = \frac{R}{(m + a)^2} - \frac{R}{(m' + a)^2} \quad (1-1-16)$$

使用该项值表时，可由 $\Delta\nu_n$ 的值，查出相应的 $n^* = m + 1$ 以及光谱项 $T(n^*)$ 。

2、利用上面式子，计算出个线系的线系限波数的平均值 ν_∞ ，由主线系的线系限波数可确定基态（3S）的能量，由两个辅线系的线系限可确定第一激发态（3P）的能量：

$$E = -\nu_\infty hc \quad (1-1-17)$$

其它激发态的能量为： $E_n = -\hbar c T(n) = \hbar c (\nu_n - \nu_\infty)$

这样可以由主线系定出nP各能级的能量，由第一辅线系定出nD态各能级能量。以S、P、D为例，以能量为纵坐标，按比例画出各相应有效主量子数的能级，把氢原子能级按照相同的比例画在钠原子能级图旁。从氢原子巴耳末线系求得各能级主量子数已知数，把钠原子的各能级与其比较，确定钠原子各能级的主量子数。由于在角量子数较大时，钠原子类似与氢原子。主量子数相同时，钠原子与氢原子的能级能量相近。所以首先把各D能级与氢原子能级比较，确定各D能级的主量子数n，从D开始，具有相同主量子数的P能级和S能级的能量逐次降低，由此可以确定钠原子各能级的主量子数。

由: $\mu_l = n - n^*$ 求出 l 相同的量子缺, 并取平均值作为 ν_s , ν_p , ν_d , 求出各线系的能量跃迁公式。

思考题:

- 1、钠原子光谱项中, 量子缺产生的原因是什么? 它对钠原子能级有何影响?
- 2、如何由拍得的光谱辨认各谱线系, 并由此确认各谱线的光谱项值和计算量子缺?

实验 1—2 夫兰克-赫兹实验

1913 年，丹麦物理学家玻尔 (N.Bohr) 在卢瑟福原子核式模型的基础上，结合普朗克的量子理论，成功地解释了原子的稳定性和原子的线状光谱理论，玻尔因此获得 1923 年的诺贝尔物理学奖。而与玻尔量子理论发表几乎同时，夫兰克 (J.Frank) 和赫兹 (G.Hertz) 用慢电子与稀薄气体原子碰撞的方法，使原子从低能级激发到较高能级。通过测量电子和原子碰撞时交换某一定值的能量，直接证明了原子内部量子化能级的存在，证明了原子发生跃迁时吸收和发射的能量是完全确定的、不连续的，给玻尔的原子理论提供了直接的而且是独立于光谱研究方法的实验证据。由于此项卓越的成就，他俩获得了 1925 年的诺贝尔物理学奖。

夫兰克—赫兹实验至今仍是探索原子结构的重要手段之一，实验中用的“拒斥电压”筛去小能量电子的方法，已成为广泛应用的实验技术。

一、实验目的

通过测定氩原子等元素的第一激发电位（即中肯电位），证明原子能级的存在。

二、实验仪器

FH-2 智能夫兰克—赫兹实验仪，示波器。

三、实验原理：

(一) 原理简介

1913 年玻尔提出了新的原子理论。根据玻尔理论。原子只能较长久地停留在一些稳定状态（即定态），其中每一状态对应于一定的能量值，各定态的能量是分立的。原子只能吸收或辐射相当于两定态间能量差的能量。如果处于基态的原子要发生状态改变，所具备的能量不能少于原子从基态跃迁到第一激发态时所需要的能量。

夫兰克—赫兹实验是通过具有一定能量的电子与原子碰撞，进行能量交换而实现原子从基态到高能态的跃迁。设汞原子的基态能量为 E_1 ，第一激发态的能量为 E_2 ，初速为零的电子在电位差为 V_0 的加速电场作用下，获得能量为 eV_0 ，具有这种能量的电子与汞原子发生碰撞，当电子能量： $eV_0 < E_2 - E_1$ 时，电子与汞原子只能发生弹性碰撞，由于电子质量比汞原子质量小得多，电子能量损失很少。如果 $eV_0 > E_2 - E_1$ ，则电子与汞原子会产生非弹性碰撞、汞原子从电子中取得能量 ΔE 而由基态跃迁到第一激发态， $eV = \Delta E$ 。相应的电

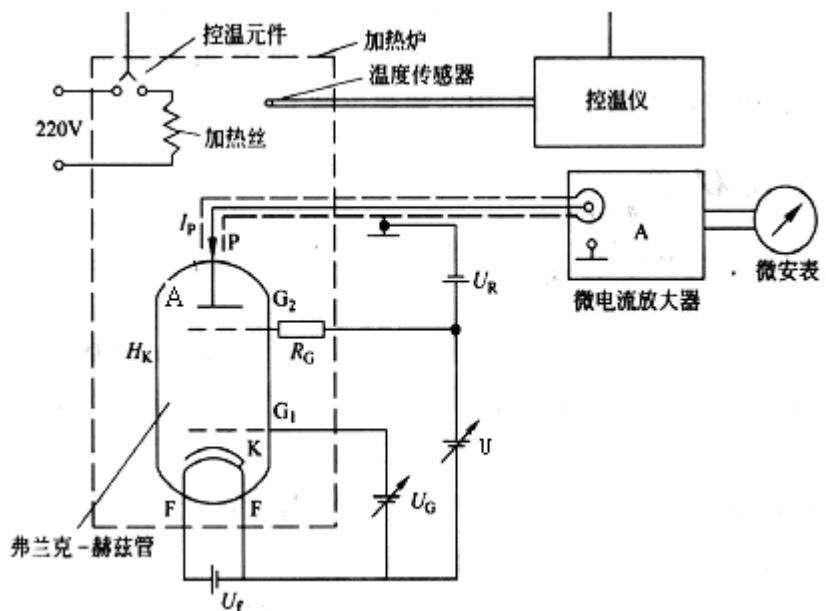


图 1—2—1 夫兰克—赫兹实验原理图

位差 V , 即为汞原子的第一激发电位。夫兰克—赫兹实验原理如图 1—2—1 所示,

在充汞的夫兰克—赫兹管中, 电子由热阴极发出, 阴极 K 和栅极 G_2 之间的加速电压 U , 使电子加速。在极板 A 和栅极 G_2 之间加有减速电压 U_R , 管内电位分布如图 1—2—2 所示,

当电子通过 KG_2 空间进入 G_2A 空间时。如果能量大于 eU_R , 就能达到板极形成板流。电子在 KG_2 空间与汞原子发生了非弹性碰撞后, 电子本身剩余的能量小于 eU_R 则电子不能到达板极, 板极电流将会随栅极电压增加而减少。实验时使 U 逐渐增加, 仔细观察板极电流的变化我们将观察到如图 1—2—3 所示的 I_A-U 曲线。

F-H 管内充汞, 灯丝加热 K 使其发射电子, U_G 控制通过 G_1 的电子数目, U 加速电子, G_1 、 G_2 空间较大, 提供足够的碰撞概率, A 接收电子, AG_2 加一扼止电压, 使失去动能的电子不能到达, 形成电流。随着 U 的增加, 电子能量增加。当电子与汞原子碰撞后还留下足够的能量, 可以克服 G_2A 空间的减速场而到达板极 A 时。板极电流又开始上升。如果电子在 KG_2 空间得到的能量 $eV=2\Delta E$ 时, 电子在 KG_2 空间会因二次弹性碰撞而失去能量, 而造成第二次板极电流下降。

在 U 较高的情况下, 电子在跑向栅极的路程中, 将与汞原子发生多次非弹性碰撞、只要 $U=nV$ ($n=1, 2, \dots$), 就发生这种碰撞。在 I_A-U 曲线上将出现多次下降。对于汞, 曲线上相邻两峰 (或谷) 对应的 U 之差, 即为原子的第一激发电位。如果汞原子从第一激发态又跃迁到基态, 这就应当有相同的能量以光的形式放出, 其波长可以计算出来。

本实验之所以用汞原子, 是因为它可以用调节温度控制的办法来控制 F—H 管内汞原子浓度, 从而达到调节电子与之碰撞的几率。若浓度太小, 则 I_A 的变化显现不出来; 若太大, 则绝大多数电子经多次碰撞后, 其能量都损失殆尽, 所以 I_A 的量子变化也显现不出来。只有合适的温度 T_c (浓度和碰撞几率), 电子从 K 至 A 的行途中有碰上原子的几率, 才能得到如图 1—2—3 所示的曲线。

从曲线上可以看出, 当 U 从 0 开始逐渐增到大于 U_R 的值后, I_A 才逐渐有增, 直至 U 增到一定值开始下降。这表明有一部分电子经非弹性碰撞的量子化能量损失以后折回了 G_2K 回路而不能到阳极 A。随后当 U 继续增加时, I_A 随 U 的增加而下降, 当 U 增到一定的值后, I_A 又开始上升。所以, 当电子在碰撞中有两次能量的量子化交换时, U 值在该点就有 I_A 的下降, 如此等等。即

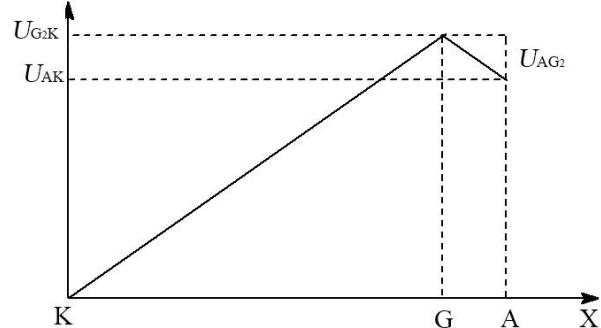


图 1—2—2 夫兰克—赫兹管管内电位分布

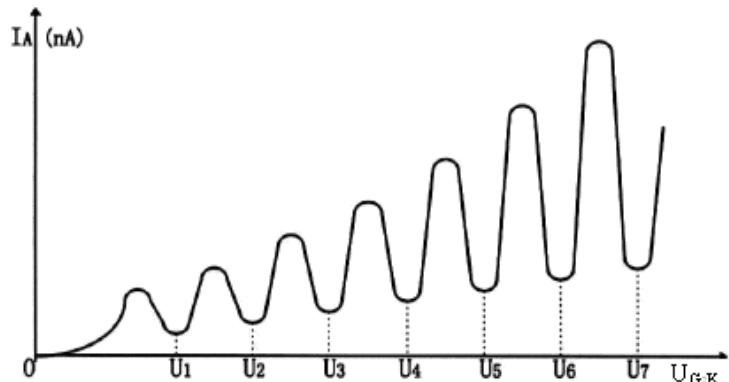


图 1—2—3 夫兰克—赫兹管的 I_A-V_{GK} 曲线

$$U_{n+1} - U_n = V \quad (1-2-1)$$

$$\bar{V} = \frac{1}{K} \sum_{n=1}^k |U_{n+1} - U_n| \quad (1-2-2)$$

式中 V 为一恒定值，它就是(汞)原子的第一电位。人们早就从光谱分析中知道原子并不存在多个差值恒定的量子化能级。所以 V 恒定就表明电子是与原子作多次碰撞后多次损失同一能量的结果。

(二) 影响实验的主要因素有：

1、接触差电位的影响

F-H管阴极、栅极和板极往往采用不同的金属材料，因此会产生接触电位差，使真正加到电子上的加速电压不等于 U ，而是 U 与接触电位差的代数和。所以接触电位差的存在会使 $I-U$ 曲线左右偏移。由于 K 与栅极 G 间存在着接触电位差，故应按 (1-2-1) 式和 (1-2-2) 式求 V 的值。

2、热电子发射的影响

由于阴极发出的热电子能量服从麦克斯韦统计分布规律，因此 $I-V_{GK}$ 曲线中板流的下降不是陡然的，而是在极大、极小值附近出现的“峰”、“谷”有一定宽度。

3、碰撞几率的影响

由于电子与稀薄汞原子碰撞有一定几率，即一部分电子与汞原子发生非弹性碰撞损失能量后，不能克服拒斥电压到达板极从而造成板流下降，而另一部分电子未与汞原子发生非弹性碰撞，因此能够到达板极形成板流，所以板极电流下降不为零；又因加速电压越高电子的能量就越大，电子与汞原子的碰撞几率就越小，因此“谷”点电流值随着加速电压的增大而增大。

4、炉温对实验的影响

(1) 炉温平均自由程 $\bar{\lambda}$ 的影响

炉温改变时，汞原子饱和蒸汽压 P 发生改变，从而引起电子与汞原子碰撞平均自由程 λ 的变化。温度 $t=150^\circ\text{C}$ 时，电子热运动平均速率的数量级为 $V_e \approx 10^5 \text{ ms}^{-1}$ ，而蒸汽中汞原子热运动平均速率的数量级为 $V_{Hg} \approx 10^2 \text{ ms}^{-1}$ ，所以，在研究电子与原子碰撞，可认为汞原子不动。与汞原子相比，电子的尺寸很小，可用图 1-2-4 所示的模型计算一个电子在单位时间内与汞原子碰撞的次数

$$Z = \pi r^2 \bar{V}_e n_0 \quad (1-2-3)$$

式中 r 为汞原子半径， n_0 为汞原子密度。

电子的平均自由程

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{V}_e}{Z} = \frac{1}{\pi I^2 n_0} \quad (1-2-4)$$

由分子物理可知 $n_0 = P/RT$ 代入上式得：

$$\bar{\lambda} = \frac{KT}{\pi IP^2} \quad (1-2-5)$$

式中 T 是汞蒸汽温度 (K), P 是饱和汞蒸汽压强。

已知汞原子的半径 $r=1.49 \times 10^{-10} \text{m}$;
 $K=1.38 \times 10^{-23} \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ 。100°C、150°C、200°C
 下的饱和汞蒸汽压 P 分别为 35.996、
 373.296、2306.436Pa。

(2) 炉温的大小决定汞原子低能级或高能级的激发。

在 K、G 空间的加速电场中，电子在每个平均自由程内，获得的能量为

$$W = eE\lambda \quad (1-2-6)$$

E 为 K、G 空间加速电场的场强， e 为电子电量。温度较高时，平均自由程短 (150°C 时， $\lambda \approx 0.2 \text{mm}$)， W 值较小，因而激发汞原子较低的能级的几率大；反之，温度较低，则 λ 大 (100°C 时， $\lambda \approx 2 \text{mm}$)， W 值较大，电子有可能去激发汞原子较高能级乃至使汞原子电离。因此，在 F-H 管中激发的是什么跃迁，取决于温度的控制。一般测量激发电位的温度控制在 150~180°C。原子跃迁不是任意的，要遵守一定的选择定则，这可从分析与本实验有关的汞原子能级跃迁看出。

目前，从安全等方面考虑，实验室基本都是用氩原子来做夫兰克-赫兹实验。

本实验就是要通过实际测量来证实原子能级的存在，并测出氩原子的第一激发电位 (公认值为 $V = 11.61 \text{V}$)。

原子处于激发态是不稳定的。在实验中被慢电子轰击到第一激发态的原子要跳回基态，进行这种反跃迁时，就应该有 eU_0 电子伏特的能量发射出来。反跃迁时，原子是以放出光量子的形式向外辐射能量。这种光辐射的波长为

$$eV = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \quad (1-2-7)$$

对于氩原子 $\lambda = \frac{hc}{eV} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^8}{1.6 \times 10^{19} \times 11.5} \text{m} = 108 \text{\AA}$

如果夫兰克-赫兹管中充以其他元素，则可以得到它们的第一激发电位 (表 1-2-1)

表 1-2-1 几种元素的第一激发电位

Element	Sodium (Na)	Potassium (K)	Lithium (Li)	Magnesium (Mg)	Mercury (Hg)	Helium (He)	Neon (Ne)
V (V)	2.12	1.63	1.84	3.2	4.9	21.2	18.6
λ (\AA)	5898 5896	7664 7699	6707.8	4571	2500	584.3	640.2

四、实验内容及步骤

1、准备

1.1 熟悉实验仪使用方法 (见附录 1)

1.2 按照附录 2 要求连接夫兰克-赫兹管各组工作电源线，检查无误后开机。将实验仪预热 20~30 分钟。

开机后的初始状态如下：

◆ 实验仪的“1mA”电流档位指示灯亮，表明此时电流的量程为 1mA 档；电流显示

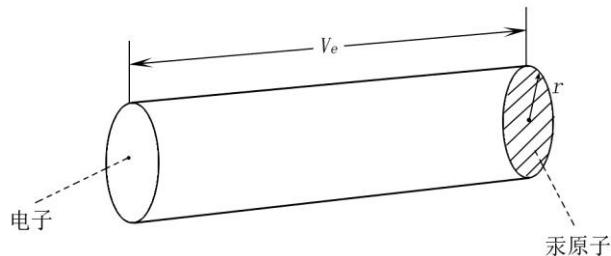


图 1-2-4 碰撞模型

值为 0000. (10^{-7} A);

◆ 实验仪的“灯丝电压”档位指示灯亮，表明此时修改的电压为灯丝电压；电压显示值为 000.0V；最后一位在闪动，表明现在修改位为最后一位；

◆ “手动”指示灯亮。表明仪器工作正常。

2、氩元素的第一激发电位测量

2.1 手动测试

a、设置仪器为“手动”工作状态，按“手动/自动”键，“手动”指示灯亮。

b、设定电流量程（电流量程可参考机箱盖上提供的数据），按下相应电流量程键，对应的量程指示灯点亮。

c、设定电压源的电压值（设定值可参考机箱盖上提供的数据），用 \downarrow/\uparrow , \leftarrow/\rightarrow 键完成，需设定的电压源有：灯丝电压 V_F 、第一加速电压 V_{G1K} 、拒斥电压 V_{G2A} 。

d、按下“启动”键，实验开始。用 \downarrow/\uparrow , \leftarrow/\rightarrow 键完成 V_{G2K} 电压值的调节，从 0.0V 起，按步长 1V（或 0.5V）的电压值调节电压源 V_{G2K} ，同步记录 V_{G2K} 值和对应的 I_A 值，同时仔细观察夫兰克一赫兹管的板极电流值 I_A 的变化（可用示波器观察）。切记为保证实验数据的唯一性 V_{G2K} 电压必须从小到大单向调节，不可在过程中反复；记录完成最后一组数据后，立即将 V_{G2K} 电压快速归零。

e、重新启动

在手动测试的过程中，按下启动按键， V_{G2K} 的电压值将被设置为零，内部存储的测试数据被清除，示波器上显示的波形被清除，但 V_F 、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 、电流档位等的状态不发生改变。这时，操作者可以在该状态下重新进行测试，或修改状态后再进行测试。

建议：手动测试 I_A-V_{G2K} ，进行一次或修改 V_F 值再进行一次。

2.2 自动测试

智能夫兰克一赫兹实验仪除可以进行手动测试外，还可以进行自动测试。

进行自动测试时，实验仪将自动产生 V_{G2K} 扫描电压，完成整个测试过程；将示波器与实验仪相连接，在示波器上可看到夫兰克一赫兹管板极电流随 V_{G2K} 电压变化的波形。

a、自动测试状态设置

自动测试时 V_F 、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 及电流档位等状态设置的操作过程，夫兰克一赫兹管的连线操作过程与手动测试操作过程一样。

b、 V_{G2K} 扫描终止电压的设定

进行自动测试时，实验仪将自动产生 V_{G2K} 扫描电压。实验仪默认 V_{G2K} 扫描电压的初始值为零， V_{G2K} 扫描电压大约每 0.4 秒递增 0.2 伏。直到扫描终止电压。

要进行自动测试，必须设置电压 V_{G2K} 的扫描终止电压。

首先，将“手动 / 自动”测试键按下，自动测试指示灯亮；按下 V_{G2K} 电压源选择键， V_{G2K} 电压源选择指示灯亮；用 \downarrow/\uparrow , \leftarrow/\rightarrow 键完成 V_{G2K} 电压值的具体设定。 V_{G2K} 设定终止值建议以不超过 85V 为好。

c、自动测试启动

将电压源选择选为 V_{G2K} ，再按面板上的“启动”键，自动测试开始。

在自动测试过程中，观察扫描电压 V_{G2K} 与夫兰克一赫兹管板极电流的相关变化情况。（可通过示波器观察夫兰克一赫兹管板极电流 I_A 随扫描电压 V_{G2K} 变化的输出波形）。在自动测试过程中，为避免面板按键误操作，导致自动测试失败，面板上除“手动 / 自

动”按键外的所有按键都被屏蔽禁止。

d、自动测试过程正常结束

当扫描电压 V_{G2K} 的电压值大于设定的测试终止电压值后，实验仪将自动结束本次自动测试过程，进入数据查询工作状态。

测试数据保留在实验仪主机的存贮器中，供数据查询过程使用，所以，示波器仍可观测到本次测试数据所形成的波形。直到下次测试开始时才刷新存贮器的内容。

e、自动测试后的数据查询

自动测试过程正常结束后，实验仪进入数据查询工作状态。这时面板按键除测试电流指示区外，其他都已开启。自动测试指示灯亮，电流量程指示灯指示于本次测试的电流量程选择档位；各电压源选择按键可选择各电压源的电压值指示，其中 V_F 、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 三电压源只能显示原设定电压值，不能通过按键改变相应的电压值。用 \downarrow/\uparrow , \leftarrow/\rightarrow 键改变电压源 V_{G2K} 的指示值，就可查阅到在本次测试过程中，电压源 V_{G2K} 的扫描电压值为当前显示值时，对应的夫兰克—赫兹管板极电流值 I_A 的大小，记录 I_A 的峰、谷值和对应的 V_{G2K} 值（为便于作图，在 I_A 的峰、谷值附近需多取几点）。

f、中断自动测试过程

在自动测试过程中，只要按下“手动 / 自动键”，手动测试指示灯亮，实验仪就中断了自动测试过程，原设置的电压状态被清除。所有按键都被再次开启工作。这时可进行下一次的测试准备工作。

本次测试的数据依然保留在实验仪主机的存贮器中，直到下次测试开始时才被清除。所以，示波器仍会观测到部分波形。

g、结束查询过程回复初始状态

当需要结束查询过程时，只要按下“手动 / 自动”键，手动测试指示灯亮，查询过程结束，面板按键再次全部开启。原设置的电压状态被清除，实验仪存储的测试数据被清除，实验仪回复到初始状态。

建议：“自动测试”应变化两次 V_F 值，测量两组 I_A-V_{G2K} 数据。若实验时间允许，还可变化 V_{G1K} 、 V_{G2A} 进行多次 I_A-V_{G2K} 测试。

五、数据与结果

1、在坐标纸上描绘各组 I_A-V_{G2K} 数据对应曲线。

2、计算每两个相邻峰或谷所对应的 V_{G2K} 之差值 ΔV_{G2K} ，并求出其平均值 V 。将实验值 V 与氩的第一激发电位 $V=11.61V$ 比较，计算相对误差，并写出结果表达式。

3、请对不同工作条件下的各组曲线和对应的第一激发电位进行比较，分析哪些量发生了变化，哪些量基本不变，为什么？

六、仪器使用注意事项

1. 先不要开电源，各工作电源请按下图连接，千万不能错!!! 待老师检查后在打开电源。连线不正确极易损坏元器件！

2. 接通电源或实验开始过程中，若出现报警声（长笛声或断续笛音）时，应立即关闭主机电源并仔细检查面板连线。输出端短路时间不应超过 8S，否则会损坏元器件。

3. 实验仪工作参数的设置：

夫兰克—赫兹管除极易因电压设置不合适而遭受损坏外，若灯丝电压、 V_{G1K} 、 V_{G2A} 设置不当也不能获得理想的 I_A-V_{GK} 曲线。新管请按机箱上盖的标牌参数设置。若波形不理

想，可适量调节灯丝电压、 V_{G1K} 、 V_{G2A} （灯丝电压的调整建议先控制在标牌参数的±0.3V范围内小步进行，若波形幅度不好，再适量扩大调整范围），以获得较理想的波形。

灯丝电压不宜过高，否则加快 FH 管老化； V_{G2K} 不宜超过 85V，否则管子易被击穿。



图 1-2-5 仪器前面板接线图

六、思考与讨论

- 1、F—H 实验是如何观测到原子能级变化的？
- 2、当加速电压超过电离电位时，在什么情况下可使原子激发而不电离，实验时又如何使原子激发和电离的？
- 3、用逐差法求氩原子第一激发态电位平均值 V_c 时，对于逐差数据为奇数个的情况如何计算
- 4、本实验是用温度控制器来调节加热炉温度，以达到汞原子与电子碰撞的几率来完成的。若加热炉内温度在同一次数据测量中不恒定，对实验结果有何影响？
- 5、灯丝温度（即电压）增高对实验曲线有什么影响？
- 6、为什么 $I_A—U$ 曲线上的各谷点电流随 U 的增大而增大？

【附录 1】实验仪面板简介及操作说明

1. 夫兰克—赫兹实验仪前后面板说明
 1. 1、夫兰克—赫兹实验仪 前面板如图 1-2-6 所示，以功能划分为八个区：
 - 区〈1〉是夫兰克—赫兹管各输入电压连接插孔和板极电流输出插座；
 - 区〈2〉是夫兰克—赫兹管所需激励电压的输出连接插孔，注意：其中左侧输出孔为正极，右侧为负极；
 - 区〈3〉是测试电流显示区：其中，四个电流量程档位选择按键用于选择不同的最大电流量程档；
 - 区〈4〉是测试电压显示区：四个电压源选择按键用于选择不同的电压源；
 - 区〈5〉是测试信号输入输出区：电流输入插座输入夫兰克—赫兹管板极电流；信号输出和同步输出插座可将信号送示波器显示；
 - 区〈6〉是调整按键区，用于：改变当前电压源电压设定值；设置查询电压点；
 - 区〈7〉是工作状态指示区：通信指示灯指示实验仪与计算机的通信状态；启动按

键与工作方式按键共同完成多种操作；

区〈8〉是电源开关。

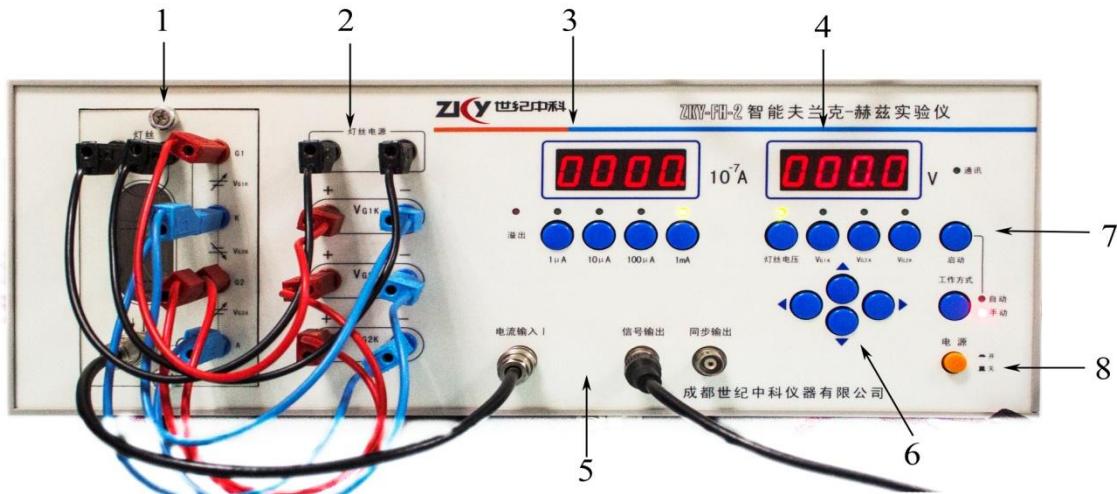


图 1-2-6 FH-2 智能夫兰克—赫兹实验仪面板图

2、基本操作：

2.1、夫兰克—赫兹实验仪连线说明

连接面板上的连接线(连线图见附录)。务必反复检查,切勿连错!!!

2.2、开机后的初始状态

开机后, 实验仪面板状态显示如下:

◆ 实验仪的“1mA”电流档位指示灯亮, 表明此时电流的量程为 1mA 档; 电流显示值为 $0000. \times 10^{-7} A$ 若最后一位不为 0, 属正常现象);

◆ 实验仪的“灯丝电压”档位指示灯亮, 表明此时修改的电压为灯丝电压; 电压显示值为 000.0V; 最后一位在闪动, 表明现在修改位为最后一位;

◆ “手动”指示灯亮, 表明此时实验操作方式为手动操作。

2.3 变换电流量程

如果想变换电流量程, 则按下在区〈3〉中的相应电流量程按键, 对应的量程指示灯点亮, 同时电流指示的小数点位置随之改变, 表明量程已变换。

2.4 变换电压源

如果想变换不同的电压, 则按下在区〈4〉中的相应电压源按键, 对应的电压源指示灯随之点亮, 表明电压源变换选择已完成, 可以对选择的电压源进行电压值设定和修改。

2.5 修改电压值

按下前面板区〈6〉上的 \leftarrow/\rightarrow 键, 当前电压的修改位将进行循环移动, 同时闪动位随之改变, 以提示目前修改的电压位置。

按下面板上的 \uparrow/\downarrow 键, 电压值在当前修改位递增/递减一个增量单位。

注意:

◆ 如果当前电压值加上一个单位电压值的和值超过了允许输出的最大电压值, 再按下 \uparrow 键, 电压值只能修改为最大电压值。

◆ 如果当前电压值减去一个单位电压值的差值小于零, 再按下 \downarrow 键, 电压值只能修改为零。

由于夫兰克—赫兹管使用过程中的衰老, 每只管子的最佳状态会发生变化, 有经验

的使用者可参照原参数在下列范围内重新设定标牌参数。

灯丝电压: DC0~6.3V, 第一栅压 V_{G1K} : DC0~5V, 第二栅压 V_{G2K} : DC0~85V, 拒斥电压 V_{G2A} : DC0~12V。

实验 1—3 吸收谱测量

利用物质分子或者离子对某一波长范围的吸收作用，对物质进行定性分析、定量分析、以及结构分析，所依据的光谱是分子或者离子吸收入射光中特定波长的光而产生的吸收光谱。按照所吸收的波长区域不同可以分为紫外分光光度法和可见分光光度法，合称为紫外—可见分光光度法。物质对光的吸收是选择性的，利用被测物质对某波长的光的吸收来了解物质的特性，这就是光谱法的基础。通过实验了解紫外—可见吸收光谱分析所依据的物理原理，初步掌握一种光谱分析方法，并初步掌握利用 origin 软件和 J-O 理论分析晶体的光学参数。

一、实验原理

光谱分析可以分为发射光谱分析和吸收光谱分析两大类。当构成物质的分子或原子受到激发而发光，产生的光谱称为发射光谱，发射光谱的谱线与组成物质的元素及其外围电子的结构有关。吸收光谱是指光通过物质被吸收后的光谱，吸收光谱则决定于物质的化学结构，与分子中的双键有关。物质对光的吸收，与其分子结构有密切关系，因而不同物质因结构的差异，产生不同的吸收光谱，亦即吸收曲线。

(一) 分子吸收谱的产生

分子吸收谱的形成机理是由于能级之间的跃迁所引起的，在分子中除了电子相对于原子核的运动外，还有原子核的相对振动和分子作为整体绕其质心的转动。分子的这三种运动状态都对应一定能级，它们之间的关系为：

$$\Delta E_{\text{电}} > \Delta E_{\text{振}} > \Delta E_{\text{转}}$$

处在同一电子能级的分子，可能由于振动能量的不同，处在不同的振动能级上。分子处在同一电子能级和振动能级时，可能由于转动能级的不同而处在不同的转动能级上。所以分子的总能量是三种能量的总和：

$$E_{\text{分子}} = E_{\text{电子}} + E_{\text{振动}} + E_{\text{转动}} \quad (1-3-1)$$

当用频率为 v 的光照射分子，而该分子的较高能级与较低能级之差 ΔE 恰好等于 hv 时，此时在微观上出现分子由较低能级跃迁到较高能级，在宏观上体现为光的强度变弱。若用一连续频率的光照射分子，将照射前后光强度的变化变为电信号记录下来，就可以得到一张光强度变化对波长的关系曲线。即分子吸收光谱图。

图 1—3—1 是双原子分子的能级示意图。从图中可看出，在同一电子能级中有几个振动能级，而在同一振动能级中又有几个转动能级。电子能级间的能量差一般为 1~20 电子伏特 (eV)。因此，由电子能级跃迁而产生的吸收光谱，位于紫外及可见光部分。这种由价电子跃迁而产生的分子光谱称为电子光谱。

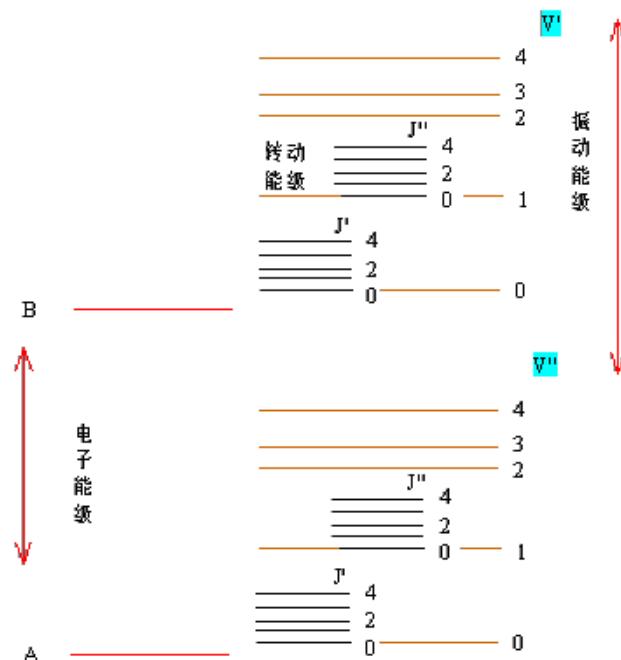


图 1—3—1 双原子分子中电子振动和转动能级示意图

A 和 B 为电子能级；

和 $V''(0,1,2,3,4)$ 为振动能级； $J'(0,1,2,3,4)$ 和 $J''(0,1,2,3,4)$ 为转动能级；

在电子能级变化时，不可避免地伴随着分子振动和转动的能级的变化。因此，分子的电子光谱通常比原子的线状光谱复杂得多，呈带状光谱。由分子振动能级(能级间的能量差约 $0.05\sim 1\text{eV}$)和转动能级(能级间的能量差小于 0.05eV)的跃迁而产生的吸收光谱，成为振动—转动光谱或红外吸收光谱。各种物质的分子对红外光的选择吸收与其分子结构密切相关，故红外吸收光谱法可应用于分子结构的研究。

(二) 光谱吸收曲线

测量某种物质对不同波长单色光的吸收程度，以波长为横坐标，吸光度为纵坐标作图，得到一条吸收光谱曲线或光吸收曲线，它能清楚地描述物质对光的吸收情况。光吸收程度最大处的波长叫做最大吸收波长，用 λ_{\max} 表示。吸收峰所处的波长位置，是由于产生谱带的跃迁能级间的能量差决定的。反映的是分子内能级的分布状况。

(三) 原子和分子吸收的区别

原子和分子吸收的仪器均由四大部分(光源，吸收池，单色器和检测器)组成。

但是，这两种吸收分析，就其吸收机理而言，存在着本质差异。分光光度法的本质是分子吸收。分子吸收是一种宽带吸收。带宽从几 \AA 到几十 \AA ，甚至更宽。所以，分光光度法使用连续谱光源(钨灯、氘灯)。而原子吸收是一种窄带吸收，或者人们常说的谱线吸收，吸收带宽仅有 $0.0x\text{\AA}$ 数量级。因此，原子吸收分析通常使用的是锐线光源。这两种吸收分析的吸收带宽相差成千上万倍。正因为吸收机理的差异，不仅造成它们的吸收条件不一样，而且具有各自不同的分析特点。原子吸收分析具备了发射光谱分析法和分光光度法的某些特点，而介于两者之间。它对某些元素的常规测定更有其独到之处，而这些元素(比如低含量的 Ca、Mg、Al 等)往往是分光光度法感到棘手的。

(四) 光吸收定律

光分为几种：单色光：单一波长的光。复色光：由不同波长组成的光。互补光：按适当的强度比例可混合成白光的两种单色光。

1、透光率和吸光度

当一束单色光通过均匀的媒质时，入射光强度为 I_0 ，吸收光强度为 I_a ，透射光强度为 I_t ，反射光强度为 I_r ，

$$\text{则: } I_0 = I_a + I_t + I_r \quad (1-3-2)$$

透射光的强度 I_t 与入射光强度 I_0 之比：

$$T = \frac{I_t}{I_0} \quad (1-3-3)$$

称为透光率。透光率的负对数

$$A = -\lg T = \lg \frac{I_0}{I_t} \quad (1-3-4)$$

称为吸光度。A 值越大表示它对光的吸收越大。

2、朗伯—比尔定律

朗伯定律：当一适当波长的单色光通过一固定浓度的溶液时，其吸光度与光通过的液层厚度成正比。

即

$$A = k_1 b \quad (1-3-5)$$

式中 b 为液层厚度, k_1 为比例系数, 它与被测物质性质、入射光波长、溶剂、溶液浓度及温度有关, Lambert 定律对所有的均匀介质都是适用的。

比尔定律: 当一适当波长的单色光通过溶液时, 若液层厚度一定, 则吸光度与溶液浓度成正比。

即:

$$A = k_2 c \quad (1-3-6)$$

式中 c 为物质的量浓度(或质量浓度), k_2 为与吸光物质种类、溶剂、入射光波长、液层厚度和溶液温度有关的常数。Beer 定律仅适用于单色光。

朗伯—比尔定律: 将 (1-3-5) 和 (1-3-6) 两式合并为:

$$A = ebc \quad (1-3-7)$$

式中 b 的单位为 cm, c 为物质的量浓度($\text{mol} \times \text{L}^{-1}$), e 为摩尔吸光系数, 单位为 $\text{L} \times \text{mol}^{-1} \times \text{cm}^{-1}$ 。若用质量浓度 $r(\text{g} \times \text{L}^{-1})$ 代替物质的量浓度 c , 则 $A = abr$, 式中的 a 为质量吸光系数, 单位为 $\text{L} \times \text{g}^{-1} \times \text{cm}^{-1}$ 。

朗伯—比尔定律是光吸收的基本定律, 是分光光度法的依据和基础。

二、实验配置

(一) 分光光度计及其基本部件

分光光度计一般按工作波长范围分类, 紫外、可见分光光度计主要应用于无机物和有机物含量的测定, 红外分光光度计主要用于结构分析。分光光度计又可分为单光束和双光束两类。

分光光度计的基本部件有: 光源、单色器、比色皿、检测器和显示装置, 下图是紫外—可见分光光度计的光路图:

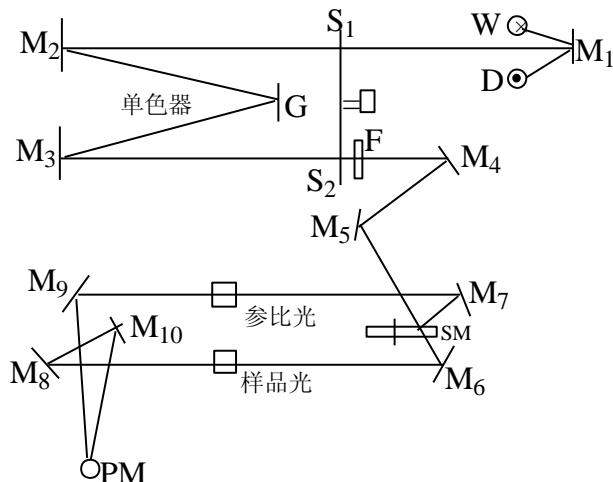


图 1-3-2 紫外—可见分光光度计的光路图

1、光源 通常用 6~12V 钨丝灯作可见光区的光源, 发出的连续光谱在 360~800 nm 范围内。氘灯主要为紫外区光源, 光源应该稳定, 即要求电源电压保持稳定。为此, 通常在仪器内同时配有电源稳压器。

2、单色器 单色器的作用是将光源发出的连续光谱分解为单色光的装置。分为棱镜和光栅。下图是单色器光路:

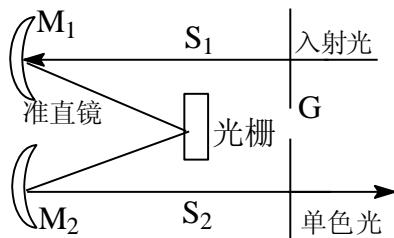


图 1-3-3 单色器光路

棱镜是根据光的折射原理而将复合光色散为不同波长的单色光，然后再让所需波长的光通过一个很窄的狭缝照射到吸收池上。它由玻璃或石英制成。玻璃棱镜用于可见光范围，石英棱镜则在紫外和可见光范围均可使用。

光栅是根据光的衍射和干涉原理将复合光色散为不同波长的单色光，然后再让所需波长的光通过狭缝照射到吸收池上。它的分辨率比棱镜大，可用的波长范围也较宽。

3、比色皿 也称吸收池。用于盛放试液的容器。它是由无色透明、耐腐蚀、化学性质相同、厚度相等的玻璃制成的，按其厚度分为 0.5cm，1cm，2cm，3cm 和 5cm。在可见光区测量吸光度时使用玻璃吸收池，紫外区则使用石英吸收池。使用比色皿时应注意保持清洁、透明，避免磨损透光面。

4、检测器 检测器的作用是接受从比色皿发出的透射光并转换成电信号进行测量。分为光电管和光电倍增管。

光电管是一个真空或充有少量惰性气体的二极管。阴极是金属做成的半圆筒，内侧涂有光敏物质，阳极为一金属丝。光电管依其对光敏感的波长范围不同分为红敏和紫敏两种。红敏光电管是在阴极表面涂银和氧化铯，适用波长范围为 625~1000nm；紫敏光电管是阴极表面涂锑和铯，适用波长范围为 200~625nm。光电倍增管是由光电管改进而成的。管中有若干个称为倍增极的附加电极。因此，可使光激发的电流得以放大，一个光子约产生 10⁶~10⁷ 个电子。它的灵敏度比光电管高 200 多倍。适用波长范围为 160~700nm。光电倍增管在现代的分光光度计中被广泛采用。

5、显示装置 显示装置的作用是把放大的信号以吸光度 A 或透射比 T 的方式显示或记录下来。

（二）测试样品

用 Nd:GdVO₄ 晶体或者类似晶体测量吸收谱。

三、实验内容与步骤

（一）实验步骤

1、在启动测试软件之前，将分光光度计开机，程序先进行自检，各项检查都正确，则进入软件，否则需要重新启动。

2、在测试之前先进行基线扫描，若基线没有问题在进行光谱测量。

3、基线扫描结束后，将样品放到支架上测试吸收谱或者透过谱。

（二）数据处理

1、将测得的吸收谱与溶液状态下 Nd 离子的吸收谱进行比较

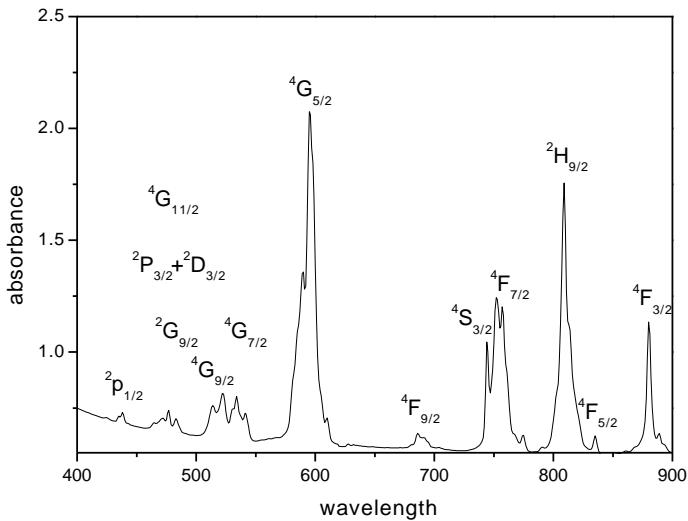


图 1—3—4 掺杂 Nd 晶体的吸收谱

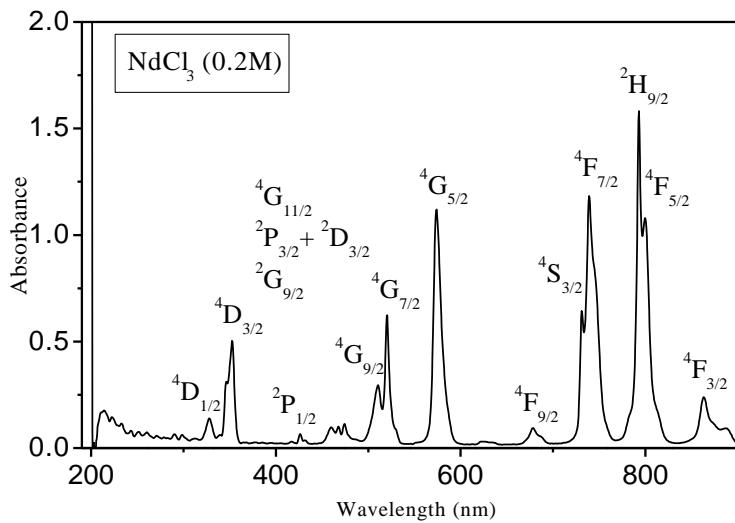


图 1—3—5 溶液状态下 Nd 离子的吸收谱

2、光学参数计算

在吸收谱中选择 5—6 各吸收带，根据 J—O 理论可以计算光学参数，利用下面的式子：

$$\int K(\lambda) d\lambda = N_J \frac{8\pi^3 e^2 \bar{\lambda}}{3hc} \frac{(n^2 + 2)^2}{9n} \frac{1}{(2J+1)} S_{\text{exp}}(J \rightarrow J') \quad (1-3-8)$$

$$\int K(\lambda) d\lambda = \int R(\lambda) d\lambda / (0.4343L) = N_J \frac{\pi e^2 \bar{\lambda}^2}{mc^2} P_{\text{exp}}(J \rightarrow J') \quad (1-3-9)$$

$$S_{\text{cal}}(J/J' \rightarrow J') = \sum_{t=2,4,6} \Omega_t \left| \langle 4f^n \psi J | U^{(t)} | 4f^n \psi' J' \rangle \right|^2 \quad (1-3-10)$$

$$\sigma_{abs}(\lambda) = \frac{R(\lambda)}{0.434 N_J L} \quad (1-3-11)$$

$\int K(\lambda)d\lambda$ 是积分的吸收系数， $\int R(\lambda)d\lambda$ 相当于吸收曲线下的面积， $S_{cal}(J/J' \rightarrow J')$ 是吸收光谱的线强度， $P_{exp}(J \rightarrow J')$ 是吸收带的振子强度。 λ 是中心波长， N_J 为稀土激活离子的平均浓度， e 为电子电荷， n 为 折射率， h 为普朗克常数， c 为光速， m 是电子质量， L 是透光样品的厚度。 Ωt 是唯象强度参数。 $| \langle 4f^n \psi J | U^{(t)} | 4f^n \psi' J' \rangle |^2$ 是跃迁的约化矩阵元（由实验室提供）。 $\sigma_{abs}(\lambda)$ 是微分吸收截面。

3、利用 origin 软件，计算得出线性强度和振子强度，并拟合得到唯象参数

补充：(1) ND 离子的基态末 ${}^4I_{9/2}$

(2) 计算折射率的公式中的波长单位为 um

其他地单位为：e=4.80324E-10 静电单位

c=2.99792E10 厘米/秒

h=6.62608E-27 尔格.秒

(3) Nd:GdVO₄ 的折射率拟合公式为如下式子：

$$n_0^2 = 3.8714 + 0.0604/(\lambda^2 - 0.06119) - 0.03961\lambda^2 \quad (1-3-12)$$

(4) 晶体的厚度为：l=0.4cm

(5) Nd 粒子平均浓度

$$N_0 = \frac{\frac{0.5}{100} \times 4}{0.72126 \times 0.72126 \times 0.63483} = 0.06056/\text{nm}^3$$

$$= 0.06056 \times 10^{21}/\text{cm}^3 \quad (1-3-13)$$

思考问题

1、为什么测试吸收谱前，要先进行基线扫描？

2、吸收谱中的峰值是由基态到激发态还是激发态到基态的跃迁造成的？

3、为什么计算光学参数的时候需要多选择几个吸收带？

附：钬玻璃的吸收光谱

稀土元素钬引入一定组成的玻璃中，使玻璃在紫外和可见光区域具有若干个特定的尖锐的吸收峰，这种钬玻璃的吸收峰波长位置稳定，主要用于分光光度计紫外和可见区域的波长定标。

在无机玻璃中掺入一定浓度稀土离子能获得各种不同光谱特性的稀土玻璃。钬离子与其他一些稀土元素离子一样，它在玻璃中具有若干特定的尖锐吸收峰，这是由于稀土离子的 4f 电子在内壳层不同能级之间跃迁而产生的。钬原子的电子层结构是

$1S^2, 2S^2, 2P^6, 3S^2, 3P^6, 3d^{10}, 4S^2, 4P^6, 4f^{11}, 5S^2, 5P^6, 6S^2$ 。钦离子的4f壳层受到外层 $5S, 6P$ 电子层的屏蔽，因此，晶体场的干扰比离子本身的自旋与轨道作用小得多，钦离子能级首先是多重态分裂，由Stark效应引起的能级分裂和移动是较小的，所以钦离子在晶体、溶液和玻璃中吸收光谱很相似，它的吸收峰可根据自由态钦离子的能级来推算和确定。

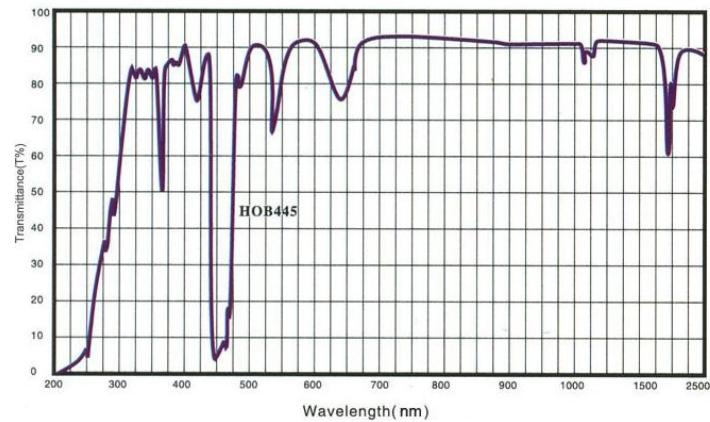


图 1-3-6 狄玻璃光谱图

实验 1—4 荧光谱测量

某些物质受到电磁辐射而激发时，它们能重新发射出相同或较长波长的光。这种现象称为光致发光，荧光是光致发光现象中最常见的类型。如果停止照射，则荧光很快($<10^{-6}$ s)地消失。通常所观察到的荧光现象是指物质吸收了波长较短的紫外光后发出波长较长的可见荧光。实际上，荧光现象并不限于上述情况。有些物质吸收了紫外光，仍然发出波长稍长的紫外荧光。有些物质吸收了比紫外光波长短得多的X射线，然后发出波长比所吸收的X射线的波长稍长的X射线荧光，据此而建立了X射线荧光分析法。通过测量荧光的强度，可用于定量测定许多无机和有机物质，它已成为一种很有用的分析方法，特别在生物化学方面有着广泛的应用。通过实验学习和掌握荧光光度计测定物质荧光光谱的原理和方法；熟悉荧光分光光度计的结构及使用方法；测量物质的荧光光谱。

一、实验原理

发光物质因引起发光的原因不同可分为：热致发光、光致发光、电场致发光、阴极射线发光、高能粒子发光及生物发光等多种发光方式。光致发光的原理是分子在吸收了光能后，从基能态跃迁到高能态，在它们再从高能态返回基能态时，以光能的形式向外释放之前吸收的外来能量，即光致发光所发生的光。

(一) 荧光的产生

物质吸收光能后所产生的光辐射称之为荧光和磷光单重态和三重态。分子中的电子运动包括分子轨道运动和分子自旋运动，分子中的电子自旋状态，可以用多重态 $2S+1$ 描述， S 为总自旋量子数。若分子中没有未配对的电子，即 $S=0$ ，则 $2S+1=1$ ，称为单重态；若分子中有两个自旋方向平行的未配对电子，即 $S=1$ ，则 $2S+1=3$ ，称为三重态。

大多数分子在室温时均处在电子基态的最低振动能级，当物质分子吸收了与它所具有的特征频率相一致的光子时，由原来的能级跃迁至第一电子激发态或第二电子激发态中各个不同振动能级，其后，大多数分子常迅速降落至第一电子激发态的最低振动能级，在这一过程中它们和周围的同类分子或其他分子撞击而消耗了能量，因而不发射光。过程如图1—4—1所示。

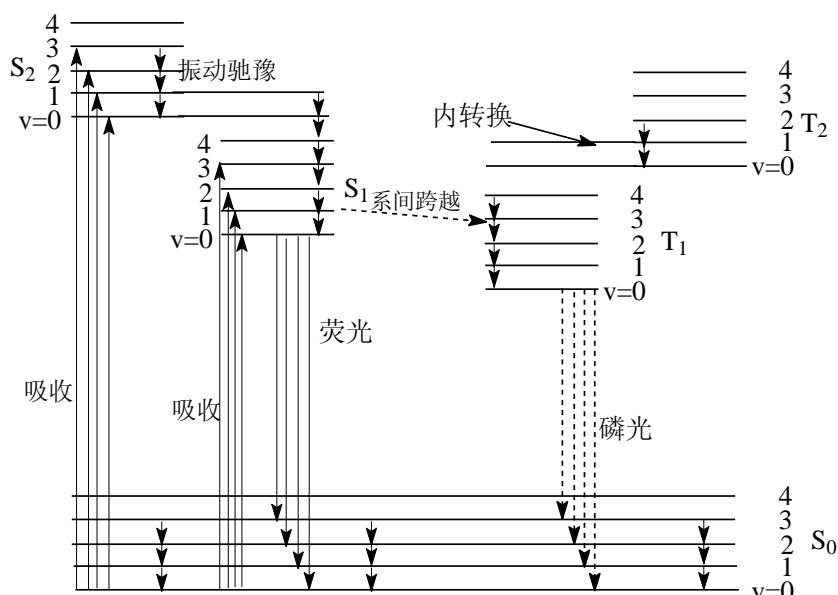


图 1—4—1 荧光光谱能级跃迁示意图

处在第一激发单重态的电子跃回基态各振动能级时，将产生荧光，在这一过程中除了荧光还有磷光，以及延迟荧光等，本次实验我们主要讨论荧光。荧光的产生在 10^{-7} — 10^9 s 内完成。荧光和磷光的根本区别：荧光是由激发单重态最低振动能层至基态各振动能层之间的跃迁产生的；而磷光是由激发三重态最低振动能层至基态各振动能层之间的跃迁产生的。

产生荧光的第一个必要条件是该物质的分子必须具有能吸收激发光的结构，通常是共轭双键结构；第二个条件是该分子必须具有一定程度的荧光效率。所谓荧光效率是荧光物质吸光后所发射的荧光量子数与吸收的激发光的量子数的比值。

（二）荧光光谱

荧光光谱：荧光光谱包括激发谱和发射谱两种。激发谱是荧光物质在不同波长的激发光作用下测得的某一波长处的荧光强度的变化情况，也就是不同波长的激发光的相对效率；发射谱则是某一固定波长的激发光作用下荧光强度在不同波长处的分布情况，也就是荧光中不同波长的光成分的相对强度。

既然激发谱是表示某种荧光物质在不同波长的激发光作用下所测得的同一波长下荧光强度的变化，而荧光的产生又与吸收有关，因此激发谱和吸收谱极为相似。但是激发光谱和吸收光谱不同，后者只说明材料的吸收，至于吸收后是否发完，就不一定了，因此将激发光谱与吸收光谱进行比较，可以判断哪种吸收对发光有用。由于激发态和基态有相似的振动能级分布，而且从基态的最低振动能级跃迁到第一电子激发态各振动能级的几率与由第一电子激发态的最低振动能级跃迁到基态各振动能级的几率也相近，因此吸收谱与发射谱呈镜象对称关系。

（三）有稀土离子的激光晶体的荧光谱

稀土离子激活的发光晶体在现代科学技术中有着广泛的应用。许多发光粉、上转换材料及激光材料就是掺稀土离子的。三价自由稀土离子的 $4f$ 组态的电子波函数具有相同的宇称，没有电偶极辐射和吸收。当三价稀土离子进入晶体后，看到了发光。对此有人解释为：静态晶体场引起相反宇称的组态混杂，并由此观点出发推导了跃迁几率表达式。因为，跃迁几率决定光谱线的强度，两个能级之间的跃迁几率，跃迁截面（吸收或发射截面），辐射寿命，荧光强度，荧光分支比，量子效率等，这些标志强度的参数都是十分重要的发光参数。但是它们的实际测量有时候不是很容易。如果能够计算出跃迁几率，这些参数就可以得到了。

现在以能级寿命为例进行简单的演绎说明。

设能级 E_2 上的离子数为 N_2 ，由于自发辐射 N_2 将随着时间减少。设时间 dt 内 N_2 的改变量为 dN_2 ，则：

$$dN_2 = -A_{21}N_2 dt \quad \text{或} \quad dN_2/N_2 = -A_{21}dt \quad (1-4-1)$$

$$\text{积分后: } N_2 = N_{20} \exp(-A_{21}t) \quad (1-4-2)$$

N_{20} 为 $t=0$ 时候的 N_2 值。上式表明 N_2 减少的快慢与几率系数 A_{21} 的大小有关， A_{21} 越大，则 N_2 减少越快。

A_{21} 具有时间倒数的量纲，它的倒数为：

$$\tau = \frac{1}{A_{21}} \quad \text{所以上式可以改写为: } N_2 = N_{20} \exp(-t/\tau) \quad (1-4-3)$$

τ 反映了粒子平均来说在能级 E_2 上停留时间的长短，它叫做粒子在该能级上的平均寿命， τ 也可理解为在能级 E_2 上的粒子数减少到开始的 $1/e$ ，所经历的时间。

各种原子的各个能级的寿命 τ 与原子的结构有关，一般激发态能级的寿命数据级别为 10^{-8} s，也有一些激发态的能级寿命特别长的，可达到 10^{-3} s 甚至 1s，这种寿命特别长的叫做亚稳态。在激光晶体中，压稳态在激光的产生过程中起着特殊的作用。

以上所讲只是与自发跃迁过程中对应的寿命，更确切的讲应叫能级的自然寿命。实际上由于原子间的碰撞或者其它外界干扰。都会使原子的跃迁几率大大增加，从而能级的实际寿命一般比自然寿命小几个数量级。

二、实验配置

进行分子荧光光谱分析的仪器称荧光分光光度计。它由 5 部分组成：光源；单色器；样品池；检测器；显示装置。WGY—10 型荧光分光光度计的光路图如图 1—4—2 所示：

光源：荧光分光光度计多采用氘灯作为光源，因它具有从短波紫外线到近红外线的基本上连续的光谱，以及性能稳定、寿命长等优点。近年来激光荧光分析应用日广，它采用激光器作为光源。

单色器：是从复合光色散出窄波带宽度光束的装置，由狭缝、镜子和色散元件组成。色散元件包括棱镜和光栅。荧光分光光度计有两个单色器：激发单色器和发射单色器。

试样容器：也称样品池，用于放置样品。光源、试样容器和探测器通常排成直角形，对于不透明的固体试样，则排成锐角形。

检测器：通常采用光电倍增管作为检测器。

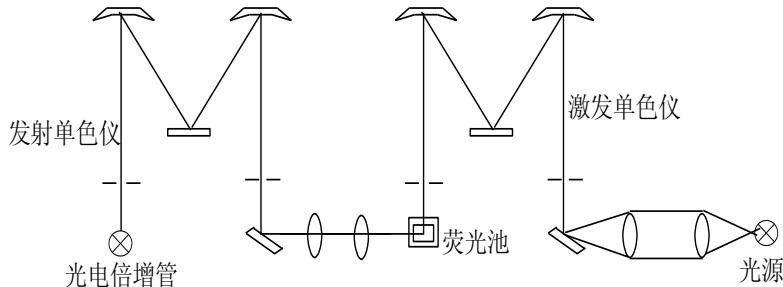


图 1—4—2 荧光分光光度计的光路图

显示装置：荧光分光光度计大多配有微处理机，其信号经处理后在屏上显示，并输给记录器记录。某些型号的荧光分光光度计，按下电键即可得出三维荧光光谱。

荧光分光光度计可分为单光束与双光束两种。在单光束荧光分光光度计中，光源发出的光经激发单色器单色化的光只有一束，照射在样品池上，样品发出的荧光经过发射单色器色散后照射在光电倍增管上。

三、实验内容与步骤

(一) 实验步骤

- 1、将荧光分光光度开机，预热 10 分钟左右，将样品放入样品池中，测量激发谱。（具体软件操作见说明书）

2、根据测得的激发谱，确定样品的激发波长，用此波长测量样品的发射谱。

(二) 实验内容

- 1、利用下面给定的公式，结合荧光发射谱，对下图中的几条辐射进行相关计算。

$$A(J'' \rightarrow J') = \frac{64\pi^4 e^2}{3h\lambda^3} \frac{n(n^2+2)^2}{9} \frac{1}{(2J''+1)} S(J'' \rightarrow J') \\ = \frac{8\pi^2 e^2 n^2}{mc\lambda^2} P_{cal}(J'' \rightarrow J') \quad (1-4-4)$$

$$\tau_{rad} = \frac{1}{\sum_{J'} A(J'' \rightarrow J')} \quad (1-4-5)$$

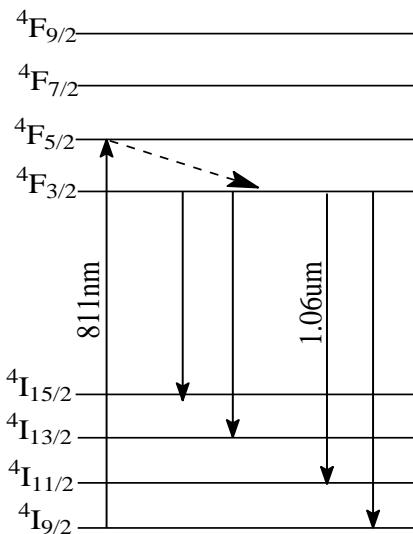


图 1-4-3 实际钕离子系统的跃迁能级示意图

$$\beta_{J''J'} = \frac{A(J'' \rightarrow J')}{\sum_{J'} A(J'' \rightarrow J')} \quad (1-4-6)$$

$$\sum(J'' \rightarrow J') = \frac{\bar{\lambda}^2}{8\pi cn^2} A(J'' \rightarrow J') \quad (1-4-7)$$

式中 $\sum_{J'} A(J'' \rightarrow J')$ 是自发辐射总跃迁几率， τ 是能级寿命， $\beta_{J''J'}$ 是荧光分支比， $\sum(J'' \rightarrow J')$ 是积分发射截面。 λ 是中心波长，e 为电子电荷，n 为 折射率，h 为普朗克常数，m 为电子质量。

思考题：

- 1、荧光谱与磷光谱有什么不同与相同？
- 2、荧光谱在分析物质特性是有什么用处？
- 3、激发谱和发射谱有什么不同之处？

实验 1-5 塞曼效应 Zeeman Effect

1896 年，塞曼 (Pieter Zeeman 1865-1943 荷兰物理学家) 在洛伦兹电磁理论指导下发现，当发光的光源放在足够强的外磁场中时，原来的一条光谱线分裂成波长靠得很近的几条偏振化的谱线，分裂的条数随能级的类别而不同，这种现象称为塞曼效应。塞曼效应是继法拉第效应和克尔效应之后被发现的第三个磁光效应，是物理学的重要发现之一。

通常人们把谱线在磁场中分裂为三条，两边的两条与中间一条的波数差正好是 $\frac{eB}{4\pi mc}$ (即一个洛伦兹单位 L) 的效应称为正常塞曼效应；而把谱线的分裂多于三条，谱线的裂距是洛伦兹单位 L 的简单分数倍的效应称为反常塞曼效应。它不能用经典理论解释，只有用量子理论才能得到满意的解释。实际上大多数谱线的塞曼分裂不是正常塞曼分裂。

1925 年，乌伦贝克和吉兹米特为了解释反常塞曼效应提出了电子自旋的假设，应用这一假设能很好地解释反常塞曼效应。也可以说，反常塞曼效应是电子自旋假设的有力证据之一。从塞曼效应的实验结果中可以得到有关能级分裂的数据，即由能级分裂的个数可以知道能级的 J 值，由能级的裂距可以知道 g 因子。因此直到今天塞曼效应仍是研究原子能级结构的重要方法之一。而反常塞曼效应的研究推动了量子理论的发展和实验手段的进步。近年来，在原子吸收光谱分析中用它来扣除背景，以提高分析的精度。在天文工作上，用塞曼效应来测量太阳和星体表面的磁场强度等。反常塞曼效应证实了原子具有磁矩的空间量子化，可以精确测定电子的荷质比。

一、预习提要

- (1) 什么是塞曼效应？分裂谱线与原子能级的关系如何？
- (2) 什么叫偏振光？它的分类和辨别方法有哪些？
- (3) 法布里—珀罗标准具的结构及其用途？
- (4) 如何观察塞曼效应的线偏振和圆偏振？

二、实验要求

- (1) 学习调节法布里—珀罗标准具的方法，养成严谨的科学实验态度。
- (2) 定性地观察塞曼效应现象，从而区分分裂谱线的成分；定量地测量分裂谱线 π 成分的直径，从而掌握一种计算荷质比的方法。

三、实验目的

1、通过对 Hg546.1nm 光谱线的塞曼效应的研究，观察磁场对谱线的影响(包括谱线分裂的数量和各分量的偏振态)；用 CCD 图像采集系统和计算机应用软件，测出 π 分量的 K=0 和 K=-1 级干涉图像的直径 D_k 、 D_a 、 D_b 、 D_c ，从而计算荷质比 e / m 。

2、学会使用法布里—珀罗 (Fabry—Perot) 标准具。

四、实验原理

1、原子的总磁矩与总动量矩的关系

原子中的电子由于做轨道运动和自旋运动，它们有轨道角动量 P_L 轨道磁矩 μ_L 及自旋角动量 P_s 和自旋磁矩 μ_s 。它们的关系为：

$$\mu_L = \frac{e}{2m} P_L \quad P_L = \sqrt{L(L+1)} \frac{\hbar}{2\pi}$$

$$\mu_S = \frac{e}{m} P_S \quad P_S = \sqrt{S(S+1)} \frac{\hbar}{2\pi}$$

式中 L, S 分别表示轨道量子数和自旋量子数, e, m 分别为电子的电荷和质量, 轨道磁矩和自旋磁矩合成原子的总磁矩。总磁矩在磁场中将受到力矩作用而绕磁场方向旋转。旋转引起的附加能量为

$$\Delta E = Mg \frac{eh}{4\pi m} B = Mg\mu_B B \quad (1-5-1)$$

式中 $\mu_B = \frac{eh}{4\pi m}$ 称为波尔磁子, M 是磁量子数, g 是朗德因子, B 是外磁场, 对 $L-S$

耦合

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (1-5-2)$$

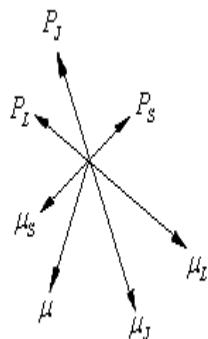


图 1-5-1 电子磁矩与角动量关系

它表征了原子的总磁矩与总角动量的关系, 而且决定了能级在磁场中分裂的大小。

2、外磁场对原子能级作用

原子的总磁矩在外磁场中受到力矩 L 的作用

$$L = \mu_J \times B \quad (1-5-3)$$

力矩 L 使总角动量发生旋转, 角动量的改变的方向就是力矩的方向。原受磁场作用而旋转所引起的附加能量 ΔE 为:

$$\Delta E = -\mu_J B \cos \alpha = g \frac{e}{2m} P_J B \cos \beta \quad (1-5-4)$$

其中角 α 和 β 互为补角, 其意义见图 1-5-2。

由于 μ_J 或 P_J 在磁场中的取向是量子化的, 也就是 β 角不是任意的, 式中的

$P_J \cos \beta$ 是 P_J 在磁场方向的分量, 也就是 P_J 在磁场方向的分量是量子化的, P_J 的分量只

能是 $\frac{h}{2\pi}$ 的整数倍。即

$$P_J \cos \beta = M \frac{h}{2\pi} \quad (1-5-5)$$

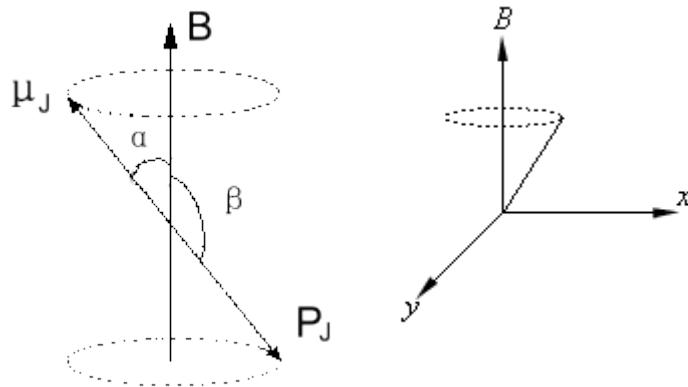


图 1-5-2 原子总磁矩受磁场作用发生的旋进

其中 M 称为磁量子数， $M=J, (J-1), \dots, -J$ ，共有 $2J+1$ 个 M 值。每个 M 值相当于 P_J 的一个可能取向，将 (1-5-5) 式代入到 (1-5-4) 式得：

$$\Delta E = g \frac{e}{2m} P_J B \cos \beta = Mg \frac{he}{4\pi m} B = Mg \mu_B B \quad (1-5-6)$$

这样，在无外磁场时的一个能级，在外磁场的作用下分裂成 $2J+1$ 个子能级。每个子能级的附加能量由 (1-5-6) 式决定，它正比于外磁场 B 和朗德因子 g 。

当 J 一定时， M 取值为： $-J, -J+1, \dots, J-1, J$ ，即只能取 $2J+1$ 个数值。也就是说由于外磁场作用，使原来的一个能级分裂成 $2J+1$ 个子能级，能级间隔为 $g\mu_B B$ 。每个能级附加能量与外磁场的感应强度 B 及朗德因子 g 成正比。

3、塞曼效应的选择定则

设某一光谱线是由能级 E_2 和 E_1 间的跃迁而产生，则其谱线的频率 ν 为：

$\hbar\nu = E_2 - E_1$ 。在磁场中，上下两能级一般都要分裂（也有不分裂的）， E_2 和 E_1 分别分裂为 $(2J_2 + 1)$ 和 $(2J_1 + 1)$ 个能级，附加的能量分别为 ΔE_2 和 ΔE_1 ，新的光谱线频率 ν' 同能级的关系为

$$\hbar\nu' = (E_2 + \Delta E_2) - (E_1 - \Delta E_1) = (E_2 - E_1) + (\Delta E_2 - \Delta E_1)$$

分裂谱线的频率差为：

$$\Delta\nu = \nu' - \nu = (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{eB}{4\pi nc}$$

上式若用波数差 $\Delta\tilde{\nu}$ 表示，有

$$\begin{aligned}\Delta \tilde{\nu} &= \frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda} \\ &= (M_2 g_2 - M_1 g_1) \frac{eB}{4\pi mc} = (M_2 g_2 - M_1 g_1) L\end{aligned}$$

对于 M 的选择定则为：

$$\Delta M = 0, \pm 1$$

当 $\Delta M = 0$ 时，垂直于磁场观察，产生 π 线，为振动平行于磁场的线偏振光 ($\Delta J = 0$ 时， $M_2 = 0 \rightarrow M_1 = 0$ 情况除外)。平行于磁场观察时强度为 0，即 π 成分不出现。

当 $\Delta M = \pm 1$ 时，垂直于磁场观察，产生 σ 线，为振动垂直于磁场的线偏振光。沿磁场指向方向观察时， $\Delta M = 1$ 是以磁场为正向的右旋圆偏振光(顺时针方向)，频率增加； $\Delta M = -1$ 是以磁场为正方向的左旋圆偏振光(逆时针方向)，频率减小。

例：钠 5890 \AA 谱线的塞曼效应。钠 5890 \AA 谱线是 ${}^2P_{\frac{3}{2}} \rightarrow {}^2S_{\frac{1}{2}}$ 跃迁的结果。能级分裂的大小和可能的跃迁如表 1-5-1 所示。

表 1-5-1

	g	M	Mg
${}^2P_{\frac{3}{2}}$	$\frac{4}{3}$	$\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$	$\pm \frac{2}{3}, \pm \frac{6}{3}$
${}^2S_{\frac{1}{2}}$	2	$\pm \frac{1}{2}$	± 1

其塞曼效应能级图如图 1-5-3 所示：

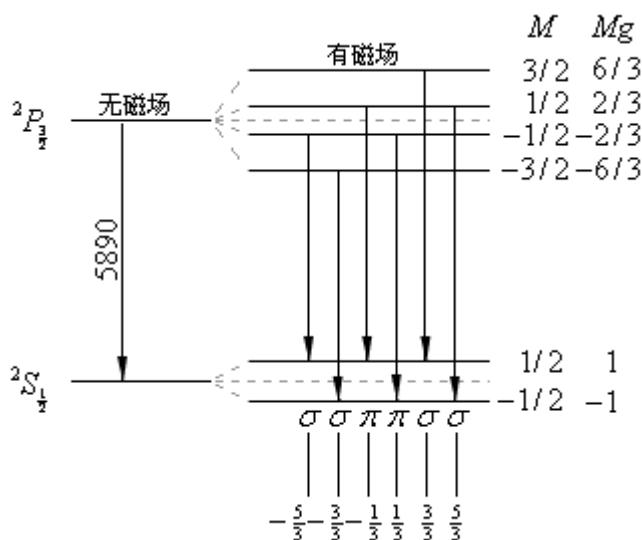


图 1-5-3 钠 5890 \AA 谱线塞曼分裂能级图

5890A 谱线在磁场中分裂为六条，垂直磁场观察时，中间两条线为 π 成份。两旁的四条线为 σ 成份，沿着磁场观察 π 成份不出现。对应的四条 σ 线分别为右圆偏振和左圆偏振。

对于汞的 546.1nm 谱线在外磁场的分裂属于反常塞曼效应，其由 $6s7s^3S_1$ 到 $6s6p^3P_2$ 跃迁产生的。能级分裂的大小和可能的跃迁如表 1-5-2 所示。

表 1-5-2

	g	M	Mg
3S_1	2	1, 0, -1	$\pm 2, 0$
3P_2	$\frac{3}{2}$	$\pm 2, \pm 1, 0$	$\pm 3, \pm \frac{3}{2}, 0$

其塞曼效应能级图如图 1-5-4 所示：

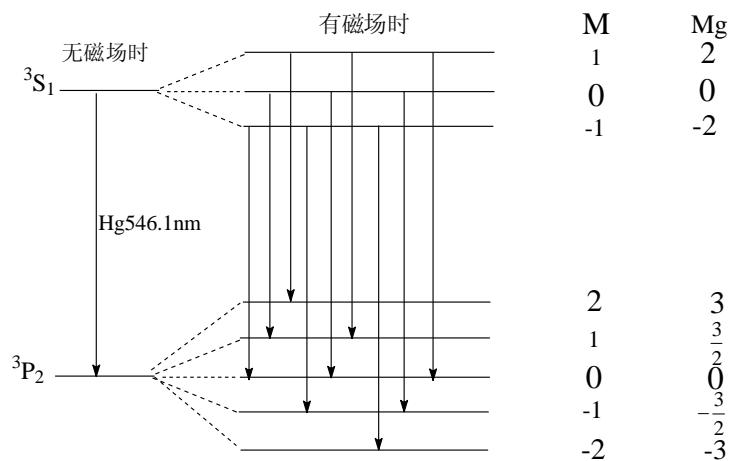


图 1-5-4 汞 5461 \AA 谱线塞曼分裂能级图

五、实验内容

1、实验仪器装置图：

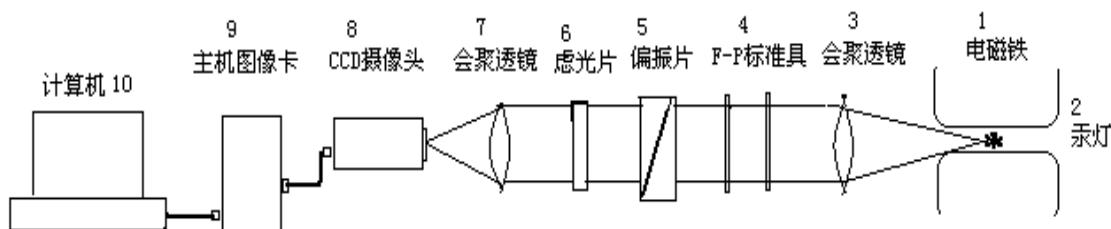


图 1-5-5 设备装置图

1. 电磁铁。 2.汞灯。 3.会聚透镜。 4. 法布里-珀罗标准具 5.偏振片。 6.透射干涉滤光片。 7.测微目镜。 8.CCD 图象传感器及镜头。 9.计算机图像卡 10.多媒体计算机
11.汞灯电源。 12.磁铁电源。

2、实物图：

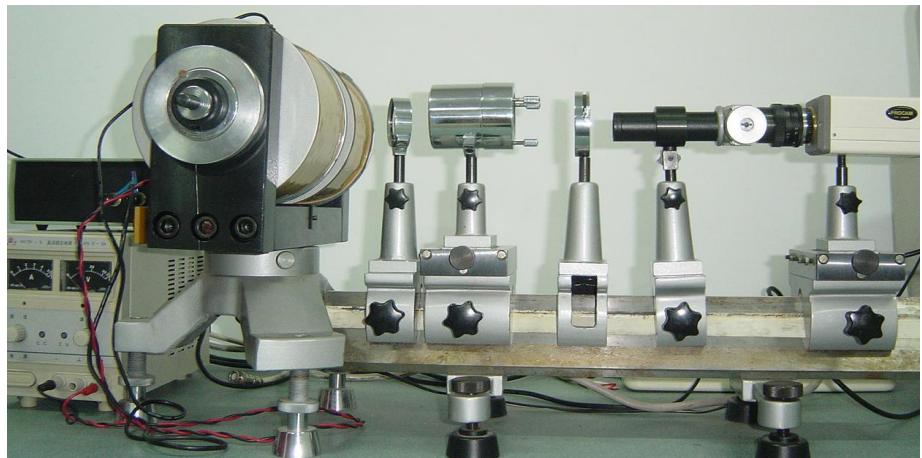


图 1-5-6 塞曼效应实验系统

塞曼效应的实验装置如图所示，本实验中，在电磁铁的两极之间放上一支水银辉光放电灯，其激发电压为 1500V，电磁铁用直流稳压电源供电，电流与磁场的关系可用高斯计进行测量，需要加磁场时，应慢慢调节自耦变压器，使磁场电流缓慢达到 2A~3A。注意磁场电流一般不准超过 3A，以免电磁铁电源烧坏。3 为会聚透镜，使通过标准具的光强增强。4 为 F-P 标准具。（已调节好，请同学们不要乱动。如果不合乎要求可以调节）。5 为偏振片，在垂直磁场方向观察时用以鉴别 π 成分和 σ 成份。在沿磁场方向观察时，（本实验中用的电磁铁，在沿磁场方向无孔，因此无法观察）用以鉴别左圆偏振和右圆偏振光。6 为透射干涉滤光片，根据实验中所观察的波长选择为 5461Å。7 测微目镜 8. CCD 图象传感器及镜头，该微摄像系统的核心器件是电荷耦合器件，简称 CCD (Charge Coupled Device)。自 1970 年发明以来，由于应用广泛，发展极为迅速。作为对光敏感的图象传感器，CCD 具有光电转换、电荷存储和电荷传输的功能。由面阵 CCD 制成的摄象头，可把经镜头聚焦到 CCD 表面的光学图象扫描变换为相应的电信号，经编码后输出 PAL 或其它制式的彩色全电视视频信号，此视频信号可由监视器或多媒体计算机接收并播放。9、10 多媒体计算机，采用联想机型，加装视频多媒体组件，工作于 Windows 操作环境。视频多媒体组件的核心是安装在主机中的多媒体图像采集卡，可将输入的 PAL 或 NTSC 制视频信号解码并转换为数字信息，此信息可用于在计算机显示器上同步显示所输入的电视图像，并可作进一步的分析处理。

本实验中用 CCD 作为光探测器，通过图象卡使 F-P 标准具的干涉花样成像在计算机显示器上，实验者可使用本实验专用的实时图像处理软件读取和处理实验数据。

图像处理软件简介（略）：实验课时可上机预习。

光从汞灯出发，先经过聚光镜，再经过滤光片，使中心波长 $\lambda = 5461\text{Å}$ 的汞灯谱线通过，射入 F-P 标准具，形成多光束干涉。

这些干涉光束通过偏振片，被测量望远镜系统接收，并成像于分化板上，通过测微目镜进行观察和测量。

在观察塞曼分裂时，一般光谱线最大的塞曼分裂仅有几个洛伦兹单位，用一般棱镜光谱仪观察是困难的。因此，我们在实验中采用高分辨率仪器，即法布里—珀罗标准具（简称 F-P 标准具）。

F—P 标准具的原理及性能

F—P 标准具是由两块平行玻璃板及中间的间隔圈组成的。平板玻璃内表面的平整度加工精度要求很高，一般达到 $\frac{1}{20}\lambda \sim \frac{1}{100}\lambda$ ，并且镀有高反射膜，膜的反射率高于 90%。间隔圈用膨胀系数很小的熔融石英材料（或钢钢）精加工成一定的厚度，用于保证两块平面玻璃板之间精确的平行度和稳定的间距。

F—P 标准具是多光束干涉装置，当一单色平行光束以小角度 φ 射入 F—P 标准具后，这束光在标准具的 A、B 两平行玻璃板的内表面之间经过多次反射，分成相互平行的多光束经透镜会聚后，在其焦平面上形成干涉条纹。如图 1-5-7 所示：

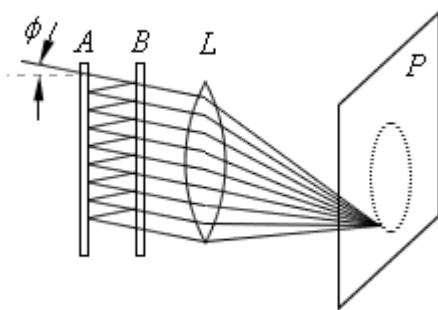


图 1-5-7 多光束干涉条纹的形成

设 A、B 两平面间的距离为 d ，空气折射率近似为 $n=1$ ，则相邻两光束的光程差为 $\Delta = 2d \cos \varphi$ 。产生干涉极大的条件为： $\Delta = 2d \cos \varphi = k\lambda$ ，式中 k 为整数，称为干涉序，满足 φ 角的光线，在幕上显示的干涉条纹为一圆环；由于标准具的间距 d 是固定的，在波长 λ 不变的条件下，不同的干涉序 k 对应不同的入射角 φ ，形成一系列的同心圆环。

由于标准具是多光束干涉，干涉花纹的宽度是非常细锐的，花纹越细锐表示仪器的分辨能力越高，这里介绍两个描述 F—P 标准具性能的特征常数。

F—P 标准具的特性参数

1、自由光谱范围 $\Delta\lambda$

设波长为 λ_1 和 λ_2 ($\lambda_2 < \lambda_1$) 的两光以相同的方向射到 F—P 标准具上，它们各产生一组同心圆环状的干涉亮条纹。对同一干涉级 (k)； λ_2 的干涉圆环的直径较 λ_1 的小些，如图 1-5-8 所示。

逐渐加大 λ_1 与 λ_2 的波长差，使 λ_2 的 $(k-1)$ 级亮环与 λ_1 的 k 级亮圆环重迭，即有： $k\lambda_1 = (k-1)\lambda_2$ 则 $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_2}{k}$ 。因为 k 是很大的数，可用中心花纹的序数代替即

$$\varphi \rightarrow 0 \quad 2d = k\lambda \quad k = \frac{2d}{\lambda} \text{ 则有 } \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d} \text{，用波数表示为： } \Delta v = \frac{1}{2d - \lambda}$$

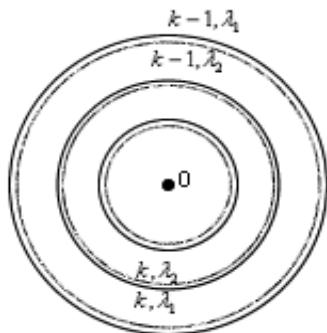


图 1-5-8 自由光谱范围示意图

以上二式为自由光谱区定义，也就是标准具的色散范围。它表征了标准具所允许的不同波长的干涉花纹不重序的最大波长差。若被研究的谱线差大于仪器的色散范围时，两套花纹之间就要发生重迭或错序。因此在使用标准具时，要根据研究对象的光谱范围来选择仪器的色散范围。

例如：若 F-P 标准具的间距 $d = 5\text{mm}$ ，对 $\lambda = 5461 \text{ \AA}^\circ$ 的情况， $\Delta\lambda = 0.3 \text{ \AA}^\circ$ 是标准具能分辨的最小波长差。可见 F-P 标准具只能研究很狭光谱范围的对象。

2、标准具的精细度 F(或叫分辨本领)：

$\Delta\lambda R$ 是标准具的色散范围。 $\Delta\lambda$ 是标准具能分辨的最小波长差。 R 为 F-P 板内表面的反射率。精细度的物理意义是相邻两个干涉序花纹之间能够被分辨的干涉花纹的最大数目。精细度只依赖于反射膜的反射率，反射率愈高，精细常数愈大，干涉亮环亦越细锐，F-P 标准具能够分辨的条纹数愈多，也就是仪器分辨本领愈高。即刚能被分辨的两相邻亮环的几何间隔越小，刚能被分辨的相应的两相邻波长的波长差 $\Delta\lambda$ 越小。通常定义 $\lambda/\Delta\lambda$ 为光谱分辨本领(或叫分辨率)。光谱的分辨本领与镀银面的反射系数密切相关，反射系数越大，分辨本领也越大。

$$\lambda/\Delta\lambda = kF$$

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

F 为标准具的精细常数，它随反射系数 R 而增加。为获得高分辨本领， R 须为 90% 以上。例如，对于 $d = 5\text{mm}$ ， $\lambda = 5461 \text{ \AA}^\circ$ ， $\lambda/\Delta\lambda = 5.5 \times 10^5$ ，得 $\Delta\lambda_R = 0.01 \text{ \AA}^\circ$ 。

可见，F-P 标准具是一种分辨本领很高的光学仪器。

实际上 F-P 板内表面加工精度有一定的误差，考虑反射膜不均匀等因素影响，往往使仪器的实际精细常数比理论值要小。

用标准具测量波长差的公式

用透镜把 F-P 标准具的干涉圆环成像在焦平面上，如图 1-5-9 所示：

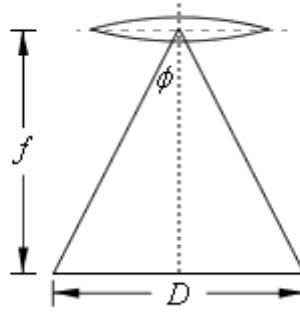


图 1-5-9 用 F—P 标准具测量波长差示意图

可见 $\frac{D}{2} = f \tan \varphi$ 。对于近中心圆环则

$$\tan \varphi \approx \sin \varphi \approx \varphi \quad \cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2}.$$

将 $\tan \varphi, \cos \varphi$ 代入 $\Delta = 2d \cos \varphi = k\lambda$ 中得：

$$2d \left(1 - \frac{D^2}{8f^2}\right) = k\lambda \quad (1-5-8)$$

由此式可见，干涉级次 k 与圆环的直径 D 的平方成线性关系，随着直径的增大，圆环将越来越密。

对于同一波长相邻级次 k 和 $k-1$ 圆环直径分别为 D_k 和 D_{k-1} ，其直径平方差

$$\Delta D^2 = D_{k-1}^2 - D_k^2 = \frac{4\lambda f^2}{d} \quad (1-5-9)$$

可见 ΔD^2 是与干涉级次 k 无关的常数。

对于同一级次有微小波长差的不同波长 $\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c$ 而言，可得 $\Delta\lambda_{ab}$ 、 $\Delta\lambda_{bc}$ 的关系为：

$$\Delta\lambda_{ab} = \frac{\lambda^2}{2d} \cdot \frac{D_b^2 - D_a^2}{D_{k-1}^2 - D_k^2}$$

$$\Delta\lambda_{bc} = \frac{\lambda^2}{2d} \cdot \frac{D_c^2 - D_b^2}{D_{k-1}^2 - D_k^2}$$

用波数表示时，

$$\Delta\tilde{\nu}_{ba} = \tilde{\nu}_b - \tilde{\nu}_a = \frac{1}{2d} \cdot \frac{D_b^2 - D_a^2}{D_{k-1}^2 - D_k^2} = \frac{1}{2d} \cdot \frac{\Delta D_{ba}^2}{\Delta D^2}$$

$$\Delta \tilde{v}_{cb} = \tilde{v}_c - \tilde{v}_b = \frac{1}{2d} \cdot \frac{D_c^2 - D_b^2}{D_{k-1}^2 - D_k^2} = \frac{1}{2d} \cdot \frac{\Delta D_{cb}^2}{\Delta D^2}$$

F—P 标准具的调整

标准具靠三个压紧的弹簧螺丝来调整两个内表面的平行度。

在光具座上适当调整标准具、透镜对光源的位置，使得在标准具反射片中心找到干涉环。如果标准具两个内表面严格平行，上下左右移动眼睛观察，花纹不随眼睛移动而变化。若眼睛移动过程中有冒出环及吸入环现象，表示标准具两内表面不平行；眼睛如果沿 d 增大的方向移动，则有干涉环冒出，那么便拧紧该方向的螺丝旋钮，或旋松另一侧的旋钮。水平和竖直两个方向反复调节后，用望远镜即可看到细锐均匀的干涉环。

六、实验步骤

1、实验前先进行理论分析。确定观测谱线各能级的量子数 L、S、J 及 M，计算朗德因子，按照选择定则确定可能的子能级及偏振态，画出塞曼分裂能级图。

2、调整光学系统：接通汞灯电源，在导轨上放好各光学部件，调节各部件的高度与位置，使之与灯源等高共轴；调整 F-P 标准具的镀银面平行，保证 5461 谱线的同心圆条纹清晰度和细锐稳定性。

F-P 标准具的调节

首先使导轨上个部件的光轴与汞灯在同一水平线上（聚光镜与滤色片已装在标准具内）。打开电源，点亮汞灯，在不加磁场的情况下观察显示屏上的干涉环，若不够清晰或不圆则需要调节标准具的三个螺钉和望远镜的焦距，直到屏上的圆环清晰，照度均匀，并且环的圆心在显示屏的中心。判断的标准是：从它的透射方向观察，可以看见一组同心干涉圆环。当观察的眼睛上下左右移动时，如果标准具两个内表面是严格平行的，即各处的 d 值相同，圆环的大小不随眼睛的移动而变化。若标准具两内表面成楔形（楔角很小），当眼睛移动的方向是 d 增大的方向，则有干涉圆环从中心“冒出来”，或中心处的圆环向外扩大。这时就把这个方向的螺丝压紧，或把相反方向的螺丝放松，经过这样多次的细心调节后，可达到圆环不随眼睛的移动而变化。

3、观察横向塞曼效应

打开磁场电源，选择合适的磁场强度，逐渐增大磁场电流，最大值不超过 3A，会看到圆环逐渐变粗，直到分裂成九条谱线。在标准具与望远镜之间放上偏振片，将偏振片的偏振方向分别置于水平和垂直方向，看看谱线的变化情况，分辨出哪些是 π 成分，哪些是 σ 成分。

4、观察与测量：用测量望远镜垂直磁场方向观察 Hg 5461 \AA 的塞曼效应，检查分裂谱线的偏振态，对垂直于磁场方向的现象进行观察：

- a. 先观察零场花样（不加磁场）；
- b. 然后再观察加磁场后的塞曼效应花样；
- c. 加放偏振片，调整偏振方向鉴别 π 成份和 σ 成份。

通过 CCD 采集至计算机，用处理软件记录下清晰的塞曼效应 π 成份图像。塞曼效应干涉环 π 成份图像的直径 D_k , D_{k-1} 等，可通过计算机图象处理软件直接测量。求出各分量的平均值，算出荷质比的平均值，并与基本物理常数 1896 年推荐值进行比较。（ $-e/m$

为 $1.75881962 * 10^{11}$ C/kg)

5、计算洛伦兹单位 L 的实验值，并与理论值比较。

6、电磁铁的磁场强度，可以在磁场电流 3A 以下任意选择。

7、F-P 标准具的 d 值由实验室给出。磁场强度可用高斯计或特斯拉计测得，或由场强推出。

七、注意事项

1、汞灯电压 1500 伏，暗室操作请注意安全。

2、在实验过程中用特斯拉计测量其数值。操作者注意不要佩戴机械表和电子表操作，以免带磁损坏手表。

3、所有光学元件应保持清洁，标准具和滤色片的光学面严禁触摸。

4、F-P 标准具已调节好，请同学们不要乱动。

5、磁铁工作电流不得超过 3A。

预习思考题

1. 整法布里-珀罗标准具时，常用眼睛上下左右移动来判断两个内表面是否严格平行。当眼睛向上移动时，若干干涉条纹从中心冒出，则应把上方的螺丝

- a. 压紧 b. 放松

2. 在实验中用偏振片观察和鉴别塞曼分裂谱线中的 π 成份和 σ 成份。当偏振片的偏振方向与磁场平行时，则观察到

- a. σ 成份 b. π 成份

3. 本实验中汞 546.1nm 谱线是由 6S7S 3S1 跃迁到 6S6P 3P2 产生的吗？

- a. 是 b. 否

4. 汞的 546.1nm 谱线在磁场中分裂为____条线，垂于磁场观察时，成分为____条线，成分为____条线。

- a. 2, 8, 5; b. 9, 2, 9; c. 9, 3, 6

复习思考题

1、在实验中，要沿磁场方向观察塞曼效应，应如何安排实验装置？观察到的干涉花样如何？

2、在本实验中，标准具中空气的状态参量是固定的，并且认为 $N=1$ 。如果将标准具密封，并且使其中的气体压强缓慢增加，试预测干涉花样的变化及其规律。

实验 1—6 顺磁共振

电子顺磁共振 (Electron Paramagnetic Resonance 简称 EPR) 或称电子自旋共振 (Electron Spin Resonance 简称 ESR) 是探测物质中未耦电子以及它们与周围原子相互作用的一种现代分析方法，它具有很高的灵敏度和分辨率，且具有测量过程中不破坏样品结构的优点。

自 1944 年物理学家扎伏伊斯基 (Zavoisky) 发现电子顺磁共振现象至今已有五十多年的历史，在过去的半个多世纪中，电子顺磁共振理论、实验技术、仪器结构性能等方面都有了很大发展，尤其是电子计算机技术和固体器件的使用，使共振谱仪的灵敏度、分辨率均有了巨大提高，从而进一步拓展了电子顺磁共振的研究和应用范围。这一现代分析方法在物理学、化学、生物学、医学、生命科学、材料学、地矿学和年代学等领域获得了越来越广泛的应用。本实验的目的是在了解电子自旋共振原理的基础上，学习用射频或微波频段检测电子自旋共振信号的检测方法，并测定 DPPH 中电子的朗德因子和共振线宽。

一 实验原理

原子的磁性来源于原子磁矩。由于原子核的磁矩很小，可以略去不计，所以原子的总磁矩由原子中各电子的轨道磁矩和自旋磁矩所决定。之前已谈到，原子的总磁矩 μ_J 与 P_J 总角动量之间满足如下关系：

$$\mu_J = -g \frac{\mu_B}{\hbar} P_J = \gamma P_J \quad (1-6-1)$$

式中 μ_B 为波尔磁子， \hbar 为约化普朗克常量。由上式可知，回磁比

$$\gamma = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \quad (1-6-2)$$

按照量子理论，电子的 $L-S$ 耦合结果，朗德因子

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (1-6-3)$$

由此可见，若原子的磁矩完全由电子自旋磁矩贡献 ($L=0, J=S$)，则 $g=2$ 。反之，若磁矩完全由电子的轨道磁矩所贡献 ($S=0, J=1$)，则 $g=1$ 。若自旋和轨道磁矩两者都有贡献，则 g 的值介乎 1 与 2 之间。因此，精确测定 g 的值便可判断电子运动的影响，从而有助于了解原子的结构。

将原子磁矩不为零的顺磁物质置于外磁场 B_0 中，则原子磁矩与外磁场相互作用能为

$$E = -\mu_J \cdot B_0 = -\gamma m \hbar B_0 = -mg \mu_B B_0 \quad (1-6-4)$$

那么，相邻磁能级之间的能量差

$$\Delta E = \gamma \hbar B_0 \quad (1-6-5)$$

如果垂直于外磁场 B_0 的方向上加一振幅值很小的交变磁场 $2B_0 \cos \omega_t$ ，当交变磁场的角频率 ω_t 满足共振条件

$$\hbar\omega = \Delta E = \gamma B_0 \hbar \quad (1-6-7)$$

时，则原子在相邻磁能级之间发生共振跃迁，这种现象称为电子自旋共振，又叫顺磁共振。在顺磁物质中，由于电子受到原子外部电荷的作用，使电子轨道平面发生旋转，电子的轨道角动量量子数 L 的平均值为 0。当作一级近似时，可以认为电子轨道角动量近似为零，因而顺磁物质中的磁矩主要是电子自旋磁矩的贡献。

本实验的样品为 DPPH (Di-Phehcryl Picryl Hydrazal)，化学名称是二苯基苦酸基联氨，其分子结构式为 $(C_6H_5)_2N-N(C_6H_5)(NO_2)_3$ ，如图 1-6-1 所示，它的第二个氮原子上存在一个未成对电子，构成有机自由基，实验观测的就是这类电子的磁共振现象。

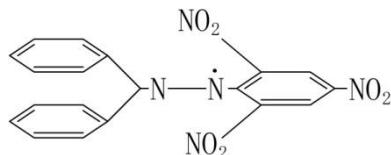


图 1-6-1 DPPH 结构图

实际上样品是一个含有大量不成对的电子自旋所组成的系统，他们在磁场中只分裂为两个赛曼能级。在热平衡时，分布于各赛曼能级上的粒子数服从玻尔兹曼分布，即低能级上的粒子数总比高能级的多一些。因此，即使粒子数因感应辐射由高能级跃迁到低能级的概率和粒子因感应吸收由低能级跃迁到高能级的概率相等，但由于低能级的粒子数比高能级的多，也是感应吸收占优势，从而观测不到共振现象，即所谓的饱和。但实际上共振现象仍可继续发生，这是驰豫过程在起作用，驰豫过程使整个系统有恢复到玻尔兹曼分布的趋势。两种作用的综合效应，使自旋系统达到动态平衡，电子自旋共振现象就能维持下去。

电子自旋共振也有两种驰豫过程。一是电子自旋与晶格交换能量，使得处在高能级的粒子把一部分能量传给晶格，从而返回低能级，这种作用称为自旋—晶格驰豫。自旋—晶格驰豫时间用 T_1 表征。二是自旋粒子相互之间交换能量，使他们的旋转相位趋于随机分布，这种作用称自旋—自旋驰豫。自旋—自旋驰豫时间用 T_2 表征。这个效应使共振谱线展宽， T_2 与谱线的半高宽 $\Delta\omega$ 有如下关系

$$\Delta\omega \approx \frac{2}{T_2} \quad (1-6-8)$$

故测定线宽后便可估算 T_2 的大小。

观察 ESR 所用的交变磁场的频率由恒定磁场 B_0 的大小决定，因此可在射频段或微波段进行 ESR 实验。下面分别对射频段和微波段 ESR 的实验装置和实验内容做介绍，读者可根据本实验室的仪器设备情况选读两者之一。

二 实验配置

微波电子顺磁共振仪由产生恒定磁场的电磁铁及电源，产生交变磁场的微波源和微波电路，带有待测样品的谐振腔以及电子顺磁共振信号的检测和显示系统等组成，图 1-6-2 是该谱仪的方框图。下面对微波源、可调矩形谐振腔、阻抗调配器和晶体检波器等做简单介绍，其它微波器件请参看微波实验的有关部分。

(一) 微波源

微波源可采用反射速调管微波源（图 1-6-2 中左边虚线连接的虚线框图所示）或固体

微波源。固体微波源具有寿命长、价格低以及直流电源结构简单的优点，同时能输出频率较稳定的微波。当用其作微波源时，电子顺磁共振的实验装置比采用速调管时的实验装置更为简单，因此固体微波源目前较常用。本实验中采用的微波源是固体微波源，其微波发射频率为9.37GHz。

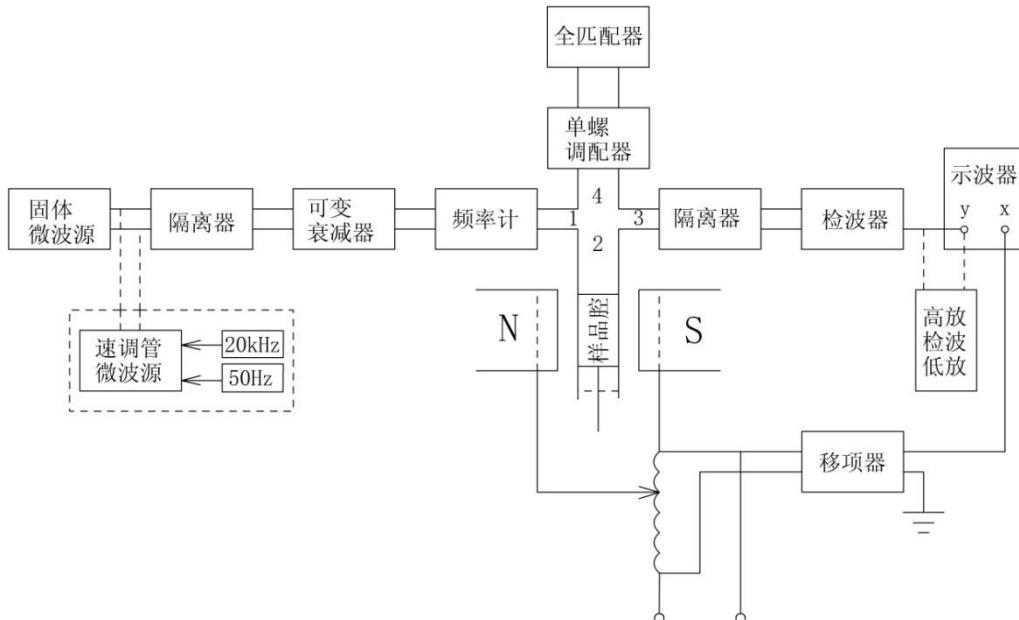


图 1-6-2 微波段电子顺磁共振谱仪方框图

(二) 环形器

环形器如图1-6-3所示，具有定向传输功能。

- 1输入，2输出无衰减，3输出衰减>30db；
- 2输入，3输出无衰减，1输出衰减>30db；
- 3输入，1输出无衰减，2输出衰减>30db。

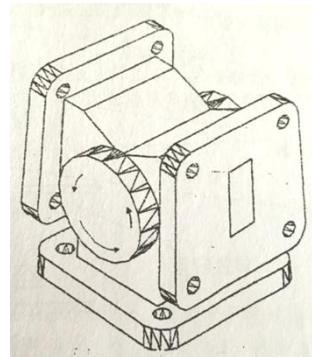


图1-6-3 环形器

可调的矩形谐振腔结构如图1-6-4所示，它既为样品提供线偏振磁场，同时又将样品吸收偏振磁场能量的信息传递出去。谐振腔的末端是可移动的活塞，调节其位置，可以改变谐振腔的长度，腔长可以从带游标的刻度连杆读出。为了保证样品处于微波磁场最强处，在谐振腔宽边正中央开了一条窄槽，通过机械传动装置可以使样品处于谐振腔中的任何位置。样品在谐振腔中的位置可以从窄边上的刻度直接读出。该图还画出了矩形谐振腔谐振时微波磁力线的分布示意图。

(四) 单螺调配器

单螺调配器是在波导宽边上开窄槽，槽中插入一个深度和位置都可以调节的金属探针，当改变探针穿伸到波导内的深度和

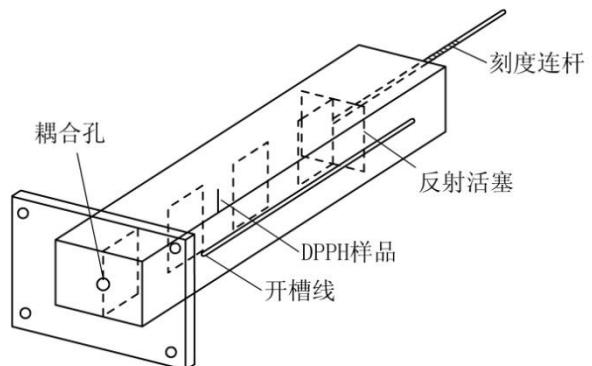


图 1-6-4 可调矩形谐振腔示意图

位置时，可以改变此臂反射波的幅值和相位。该元件的结构示意图如图1—6—5所示。

(五) 阻抗调配器

如图1-6-6所示，阻抗调配器是双轨臂波导元件，调节短路活塞可以改变波导元件的参数，它的主要作用是改变微波系统的负载状态，可以系统调节至匹配状态、容性负载、感性负载等不同状态。在微波顺磁共振中主要作用是观察吸收、色散信号。

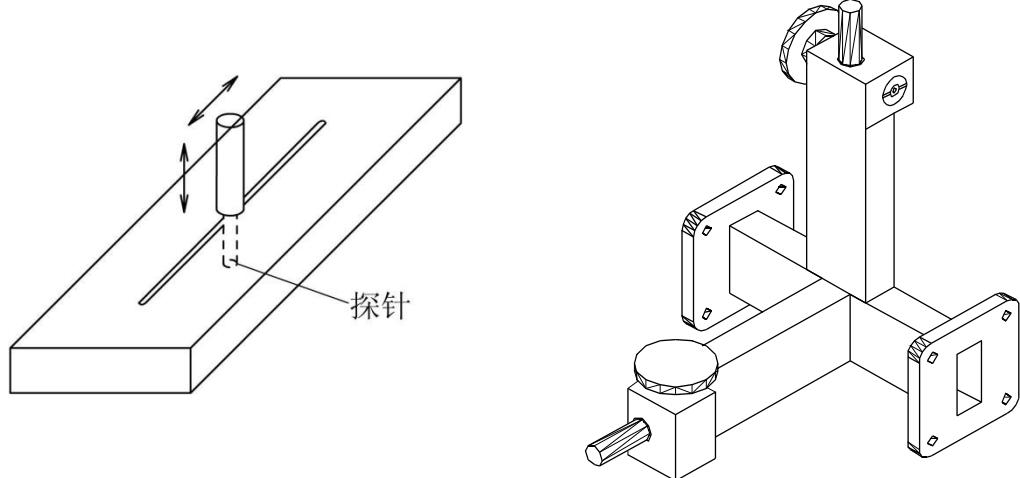


图1—6—5 单螺调配器示意图

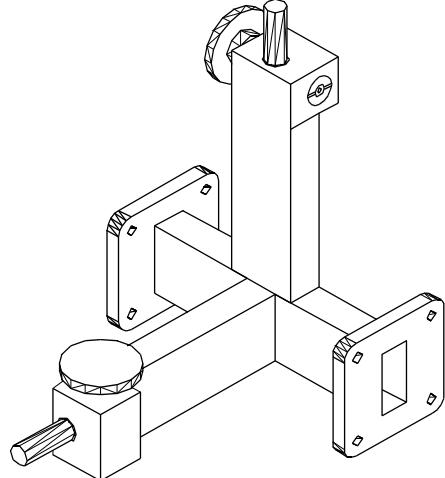


图 1—6—6 阻抗调配器

(六) 晶体检波器

晶体检波器由三个螺钉调配器、晶体管座和末端的短路活塞三部分组成，如图1-6-7所示，主要用于检测微波信号。跨接于矩形波导宽壁中心线上的点接触微波二极管（即晶体管检波器），其管轴沿TE₁₀波的最大电场方向，它将拾取到的微波信号整流（检波）。当微波信号是连续波，整流后的输出为直流。输出信号由与二极管相连的同轴线中心导体引出，接到相应的指示器如示波器测量时要反复调节波导终端的短路活塞的位置以及输入前段的三个螺钉的穿伸度，使检波电流达到最大值，以获得较高的测量灵敏度。

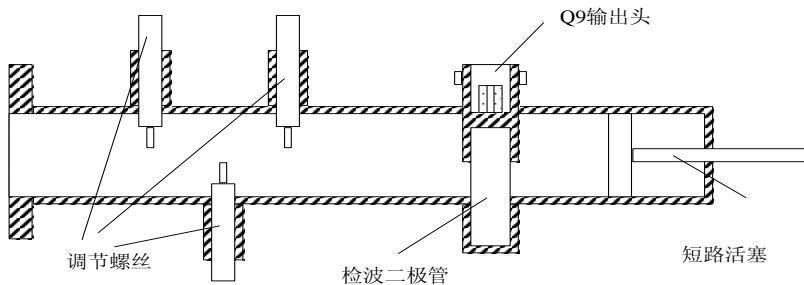


图 1—6—7 晶体检波器

三 实验内容和步骤

- (一) 检查实验装置并连接好线路，了解和熟悉仪器的使用和调节。
- (二) 按实验室说明书要求开启各部分仪器电源并使其进入工作状态。
- (三) 将DPPH样品插在直波导上的小孔中，打开电源，将示波器的输入通道打在直流(DC)档上。

(四) 调节检波器中的旋钮, 使直流 (DC) 信号输出最大。

(五) 调节短路活塞, 再使直流 (DC) 信号输出最小。反复调节检波器和短路活塞几次, 把仪器调到最佳的工作状态。

(六) 将示波器的输入通道打在交流 (AC) 档上。

(七) 这时在示波器就可以观察到共振信号, 但此时的信号不一定为最强, 可以再小范围的调节短路活塞与检波器, 也可以调节样品在磁场中的位置 (样品在磁场中心处为最佳状态), 使信号达到最佳的状态。

(八) 通过调节阻抗匹配器上的旋钮, 观察吸收或者色散波形。

(九) 用特斯拉计测量共振磁场 B_0 的大小, 由公式求出 g 因子。

(十) 如有时间, 读者可改变样品位置, 再次进行 ESR 实验, 探讨实验中有关问题。

思考题

1. 简述 ESR 的基本原理。

2. 在微波段 ESR 实验中, 应怎样调节微波系统才能搜索到共振信号? 为什么?

3. 计算求得的朗德因子是否有误差, 分析误差的来源。

附录: 微波基本测量技术

微波技术是第二次世界大战期间, 由于雷达的需要而发展起来的一门电子技术。现已在通讯、原子能技术、空间技术、量子电子学以及工农业生产等许多部门, 获得了广泛的应用。

微波基本知识

(一) 什么是微波

频率约在 $300-3 \times 10^5$ MHz 的电磁波称为微波, 对应的波长范围为 1 米至 1 毫米。

图 1-6-8 和表 1-6-1 是电磁波谱、微波波段的划分说明, 表 1-6-2 是无线电波谱的划分。

频率 (赫兹)	波长 (米)	波长
$3 \times 10^4 - 10^4$	10 公里	
$3 \times 10^5 - 10^3$	1 公里	
$3 \times 10^6 - 10^2$	100 米	
$3 \times 10^7 - 10^1$	10 米波	
$3 \times 10^8 - 10^0$	1 米	
$3 \times 10^9 - 10^{-1}$	100 毫米微	无线电波
$3 \times 10^{10} - 10^{-2}$	10 毫米	
$3 \times 10^{11} - 10^{-3}$	1 毫米波	
$3 \times 10^{12} - 10^{-4}$	100 微米	
$3 \times 10^{13} - 10^{-5}$	10 微米	
$3 \times 10^{14} - 10^{-6}$	1 微米	
$3 \times 10^{15} - 10^{-7}$	100 纳米	可见光
$3 \times 10^{16} - 10^{-8}$	10 纳米	
$3 \times 10^{17} - 10^{-9}$	1 纳米	
$3 \times 10^{18} - 10^{-10}$	100 皮米	γ 射线
$3 \times 10^{19} - 10^{-11}$	10 皮米	
$3 \times 10^{20} - 10^{-12}$	1 皮米	γ 射线
$3 \times 10^{21} - 10^{-13}$	100 飞米	宇宙射线
$3 \times 10^{22} - 10^{-14}$	10 飞米	
$3 \times 10^{23} - 10^{-15}$	1 飞米	
$3 \times 10^{24} - 10^{-16}$	100 阿米	

图 1-6-8 电磁波谱

表 1-6-1 微波段划分及传播方式

波段		波长	频率	传播方式
微波	米波	10m—1m	30MHz ~ 300MHz	近似直线传播
	分米波 (UHF)	1m—0.1m	300MHz ~ 3000MHz	
	厘米波	10cm—1cm	3000MHz ~ 30000MHz	直线传播
	毫米波	10mm—1mm	30000MHz ~ 300000MHz	

表 1-6-2 无线电波谱划分 (已被国际电信联盟 ITU 采纳) 表

超低频	U LF		
甚低频	V LF	3kHz— 30kHz	海下通信和导航系统
低频	L F	30kHz— 300kHz	通信、芬兰 C 定位系统无 线电航标、航空
中频	MF	300kHz—3MHz	中频广播
高频	VHF	3MHz—30kHz	远距通信，短波广播
甚高频	HF	30MHz— 300MHz	电视，FM 广播，航空通信
超高频	UHF	300MHz—3GHz	雷达、电视 (一部分)
很高频	SHF	3GHz—30GHz	雷达遥感系统
极高频	EHF	30GHz-300GHz	待开发

微波波段还可以细分为“分米波”（波长为 1 米至 10 厘米），“厘米波”（波长 10 厘米至 1 厘米）和“毫米波”（波长为 1 厘米至 1 毫米）。波长在 1 毫米一下至红外线之间的电磁波称为“亚毫米波”或超微波，这是一个正在开发的波段。

微波有以下几个主要特点：

1、微波波长很短，它和几何光学中光的特点很接近，具有直线传播的性质。利用这个特点，就能在微波波段制成方向性极高的天线系统，也可以收到地面和宇宙空间各种物体反射回来的微弱回波，从而确定物体的方向和距离，这一特点使得微波技术在雷达中得到广泛的应用。

2、微波的电磁振荡周期 (10^{-9} — 10^{-12} 秒) 很短，已经和电子管中电子在电极间飞越所经历的时间 (约 10^{-9}) 可以比拟，甚至还要小。因此，普通电子管已经不能用做微波振荡器、放大器和检波器，而必须采用原理上完全不同的微波电子管来代替。

3、微波传输线，微波元件和微波测量设备的线长度与波长具有相近似的数量级。因此，一般无线电元件由于辐射效应和趋肤效应都不能用了，必须采用原理上完全不同的微波元件来代替。

4、在低频电路中，电路的尺寸比波长小的多，处理问题时只需采用电路的概念和方法；在微波波段，电路尺寸已能与波长相比拟，甚至还要小，所以处理问题时必须采用电磁场的概念和方法。

5、许多原子和分子发射和吸收的电磁波的波长正好处在微波波段内。人们利用这

一特点来研究分子和原子的核结构。

6、微波可以畅通无阻地穿过地球上空的电离层。因此，微波波段是无线电波谱中的“宇宙窗口”，为宇航通讯、导航、定位以及射电天文学的研究和发展提供了广阔前景。

(二) 常用的微波元器件

1、波导管 如图 1-6-9 所示

波导管是一种空心金属管，常见的波导管有矩形和圆柱形两种。在波导管中能够传播的电磁波可以归纳成两大类。其一为横电波（或磁波）——简写为 TE 波（或 H 波），磁场可以有纵向和横向的分量，但电场只有横向分量；其二为横磁波（或电波）简称为 TM 波（或 E 波）。它的电场可以有纵向和横向的分量，但磁场只有横向分量。至于电场和磁场的纵向分量都不为零的电磁波则可以看成由横电波、横磁波迭加而成。

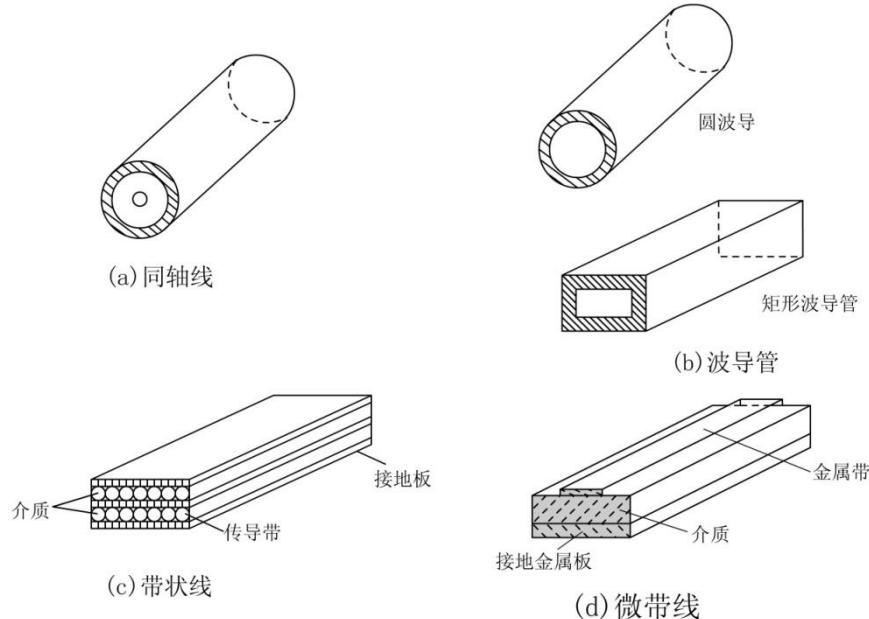


图 1-6-9 微波传输线

在实际应用中，总是把波导管设计成只能传输单一波型。现在使用的标准矩形波导管中，都只能传播 TE_{10} 波（或 H_{10} 波）。

考虑一个横截面为 ab 的矩形波导管（图 1-6-10）其管壁为理想导体，则管内沿着 Z 轴传播的 TE_{10} 波的各个分量可以写成：

$$E_y = E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$E_x = E_z = 0$$

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega \mu} E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$H_y = 0$$

$$H_z = i \frac{\pi}{\omega \mu^2 a} \cdot E_0 \cos \frac{\pi x}{a} e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (1-6-$$

附 1)

$$\text{其中, 相位常数 } \beta = 2\pi/\lambda_g, \quad (1-6-$$

附 2)

$$\text{波导波长 } \lambda_g = \lambda / \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_c)^2}, \quad (1-6-\text{附 3})$$

$$\text{临界波长 } \lambda_c = 2a, \quad (1-6-\text{附 4})$$

$$\text{自由空间波长 } \lambda = c/f. \quad (1-6-\text{附 5})$$

$\lambda_c = 2a$ 称为波型的截止波长, 只有波长 $\lambda < \lambda_c$ 的电磁波才能在波导管中传播。电场矢量垂直于波导宽臂 (E_y), 而磁场矢量在平行于波导宽臂的平面内 (H_x, H_z)。电磁场在 x 方向形成一个半驻波, 而沿 y 方向是均匀的。电磁场振幅随 x, y 的分布如图 1-6-11 所示。

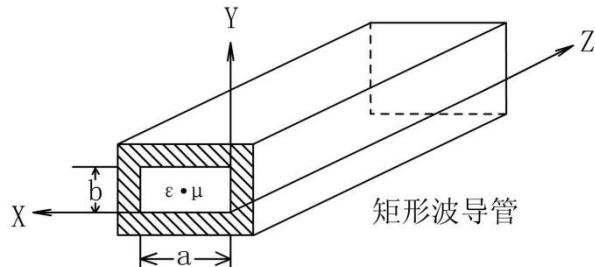


图 1-6-10 矩形波导管

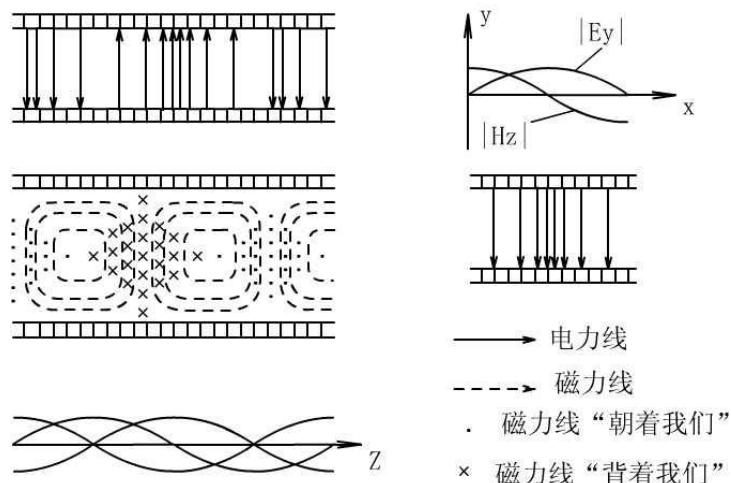


图 1-6-11 TE_{10} 波的电磁场结构

从上面的分析可以看出“ TE_{10} ”波的含义。 TE_{10} 波的“TE”表明电场没有纵向分量, 即 $E_z=0$; TE_{10} 波的第一个脚标“1”表明场沿波导的宽边方向有“一”个最大值, 或者说有一个半驻波; 第二个脚标“0”表明场沿波导窄边方向没有变化。

反射系数、驻波比、波导管的工作状态。

波导管的终端一般接有晶体检波器或其他负载(图 1-6-12)。当入射的电磁波没有全部被负载吸收, 即所谓不匹配时, 就有一部分波被反射。波导中的任何不均匀性也会产生反射波。一般说来, 波导中同时存在着入射波 E_i 与反射波 E_r , E_i 与 E_r 会产生干涉, 形成驻波。为描述驻波, 引入反射系数与驻波比的概念。

波导中某截面处的电场反射波与入射波之比称为反射系数。亦即:

$$\Gamma = \frac{E_r e^{-i\beta l}}{E_i e^{j\beta l}} = \frac{E_r}{E_i} e^{-2j\beta l} = \Gamma_0 e^{-2j\beta l} \quad (1-6-\text{附 } 6)$$

其中, $\Gamma_0 = |\Gamma_0| e^{j\varphi}$ (1-6-附 7)

Γ_0 是终端的反射系数, φ 是在终端反射波与入射波的位相差。

驻波比 ρ 定义为:

$$\rho = \frac{|E_y|_{\max}}{|E_y|_{\min}} \quad (1-6-\text{附 } 8)$$

Γ 与 ρ 有如下关系:

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|} \quad (1-6-\text{附 } 9)$$

当然也可以用驻波比 ρ 来表示反射系数 $|\Gamma_0|$:

$$|\Gamma_0| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} \quad (1-6-\text{附 } 10)$$

由式(1-6-附 9)、(1-6-附 10)可以看出: $\rho \geq 1$, $|\Gamma_0| \leq 1$ 。

当微波功率全部为终端负载所吸收时(这种负载称为“匹配负载”), 波导中不存在反射波。 $|\Gamma_0|=0$, $\rho=1$, 传播的是行波。

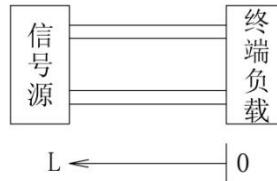


图 1-6-12 变换坐标

当波导终端是理想导体板时(微波技术中叫“终端短路”)形成全反射, 因在终端处 $E_y=0$, $E_i=-E_r$ 。此时 $|\Gamma_0|=1$, $\rho \rightarrow \infty$, 于是

$$|E_y|=2|E_i|\sin\beta l \quad (1-6-\text{附 } 11)$$

这时波导中形成纯驻波。在驻波波节处 $|E_y|_{\min}=0$, 驻波波腹处 $|E_y|_{\max}=2|E_i|$ 。这种状态称为纯驻波状态。一般情况下, 波导中传播的不是单纯的行波和驻波, 于是 $|\Gamma_0|<1$, $\rho>1$ 。场分布是一个行波和一个驻波的叠加, 称为行驻状态。

图 1-6-13 给出波导在上述三种状态下电场随 l 而变化的分布曲线。

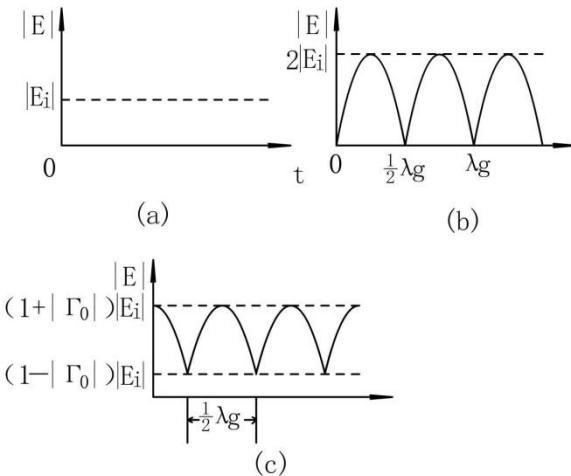


图 1-6-13 电场随 l 变化的分布曲线

1. 谐振腔

(1) 矩形谐振腔 (TE_{100})

谐振条件, 谐振频率

矩形谐振腔是长度为 $\lambda g/2$ 的矩形波导管, 两端加金属导体板封闭而成。如图 1-6-15。电磁波沿 Z 方向进入空腔后, 便在空腔内来回反射, 调节反射面的位置(使长边 $l = P \cdot \lambda g/2$, $P=1, 2, 3, \dots$), 可使空腔内产生驻波, 即发生谐振。

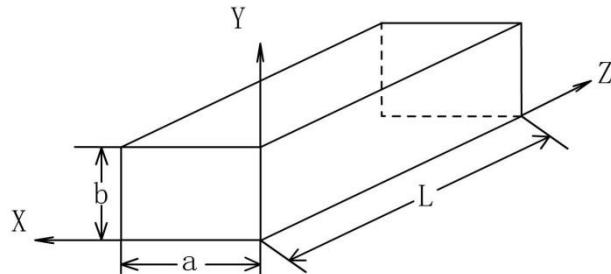


图 1-6-14 矩形谐振腔

因为空腔内存在着入射波和反射波, 由 TE_{10} 波的电磁场分量考虑反射波, 可以得到空腔内电磁场的分布。因此, 它与低频的 LC 谐振回路相似。谐振腔的主要参数为谐振频率 f_0 与品质因数 Q 。谐振频率 f_0 可按下式计算:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{P}{L}\right)^2} \quad (1-6-\text{附 } 12)$$

式中 c 为真空中的光速。

振荡模式: 由 TE_{10} 波波导两端封闭而成的谐振腔, 腔内的电磁场分布必须用三个脚标来描述, 把它记为 TE_{10p} , 称为振荡模式。振荡模式应理解为振荡腔中的某种振荡状态(某种确定的电磁场分布)。脚标 P 表示场沿谐振腔长度上的半波数。

当 $P=1$ 时 TE_{101} 矩形谐振腔的电磁场结构如图 1-6-15 所示。

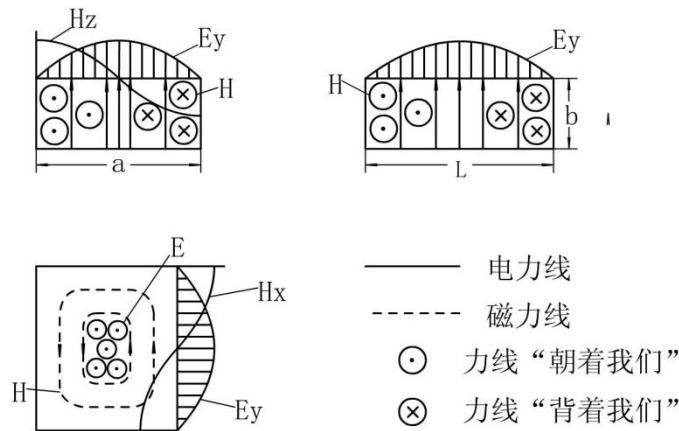
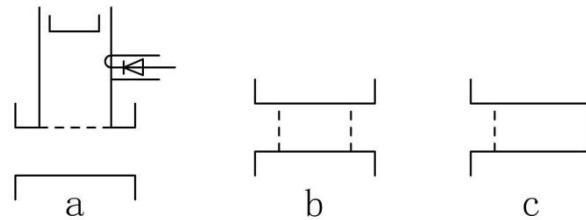


图 1-6-15 TE₁₀₁ 矩形谐振腔的电磁场结构

利用耦合环（由同轴线的内导体与外导体连成圆环而成）和小孔可以使谐振腔与外负载耦合起来。谐振腔与同轴线的耦合大多数通过耦合环来实现。谐振腔与波导管的耦合是利用谐振腔与波导管夹壁上的小孔作为耦合元件的。图 1-6-16 表示谐振腔的耦合。



(a) 吸收式波长计 (b) 传输式谐振腔 (c) 反射式谐振腔

图 1-6-16 谐振腔与传输线的耦合

(2) 品质因数 (Q 值)

和普通 LC 振荡回路一样，除了谐振频率以外，谐振腔的另一个重要参量是品质因数，它表明谐振腔效率的高低。从 Q 值能够知道在电磁振荡延续过程中有多少功率消耗。相对谐振腔所储存的能量来说，功率的消耗越多，则谐振腔的 Q 值也就越低；反之，功率的消耗越少， Q 值也就越高。作为有效的振荡回路，谐振腔必须有够高的 Q 值。品质因数的一般定义是：

$$Q = \omega_0 \frac{\text{谐振腔内总储能}}{\text{每秒耗能}} = \frac{W_{\text{储}}}{W_{\text{耗}}} \cdot \omega_0 \quad (1-6-\text{附} 13)$$

式中 $\omega_0 = 2\pi f$ 为谐振角频率， $W_{\text{耗}}$ 是每秒的能量损耗，它不仅指腔壁的电阻损耗及腔内的介质损耗，而且指谐振腔通过耦合元件与外界耦合而耗散于负载的辐射损耗。

参看图 11 传输式谐振腔，如果腔内的介质损耗可以忽略（如腔内部介质是空气），则 $W_{\text{耗}}$ 是指腔壁电阻损耗和通过两个耦合孔的辐射损耗，此时腔的有载品质因数 Q_L 为：

$$Q_L = W_0 \frac{W_{\text{储}}}{W_{\text{腔耗}} + W_{\text{孔耗1}} + W_{\text{孔耗2}}} \quad (1-6-\text{附} 14)$$

取倒数：

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{W_{\text{腔耗}}}{\omega_0 W_{\text{储}}} + \frac{W_{\text{孔耗1}}}{\omega_0 W_{\text{储}}} + \frac{W_{\text{孔耗2}}}{\omega_0 W_{\text{储}}} \quad (1-6-\text{附} 15)$$

我们定义: $Q_0 = \omega_0 \frac{W_{\text{储}}}{W_{\text{腔耗}}}$ 为腔的固有品质因数; $Qe_1 = \frac{W_{\text{储}}}{W_{\text{孔耗1}}} \omega_0$, $Qe_2 = \frac{W_{\text{储}}}{W_{\text{孔耗2}}} \omega_0$

为腔的外界品质因数。这时 (1-6-附15) 式变成:

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Qe_1} + \frac{1}{Qe_2} = \frac{1}{Q_0} \left(1 + \frac{Q_0}{Qe_1} + \frac{Q_0}{Qe_2} \right) \quad (1-6-\text{附16})$$

令 $\beta_1 = \frac{Q_0}{Qe_1}$, $\beta_2 = \frac{Q_0}{Qe_2}$ 则:

$$Q_L = \frac{Q_0}{1 + \beta_1 + \beta_2} \quad (1-6-\text{附17})$$

式中, β_1 , β_2 称为耦合系数, 表示谐振腔与外界耦合的强弱。

谐振腔的固有品质因数 Q_0 值一般都较大, 最小也在几千以上, 而有载品质因数 Q_L 与负载有关, 较 Q_0 为小; 耦合孔越大, β_1 、 β_2 越大, Q_L 越低。

谐振腔的固有品质因数 Q_0 可用下式作近似估计:

$$Q_0 \approx \frac{1}{\delta} \cdot \frac{V}{S} \quad (1-6-\text{附18})$$

式中, δ 为腔壁趋肤深度; 该式表明: Q_0 与腔体积 V 成正比, 与内壁表面积 S 成反比; 比值 V/S 越大, Q_0 的值也越大。从物理上看, 大致可以这样解释: V 大则储能多, S 小则损耗小。所以 Q_0 随 V/S 的增大而增大。



图1-6-17 传输式谐振腔

(3) 谐振曲线

谐振腔的谐振曲线显示腔的谐振特性, 谐振曲线越窄, 频率选择性越好。

传输式谐振腔的谐振曲线在图1-6-18的微波线路中, 微波信号源输出的功率经过隔离器进入谐振腔, 然后为检波所接收。

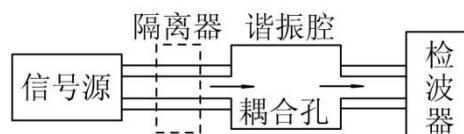


图1-6-18 传输式谐振腔的传输系数

$$T(f) = \frac{P_{\text{出}}(f)}{P_{\lambda}(f)} \quad (1-6-\text{附19})$$

其中, $P_{\text{出}}(f)$ 为负载上的输出功率, $P_{\lambda}(f)$ 为信号源与匹配负载连接时负载端的最大输出功率, 在 Q 值够高的情况下, $T(f)$ 与 Q 值的关系为:

$$T(f) = \frac{1}{1 + 4Q_L^2 \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2} \quad (1-6-\text{附20})$$

$$T(f_0) = \frac{4Q_L^2}{Qe_1 \cdot Qe_2} \quad (1-6-\text{附21})$$

式中, f_0 为腔的谐振频率, $\Delta f = f - f_0$, f 为微波频率。 $T(f)$ 的图形如图1-6-19所示, 这就是传输式谐振腔的谐振曲线。

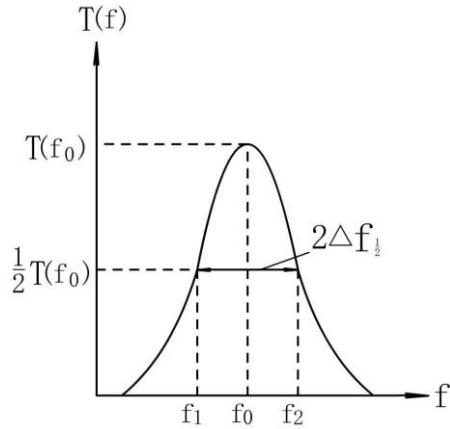


图1-6-19 传输式谐振腔的谐振曲线

对于半功率点, 有 $4Q_L^2 \left(\frac{\Delta f_1}{f_0}\right)^2 = 1$ 。由此式可以决定有载品质因数

$$Q_L = \frac{f_0}{2\Delta f_{\frac{1}{2}}} \quad (1-6-\text{附22})$$

在微波测量中, 先测量谐振腔谐振时的微波频率 f_0 (此时输出功率最大), 然后测量输出功率降至一半时的微波频率 f_1 , f_2 , 则负载品质因数

$$Q_L = \frac{f_0}{|f_1 - f_2|} \quad (1-6-\text{附23})$$

反射式谐振腔的谐振曲线

反射式谐振腔的相对反射功率与频率关系曲线 $R(f)$ 称为反射式腔的谐振曲线。 $R(f)$ 定义为在腔的输入端的反射功率 P_r 与入射功率 P_i 之比, 即

$$R(f) = \frac{P_r(f)}{P_i(f)} \quad (1-6-\text{附24})$$

$R(f)$ 即为反射系数 Γ 模的平方 $|\Gamma|^2$, 并有:

$$R(f) = |\Gamma|^2 \frac{\frac{|\Gamma_0|^2}{1 + 4Q_L^2 \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2}}{1 + 4Q_L^2 \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2} \quad (1-6-\text{附25})$$

$R(f)$ 曲线如图1-6-20所示。

由实验可以直接测量出谐振频率 f_0 和半功率频宽 $2\Delta f_{1/2}=|f_1-f_2|$, 按(1-6-附22)式算出 Q_L 。

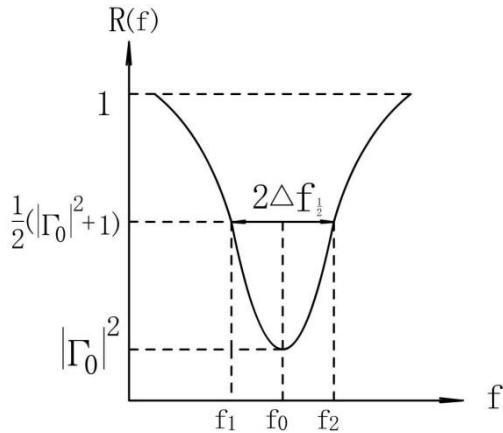


图1-6-20 反射式腔的谐振曲线

3. 隔离器 一种铁氧体器件, 对微波具有单向吸收的特性。用来消除信号源和负载之间有害耦合的影响。从而既保证了信号的正常传输, 又消除了反射波对振荡器正常工作的影响。所以在使用隔离器时一定要注意它的方向性, 其输入口和输出口不能接错。

4. 检波器 在微波各波段, 因频率太高, 需用特制的微波二极管作为微波检波器。微波检波器是利用二极管的正向伏安特性曲线的平方律一段, 可以实现对微波信号的检波功能。在插入二极管装配检波器时, 由于人体和装置之间的电势差的存在和作用, 也可以导致检波管损坏。所以在拆装检波管时必须十分小心。

5. 衰减器 把一片吸收介质片垂直于宽边纵向插进波导管即成, 用来吸收部分微波功率。移动吸收片可改变衰减量的大小, 可以控制到达负载的功率为合适值(或要求值)。衰减器分固定衰减器和可变衰减器两种。前者衰减量固定, 后者衰减量在一定范围内连续可调。固定衰减器常用于微波源的退耦或用作等效负载, 而可变衰减器常用作电平控制。

6. 环行器 环行器也是一种非互易器件。在微波技术中, 利用环行器控制功率的流向。环行器的功能是: 从1口输入的功率全部从2口输出; 从2口输入的功率全部从3口输出; 从3口输入的功率全部从4口输出, 而从4口输入的功率全部从1口输出。

下面以被导三端口环行器为例说明环行器的一般工作原理。

如图15所示, 在矩形波导H面星形连接的对称轴上, 放一个已被横向偏置的铁氧体杆, 即图中阴影圆。微波信号可从1口输入。在未加外磁场 H_0 偏置时, 其内部磁场结构如图1-6-21 (a)所示。

在铁氧体圆柱所在区域, 线性极化磁场可分解成两个旋转方向相反的圆极化磁场。加外偏置磁场 H_0 后, 由于右旋圆极化波和左旋圆极化波的相移不同, 使合成的线极化波的方向发生偏转。若偏转大小恰好使极化方向偏转 30° 则③口无信号输出, 从②口输出全部信号, 如图1-6-21 (b)所示。

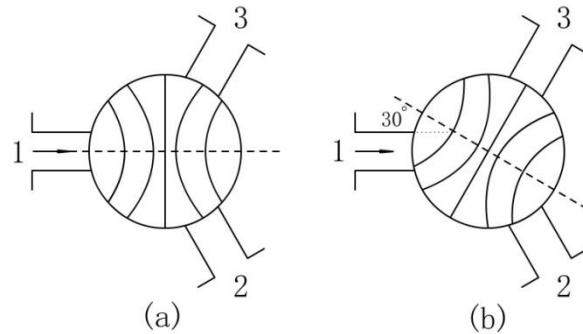


图1-6-21 矩形波导三端口环形器

7. 定向耦合器

定向耦合器是微波技术中最常见的元件之一，它可以将主传输线中的微波功率以一定的方向和比例耦合到另一条传输线中去。它即是一种功率分配元件，又可作为固定衰减器用。

波导定向耦合器由一段主波导和一段副波导组成。彼此之间通过各种形式的小孔或缝隙实现耦合。图1-6-22为它的结构示意图。其中1—2为主波导，3—4为副波导。

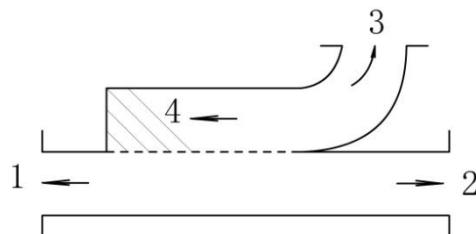


图1-6-22 波导定向耦合器

微波实验常用仪器

一、微波振荡器（信号源） 微波测量对微波信号源的要求是工作频率和输出频率可调而且稳定。微波信号源有许多类型，这里介绍一下反射式速调管振荡器。

1. 反射式速调管振荡器

(1) 结构

一个完整的普通速调管振荡器包括反射式速调管、稳压电源和高频结构三个主要部分，其结构图如图1-6-23所示。

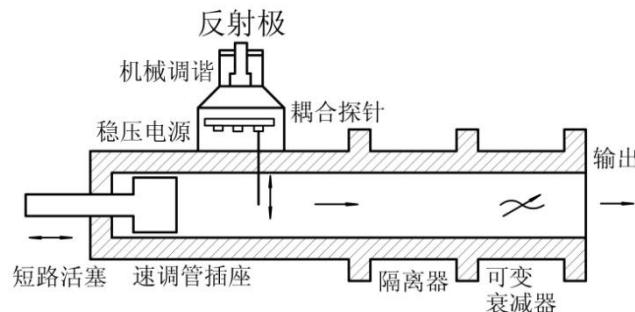
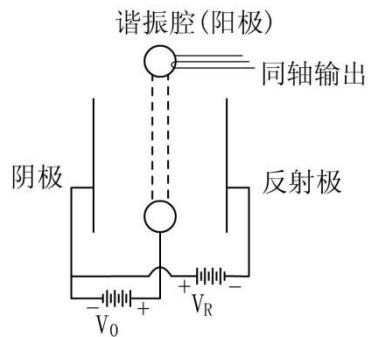


图1-6-23 反射式速调管振荡器结构图

反射式速调管 反射式速调管的结构原理如图1-6-24所示，它有三个电极：(a) 阴极：发射电子，(b) 谐振腔（阳极）：它相对于阴极处在正电位，利用耦合环和同轴

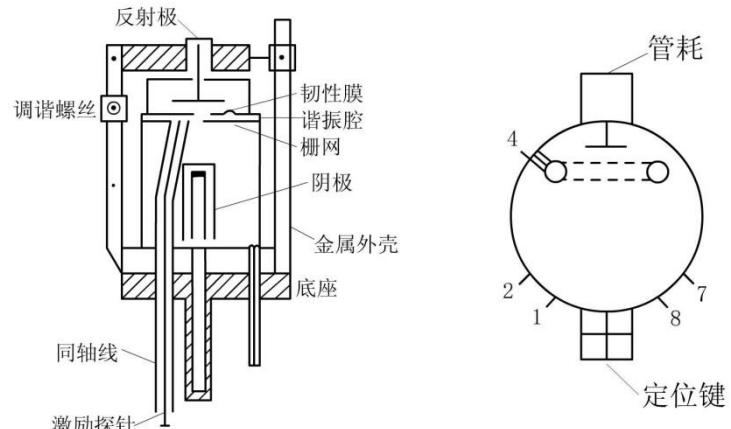
线输出微波功率；(c) 反射极：它对阴极说是处在负电位，用以反射电子。图1-6-25给出反射式速调管2K25的结构。

图1-6-24 反射式速调管的结构原理图



构图

图1-6-25 反射式速调管2K25的结



管脚图：1谐振腔，2、7灯丝，4同轴输出，
8阴极管耗，反射极

高频结构 速调管插座是微波成套测试设备中的一个元件，可直接安装到波导测量线路的输入端作为信号源，参看图1-6-23。速调管插座的结构非常简单，在波导管上安装有反射式速调管的管座，速调管的输出同轴探针通过波导管宽边上的小孔插入波导管内，输出微波功率。速调管与波导管的耦合程度可以借助于适当的机构，使速调管作上下微调，以便改变同轴探针伸入波导的深度。调节装在波导一端的短路活塞，可以使波导中有最大的输出功率。波导的另一端接有隔离器和可变衰减器，然后再和测量线路连接。

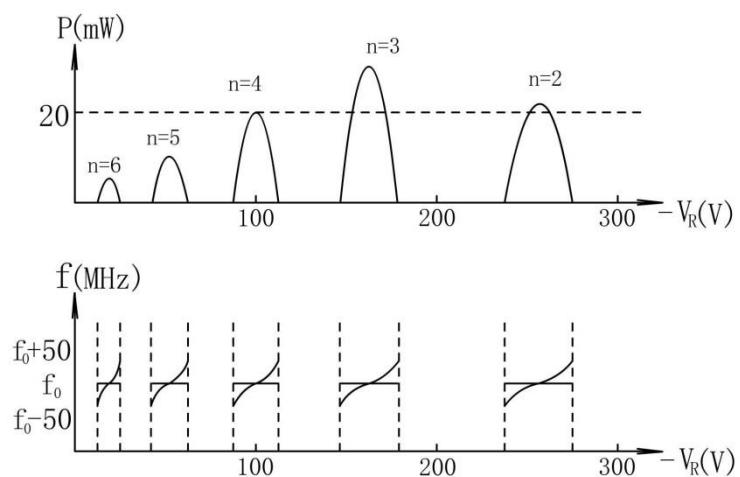


图1-6-26 反射式速调管2K25的特性曲线
(阳极电压V_0=300伏, 波长λ=3.2厘米)

(2) 反射式速调管的工作特性和工作状态：
反射式速调管的特性曲线如图1-6-27所示。

1. 反射式速调管并不是在任意的反射极电压数值都能发生振荡，只有在某些特定的反射极电压值才能振荡。每一个振荡输出功率的区域叫做速调管的振荡模。

2. 对于每一个振荡模，当反射极电压 V_R 变化时，速调管的输出功率 P 和振荡频率 f 都随之变化；在振荡模中心的反射极电压上，输出功率最大，而且输出功率和振荡频率随反射极电压的变化也比较缓慢。

3. 输出功率最大的振荡模叫最佳振荡模（图1-6-27中 $n=3$ 的振荡模）。

4. 各个振荡模的中心频率相同通常称为速调管的工作频率。

用改变反射极电压来实现振荡频率变化的方法称为“电子调谐”。一个振荡模的半功率点对应的频率宽度称为振荡模的“电子调谐范围”（见图1-6-28， $|f_1-f_2|$ ）。半功率点对应的频宽与电压宽度的比值 $|\frac{f_1-f_2}{V_1-V_2}|$ 称为“平均电子调谐率”。

一般为了使速调管具有最大功率与稳定的工作频率，应使速调管工作在振荡模的中心反射电压上。故这种方法只能在很小的范围内调频，一般 $\Delta f/f \leq 0.5\%$ 。

要使速调管的振荡频率有较大的变化，可以通过慢慢转动调谐螺钉（图1-6-25）改变谐振腔的大小来实现，这种方法称为“机械调谐”。

反射式速调管的工作状态一般有三种：1、连续振荡状态；2、方波（或矩形脉冲）调幅状态；3、锯齿波（或正弦波）调频状态。连续振荡状态就是我们在上面讨论过的工作状态，亦即在反射极上不加任何调制电压使反射式速调管处在最佳工作状态。

图1-6-28表示反射式速调管在方波调幅时的特性。为了获得纯粹的调幅振荡，避免引起附加的调频，调制电压必须为严格的方波，而且要选择合适的反射极电压（直流工作点），使调制波形的一个半周处在两个振荡模的不振荡区域内，而另外一个半周使速调管处在振荡模的功率最大点。在实验中是这样做的，先使速调管处在连续振荡的最佳位置，当从连续状态变到调幅状态时，调节方波的幅度使得输出功率为连续状态的一半，此时的调制幅度为合适。

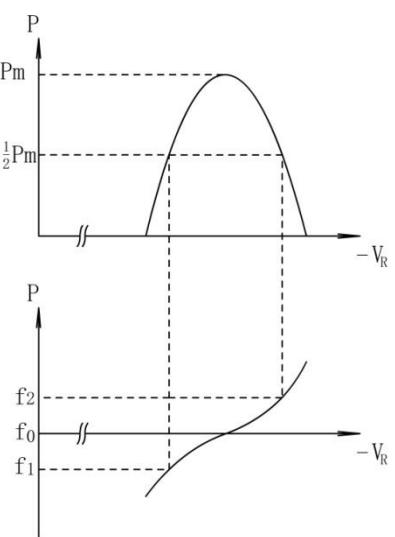


图1-6-27

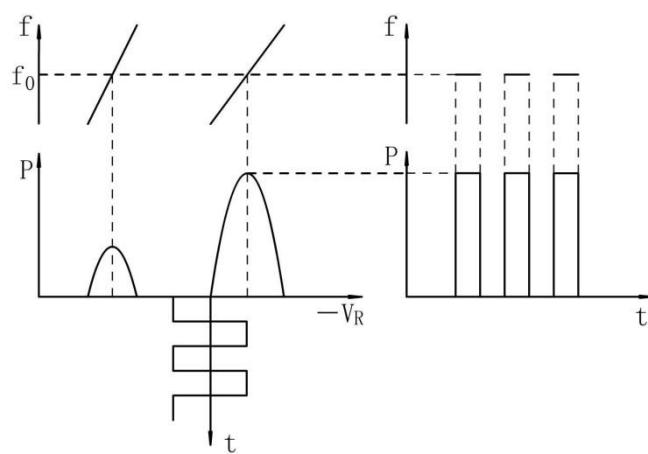


图1-6-28 反射式速调管在方波调幅时的特性

当速调管处在调幅工作状态时，在微波测量线路中配合使用测量放大器，可以提高测量灵敏度。

图1-6-29表示反射式速调管在锯齿波调频时的特性。速调管反射极电压的直流工作点选择在某一振荡模的功率最大点，即选择在频率变化曲线的当中，当锯齿波的幅度比振荡模的宽度小得多时，可以得到近似直线性的调频信号输出，而附加的调幅很小。

当速调管处在调频工作状态时，可以用示波器观察微波系统的动态特性。

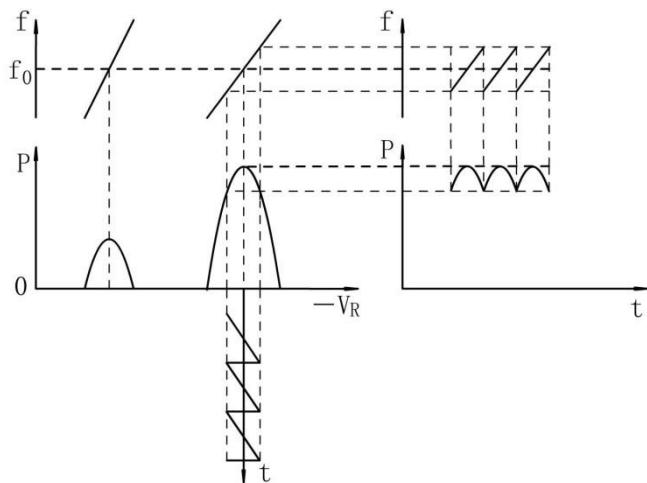


图1-6-29 反射式速调管在锯齿波调频时的特性

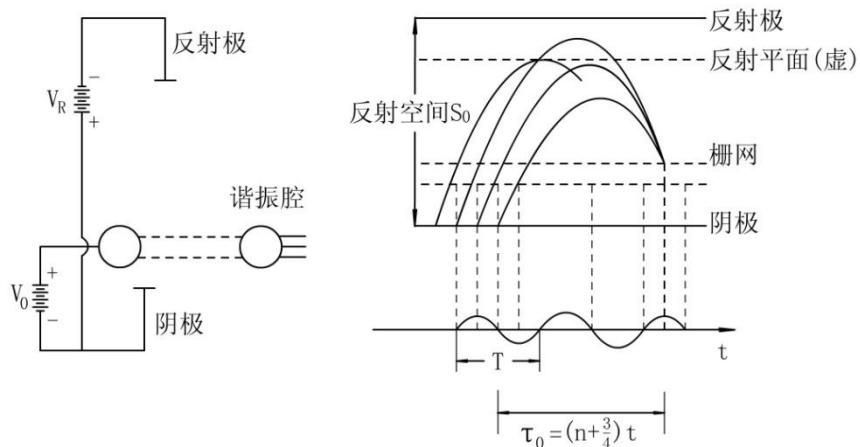


图1-6-30 反射式速调管内电子的运动轨迹图

(3) 反射式速调管的工作原理

参看图1-6-30，从阴极飞出的电子被谐振腔的正电压所加速，这时直流电源的能量变成真空中运动电子的动能。电子在加速电场的作用下飞入谐振腔，在腔中激起感应电流脉冲，使谐振腔中发生了振荡，因而在两个栅网间产生一个微弱的微波电场。在其作用下，穿过栅网的电子速度要收到调制，电子在一个振荡周期的不同时刻穿过栅网后的速度是不同的。

在反射空间里面速度大的电子需要较长时间飞越较长的距离才返回栅网；速度小的电子返回到栅网所需要的时间较少，飞越距离短。在不同时间内飞过栅网的电子运动的空间、时间如图1-6-30：电子1通过栅网时，微波电场=0，速度不变，进入反射平面（假想的）后反转。电子2通过栅网时，微波电场= E_{max} ，受到加速，越过反射平面后反转。电子3通过栅网时速度不变，进入反射空间到达反射平面后反转。电子4通过栅网时（微波电场=- E_{max} ），受到减速，未到达反射平面就反转。电子3称为群聚中心，

它的运动轨迹如图1-6-30中的粗线所示。

在反射空间距离 S_0 （反射极与栅网间的距离），谐振腔电压 V_0 和反射极电压 V_R 选择合适的情况下，当群聚中心电子的渡越时间 τ_0 等于微波振荡周期的3/4时，即：

$$\tau_0 = (n+3/4)T \quad n=1, 2, 3 \quad (1-6-\text{附26})$$

电子流给出的功率最大，这一条件相当于振荡的相位条件。显然渡越时间 τ_0 满足下列关系式：

$$\tau_0 = \frac{4S_0 \sqrt{\frac{mV_0}{2e}}}{V_0 + |V_R|} \quad (1-6-\text{附27})$$

式中 e 为电子的电量， m 为电子的质量。

利用式(1-6-附26)、(1-6-附27)，并注意到 $T=1/f$ (f 为微波频率)，我们有：

$$\frac{4S_0 \sqrt{\frac{mV_0}{2e}}}{V_0 + |V_R|} \cdot f = n + \frac{3}{4} \quad (1-6-\text{附28})$$

(1-6-附28) 式表明：只有 V_0 和 $|V_R|$ 为某些值时才能产生振荡，而且对于一定的 n 和 V_0 改变 V_R 会引起 f 的改变，因此反射式速调管具有如图1-6-27所示的工作特性曲线。由(1-6-附26)式可以看出微波振荡周期与电子渡越时间可以比拟甚至还要小。反射式速调管之所以能产生振荡，正是巧妙地利用了这一特点。

满足了相位条件，只是说明振荡有可能产生。要使振荡发生，还需要第二个条件，要求直流电子流大于某一最小电流（起始电流），即：

$$i > i_0 \quad (1-6-\text{附29})$$

这一条件相当于振荡的幅值条件。起始电流 i_0 与电路及外负载有关，并与 $(n+3/4)$ 成比例。式(1-6-附26) 和(1-6-附29) 就是振荡的相位条件和幅值条件，当这两个条件都满足时，微波振荡就会发生。

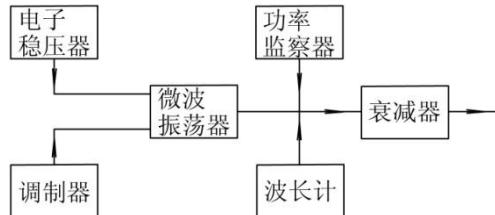


图1-6-31 微波信号发生器方框图

(4) 微波信号发生器的使用

图1-6-31是微波信号发生器的方框图。它由电子稳压器、调制器、微波振荡器、功率监视器、波长计和衰减器等部分组成。

反射式速调管振荡器产生的微波信号，沿波导管经过衰减器到输出端，加上外接隔离器，再与负载（测量线路）连接。

使用微波信号发生器要注意维护仪器，使用前必须熟悉反射式速调管的工作原理和工作特性，认真阅读速调管电源或微波信号发生器说明书。检查仪器各旋钮是否均在规定的位置。调制器为了延长速调管的寿命，速调管的机械调谐旋钮（改变频率旋钮）在调节到一定频率后不要随意转动。频率重调后约需15分钟才能稳定。在使用波长计测量

速调管的工作频率后，必须将波长计旋钮转1~2圈，使其失谐串为了保证速调管稳定工作和延长速调管的寿命，微波信号发生器的连续工作时一般不要太长。做完微波测量后，先关高压开关（断阳极电压），再关电源开关，断反射极电压和灯丝电极压，切断外电源。

二、体效应管振荡器（微波固态源）

在微波布喇格衍射实验装置中，有体效应砷化镓二极管微波振荡器。下面将对它进行介绍。

1. 体效应管的工作特性

在n型GaAs半导体材料上施加直流偏压 V_b 后，起初电流随电压线性增长，但是当所加偏压使材料内的平均电场超过每厘米3KV以上某个阈值电场 E_T （与 E_T 对应的外加电压 V_T 称为阈值电压）时，电流发生微波振荡。实验证明这种电流振荡是由于“高电场偶极子畴”在阴极附近周期性地形成，并被阳极吸收这一过程造成的。

示意图

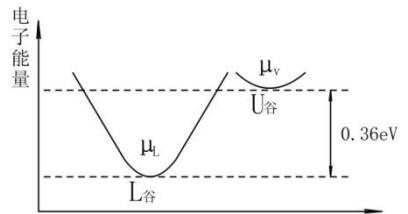


图1-6-31 n型GaAs导带结构

n型GaAs的导带结构示意图如图1-6-31所示。它有两个导电能谷： $L_{\text{谷}}$ 和 $U_{\text{谷}}$ 。它们的能量相差0.36eV。通常，在低电场下，导电的电子绝大部分在 $L_{\text{谷}}$ 中，它们的平均速度 $\bar{v} = \mu_L E$ ，即随电场 E 线性的增大；当电场大于某个阈值 E_T 后， $L_{\text{谷}}$ 中的电子获得足够的能量而向 $U_{\text{谷}}$ 转移，以后随电场继续增加，这样转移的电子越来越多，电子的平均速度 $\bar{v} = \bar{\mu}E$ 将反向随电场的增加而减小。因为 $\bar{\mu} = \frac{n_L \mu_L + n_u \mu_u}{n_0}$ ，这里 n_L 和 n_u 分别为 $L_{\text{谷}}$ 和 $U_{\text{谷}}$

中的电子密度，且 $n_0 = n_L + n_u$ ，同时 $\mu_u \ll \mu_L$ ，所以 n_u 越大 $\bar{\mu}$ 就越小。 \bar{v} 场很高时($E > E_v$)，绝大部分电子已转移至 $U_{\text{谷}}$ ，所以这时电子的平均速度 $\mu_u E$ 又随电场线性地增大。上述各阶段电子的平均速度随电场的变化情况如图1-6-32所示。可见，在 E_T 和 E_v 之间电子平均速度随电场的增加而减小，即其微分是负。电子密度 n_0 一定时，电流正比于平均速度，因而负的微分速度就说明了随着电场（亦即电压）的增加，电流反而减小，即存在负阻现象。这种负阻通常称为体内负阻。

基于n型GaAs材料的这种负微分平均速度特性，就可以使其产生电流微波振荡。

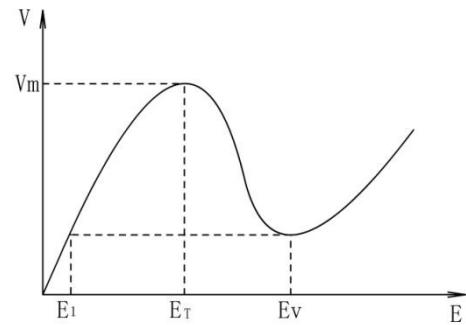


图1-6-32 由于电子在二谷中转移引起的负微分速度特性

2. 体效应管振荡电路

由前面的讨论知道这种器件只要偏压 $V_b > V_T$ 即使无外电路的作用也会产生电流微波振荡，只是这种振荡不是简谐的。若器件是在高 Q 谐振电路中工作（图1-6-33），则谐振回路不仅将使振荡波形成为简谐波，而且还将控制体效应器件的振荡频率。因为高 Q 谐振回路中只可能建立起与其固有频率 ω_0 相同的射频振荡，此时器件的端电压为：

$$V(t) = V_0 + V_p \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

如图1-6-33（b）所示。

若把体效应管置于波导中，在波导端口处接以高 Q 谐振腔，便可以构成微波振荡器。

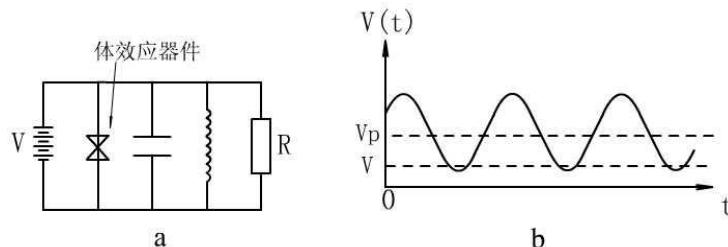


图1-6-33 体效应管振荡电路和振荡波形

微波基本测量

微波测量内容虽然很多，但是驻波测量、功率测量和频率测量是三个基本测量。应该强调指出的是：“调匹配”是微波测试中必不可少的概念和调整步骤。匹配自己就意味着微波系统这样一种工作状态：此时微波功率由信号源向负载传输而不出现反射波（驻波比 $\rho=1$ ）。

（一）驻波系数测量

驻波测量线是测量微波传输系统中电场的强弱和分布的精密仪器，其简单原理是：使探针在开槽传输线中移动，将一小部分功率耦合出来，经过晶体二极管检波后再由指示器指示，从而看出在开槽线中电场的分布情况（相对强度）。

使用驻波测量线时要注意下列几个问题：首先，通过调谐装置使测量线调谐。调谐的目的是消除探针插入测量线中引起的不匹配，并使探针感应的功率有效地送至检波晶体管。其次，使探针在开槽波导管内有适当的穿伸度，显然，探针穿伸度过大，则影响开槽线内的场分布情况而产生误差，穿伸度太小，又会降低测量的灵敏度，探针穿伸度一般取为波导窄壁高度 b 的 5~10%。第三，检波晶体管的检波电流 I 与管端电压 V 有关，而 V 与探针所在处的电场 E 成正比， I 、 E 满足关系式： $I = K_I E^n$ ，其中 K_I 、 n 为常数。在小功率情况下，可以相当精确地认为 $n=2$ ，即平方律检波。但在比较精确地测量中，应该对检波律进行校准。

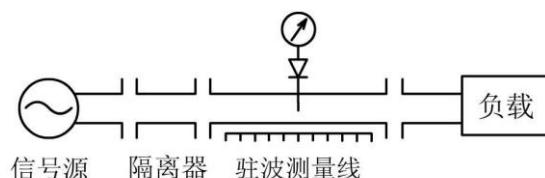


图1-6-34 驻波测量线路图

驻波测量包括两步分，即测定电场波腹和波节的振幅以及波节的位置。驻波测量的线路如图1-6-34所示。

1. 小驻波比的测量 $1.005 \leq \rho \leq 1.5$

在这种情况下，驻波波腹和波节都不尖锐，因此要多测几个驻波波腹和波节，按下式计算 ρ 的平均值

$$\rho = \frac{E_{\max 1} + E_{\max 2} + \dots + E_{\max n}}{E_{\min 1} + E_{\min 2} + \dots + E_{\min n}} \quad (1-6-\text{附30})$$

当检波晶体满足于平方律时候

$$\rho = \frac{\sqrt{I_{\max 1}} + \sqrt{I_{\max 2}} + \dots + \sqrt{I_{\max n}}}{\sqrt{I_{\min 1}} + \sqrt{I_{\min 2}} + \dots + \sqrt{I_{\min n}}} \quad (1-6-\text{附31})$$

2. 中驻波比的测量 $1.5 \leq \rho \leq 10$

此时，只需测一个驻波波腹和一个驻波波节，按小信号平方律检波，即可算出驻波比 ρ 。

$$\rho = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{\sqrt{I_{\max}}}{\sqrt{I_{\min}}} \quad (1-6-\text{附32})$$

3. 大驻波比 $\rho > 10$

如驻波比 $\rho > 10$ ，波腹振幅与波节振幅的区别很大，测量线不能同时测量波腹和波节，因此必须采用别的测量方法——二倍极小功率法。

使用平方律的检波晶体管，利用探针测量极小点两旁。功率为极小点功率二倍的距离 W （参看图1-6-35），以及波导波长 λg ，按下式计算驻波比：

$$\rho = \lambda g / \pi W$$

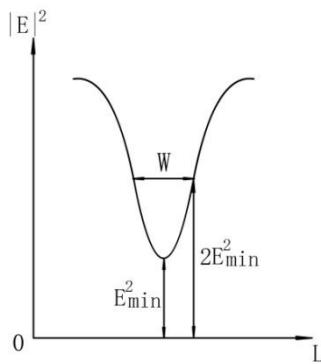


图1-6-35 二倍极小功率法

4. 波节位置和波导波长的测定

极小点的位置受探针的影响极微，只要驻波测量器灵敏度够高及极小点够尖锐，一般容易测定。为了精确测定极小点的位置，可采用平均值法，亦即测极小点附近两点（此两点在指示器的输出相等）的距离坐标，然后取这两点坐标的平均值，即得极小点坐标（如图 1-6-36）。

$$x_{\min} = \frac{1}{2}(x' + x'')$$

波导波长 λg 可由两个相邻极小点的距离：

$$x_{\min 2} - x_{\min 1} = \frac{1}{2}(x_2' + x_2'') - \frac{1}{2}(x_1' + x_1'') = \frac{1}{2}\lambda_g \quad \text{决定。所以有}$$

$$\lambda g = (x_2' + x_2'') - (x_1' + x_1'') \quad (1-6-\text{附 33})$$

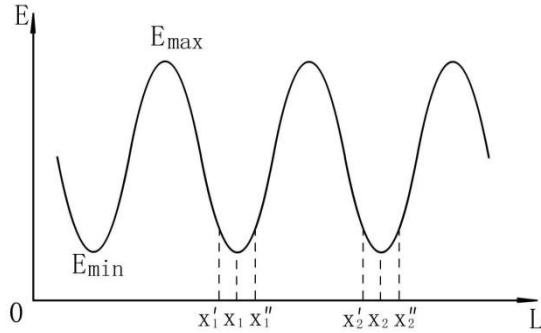


图 1-6-36 驻波曲线

(二) 功率测量

功率测量包括两种方法：1、相对测量（确定微波功率的大小）；2、绝对测量（确定微波功率的绝对值）。

在测量工作中常常需要检测微波功率的存在或估计其相对大小，用来检测微弱信号功率的灵敏指示器称为检波器。在小功率情况下，当检波电流不超过5~10微安时，检波晶体管可以相当精确地假定为平方律检波的，亦即检流计测得检波电流I与微波功率P成正比：

$$I = K_0 P \quad (1-6-\text{附 34})$$

其中 K_0 为常数，遗憾的是，检波晶体管的特性易随时间而大大改变，并受到环境因素的强烈影响，要想精确地确定 K_0 是不可能的，所以不能用检波晶体管来测量功率的绝对值。但是，这并不妨碍把检波晶体管用来测量及指示以相对单位表示的功率。

当在晶体检波接头前面加一个精密可变衰减器时，在不知道检波晶体管的特性曲线情况下，也可精确地测量相对功率值。这里，必须先介绍一下“衰减量”的定义。如果微波元件的输入端功率为 P_1 ，输出功率为 P_2 。则定义：

$$\text{衰减量 } A = 10 \lg P_1 / P_2 \quad (\text{分贝}) \quad (1-6-\text{附 35})$$

当测量当测量的微波输入功率变化时，可调节精密衰减器的衰减量使检波晶体管的检波电流始终保持一个恒定值 I_0 ，由精密衰减器的衰减量的大小便可精确地知道输入功率的相对值。

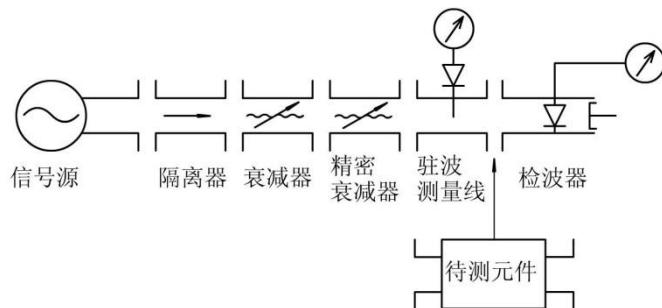


图 1-6-37 功率相对测量的线路

图 1-6-37 给出进行功率相对测量的线路，我们用它来测量微波器件的插入损耗 A_{in} 。如果检波器的检波晶体是平方律检波的，则它的检波电流即表示相对功率。在微波器件

未插入前，调节测量线的系统驻波比 $\rho \leq 1.10$ ，改变衰减器的衰减量，使晶体管的检波电流为 I_0 （例如 $I_0=100$ ），然后把微波器件插入，检波器的检波电流为 I ，则微波器件的插入损耗为：

$$A_{in}=10\lg(I_0/I_1) \quad (1-6-附 36)$$

如果用精密衰减器来测量微波器件的插入损耗，则记下在未插入微波器件时精密衰减器上的刻度 l_1 （由精密衰减器的校准曲线可以查得此制度所对应的衰减量 A_1 ）和检波器的检波电流 I_0 。在插入器件后，检波器的检波电流变成 I_1 ，改变精密衰减器的衰减量至刻度 l_2 （对应的衰减量为 A_0 ）时，检波器检波电流恢复到 I_0 ，则微波器件的插入损耗为：

$$A_{in}=A_1-A_2 \quad (1-6-附 37)$$

由于检波器的检波电流只作参考标准，故测量的精度主要决定精密衰减器的精度。

（三）频率测量

微波频率的测量方法基本有两种：一种是谐振腔法，一是频率比较法。

谐振腔法的测量设备是谐振腔波长计，它的主要组成部分为谐振腔、输入耦合、输出耦合、监视装置和读数装置。图 1-6-38 是圆柱谐振腔。

谐振腔波长计可用两种不同方法与微波系统连接：传输型（最大读数法）法和吸收型（最小读数法）法。传输式谐振腔有两个耦合元件，一个将能量从微波系统输入谐振腔，另一个将能量从谐振腔输出到指示器，当谐振腔调谐于待测频率时，能量传输最大，指示器的读数也是最大，如图 1-6-39（a）所示。吸收式波长计的谐振腔只有一个输入端与能量传输线相接，调谐是从能量传输线路接收端的指示器的读数的降低而看出的。如图 1-6-39（b）所示。

谐振腔波长计的精确度约在 1%~0.01% 范围。提高精度的主要途径是提高谐振腔的品质系数。因此，谐振腔波长计都是使用高 Q 的谐振腔。

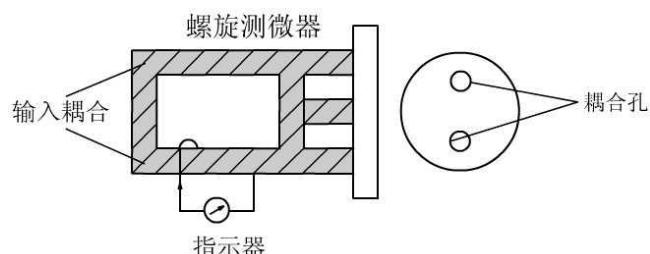


图 1-6-38 圆柱谐振腔波长计

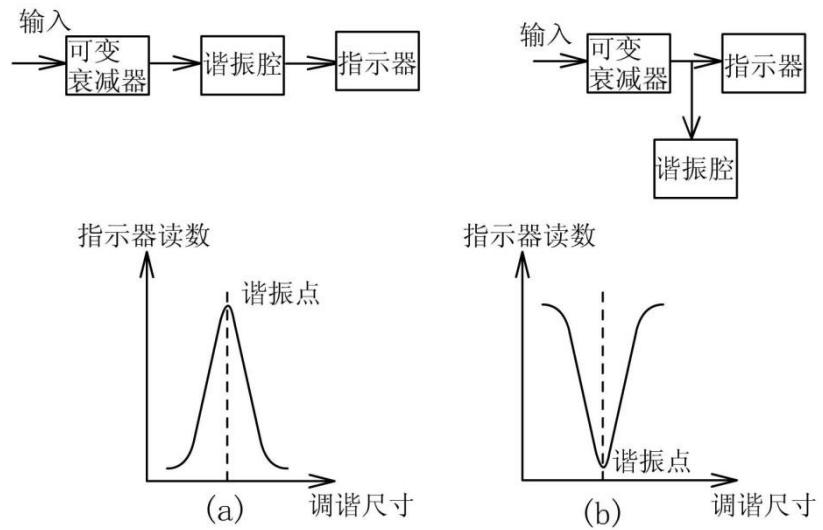


图 1-6-39 谐振腔波长计与线路的连接及相应的谐振曲线

实验 1—7 核磁共振

物质内的磁矩可以来自电子自旋，也可以是原子核自旋，因此有不同的共振。当考虑的对象是原子核时称为核磁共振(Nuclear magnetic resonance, NMR)；对于电子则称为电子顺磁共振(EPR)或电子自旋共振(ESR)。磁共振发生在射频(核磁共振)和微波(电子顺磁共振)范围，目前已成为波谱学的重要组成部分。

泡利(Pauli)在1924年研究原子光谱的超精细结构时，首先提出了原子具有核磁矩的概念。1938年拉比(Rabi)等人在原子束实验中首次观察到核磁共振现象。在宏观物质中观察到核磁共振却是在1946年，以珀塞尔(Purcell)和布洛赫(Bloch)所领导的两个小组，在几乎相同的时间里，用稍微不同的方法各自独立地发现在物质一般状态中的核磁共振现象，为此获得了1952年诺贝尔物理学奖。

核磁共振应用非常广泛，如物理、化学、生物、医学等学科领域。由于磁场可以穿过人体，利用核磁共振成像可以得到人体内各处的核磁共振信号，这些信号经过计算机处理可以用二维或三维的图像显示出来。将病态的图像和正常的图像进行比较就可以判断人体的病变，并且这种方法对人体无害。此外核磁共振也是精确测量磁场的重要方法之一。

核磁共振是一种利用原子核在磁场中的能量变化来获得关于核的信息的技术。其实质是用一定频率的电磁波作用于外磁场中核能级分裂的自旋磁矩不为零的原子核，分裂后的核能级发生共振跃迁。从实验方法上看，核磁共振可分成稳态和非稳态两大类。主要区别在于前者所加的交变磁场为连续波，实验设备简单，容易观察到共振信号；后者所加的交变磁场为射频脉冲，检测到的频谱十分丰富，有利于实验手段的自动化。

一、实验原理

1、核磁共振现象

核磁共振是一种外加磁场和原子核磁矩之间发生的共振现象。在自然界中，有许多原子核是具有磁矩的。它们的磁矩来自核的自旋，核的自旋是一量子力学概念在经典分析中，常将其比喻为核绕自身轴的旋转——“自转”。这种原子核存在的磁矩在空间中的取向是量子化的而不是任意的，核磁矩定义为：

$$\mu_I = \frac{e}{2m_p} g_N P \quad (1-7-1)$$

这里 g_N 称为核的朗德因子，因原子核而异。例如，质子 $g_N=5.585691$ ，中子 $g_N=-3.8262$ ；中子 g_N 是负值，表示它的磁矩与自旋P方向相反。中子是电中性的也有磁矩，似乎不可思议，实际上表明中子存在内部结构，内部有一定的电荷分布，总体来说是电中性的。各种由质子和中子组成的核， g_N 都有特定的值。这些值目前还无法通过计算得到，只能由实验测定。 m_p 是质子的质量，由于质子的质量比电子大1836倍，因此原子核磁矩比原子中的电子磁矩要小得多，所以有时可将原子中的电子的总磁矩看成为原子的总磁矩。

通常原子磁矩的单位用玻尔兹子 μ_B 表示，核磁矩的单位用核磁子 μ_N 表示，在SI单位制中

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.274078 \times 10^{-24} \text{ 焦耳/特斯拉} \quad (1-7-2)$$

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5.050824 \times 10^{-27} \text{ 焦耳/特斯拉} \quad (1-7-3)$$

式中， \hbar 为普朗克常数，原子中电子和原子核的磁矩可分别写成

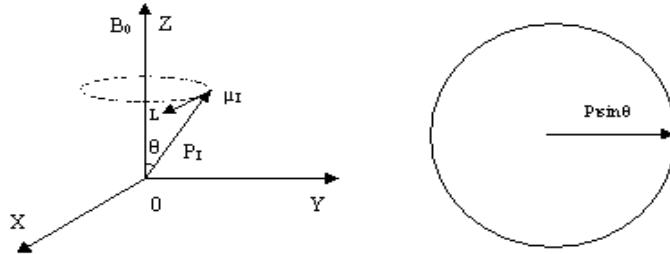
$$\mu_j = \frac{1}{\hbar} g \mu_B \mathbf{P}_j \quad (1-7-4)$$

$$\mu_I = \frac{1}{\hbar} g_N \mu_N \mathbf{P}_I \quad (1-7-5)$$

若将具有磁矩 μ_I 的核置于稳定磁场 B_0 中，则它受到磁转矩的作用，如图 1-7-1 (a) 所示，其大小为：

$$\mathbf{L} = \mu_I \times \mathbf{B}_0 = \frac{d\mathbf{P}_I}{dt} \quad (1-7-6)$$

此力矩迫使原子核的角动量 P_I 改变方向。若从图 1-7-1 (a) 自上向下看，我们将看到 P_I 的端点作圆周运动，如图 1-7-1 (b) 所示：



(a) 角动量作拉莫尔进动 (b) 进动着的角动量在 x-y 平面上的投影
图 1-7-1 磁转矩对角动量的作用

故在磁场 B_0 中的运动方程为：

$$\frac{d\mu_I}{dt} = \mu_I \times \gamma \mathbf{B}_0 \quad (1-7-7)$$

其中 γ 为旋磁比。此式表示磁矩 μ_I 绕 B_0 作拉莫尔进动，进动角频率 ω_0 为：

$$\omega_0 = \frac{\mu_I}{P_I} B_0 = \gamma B_0 \quad (1-7-8)$$

与 B_0 之间的作用能为：

$$E = -\mu_I \cdot \mathbf{B}_0 = -\mu_I B_0 \cos \theta \quad (1-7-9)$$

θ 为 μ_i 与 B_0 之间的夹角。

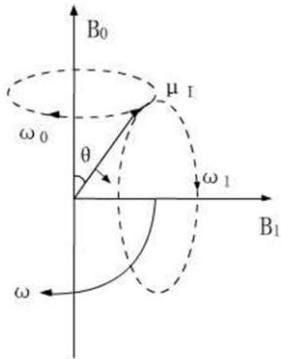


图 1-7-2 两磁场同时作用时 θ 角增大

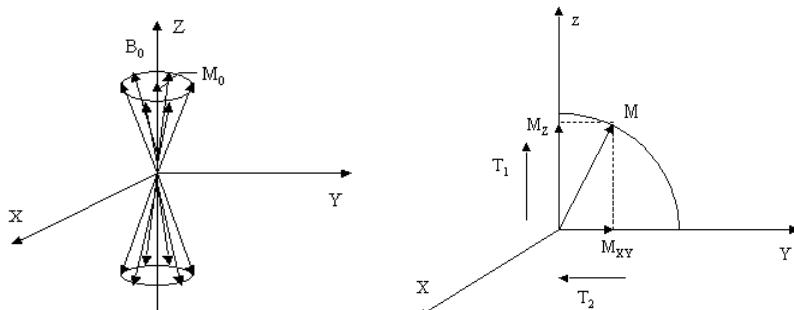
如果这时再在垂直于 B_0 的平面内附加一个角频率大小和方向与磁矩进动的角频率大小和方向相同的弱旋转磁场 B_1 , 如图 1-7-2 所示。则此时磁矩 μ_i 除受 B_0 作用以外还受到旋转磁场 B_1 的影响, 由于 B_1 的角频率 $\omega = \omega_0$, 即 B_1 与 μ_i 的相对方向保持固定, 则它对 μ_i 也是一个稳恒磁场的形式出现, 如前所述, 它也将导致 μ_i 绕 B_1 的进动。由于 B_1 很弱, 两个磁场作用的综合效果使 μ_i 原来绕 B_0 进动的夹角 θ 发生改变。由 1-7-9 式可知, θ 增大, 说明粒子吸收了 B_1 的能量, 它在磁场中的势能增加, 这就是核磁共振现象。

2、核磁共振的宏观理论

(1) 磁化强度矢量

如图 1-7-3 所示, 为描述系统的宏观特性我们引入磁化强度矢量。它是在单位体积内元磁矩 μ_i 的矢量和, 用 \mathbf{M} 表示:

$$\mathbf{M} = \sum_i \mu_i \quad (1-7-10)$$



(a) M 处于平衡态

(b) M 偏离平衡态

图 1-7-3 自旋为 $1/2$ 的核磁矩系统的矢量和

可以看出, 由于各元磁矩在绕 B_0 进动时, 其初始相位是随机分布的, 所以其磁化矢量 \mathbf{M} 只出现纵向分量, 即 $\mathbf{M} = \mathbf{M}_z$, 横向分量相互抵消, 故 $\mathbf{M}_x = \mathbf{M}_y = 0$ 。然而, 如果在与 B_0 相垂直的 X-Y 平面内存在旋转磁场 B_1 , 元磁矩将同时绕 B_1 作进动, 结果使 \mathbf{M} 离开 Z 轴出现了 \mathbf{M} 的横向分量 \mathbf{M}_{xy} , 即 $\mathbf{M}_{xy} \neq 0$, 如图 1-7-3 (b) 所示。 \mathbf{M} 在磁场作

用下的运动方程为

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_0 \quad (1-7-11)$$

即 \mathbf{M} 以频率 $\omega_0 = \gamma B_0$ 绕外磁场进动。

(2) 驰豫现象

由于分子热运动，去掉 B_1 后， M_Z 、 M_X 、 M_Y 将以下列规律变化：

$$\frac{dM_Z}{dt} = -\frac{M_Z - M_0}{T_1} \quad (1-7-12)$$

$$\frac{dM_{XY}}{dt} = -\frac{M_{XY}}{T_2} \quad (1-7-13)$$

其中 T_1 描述磁化强度纵向分量 M_z 恢复过程的时间常数，因此称为纵向弛豫时间，它的微观机制是由于核自旋与晶格（即周围介质）交换能量引起的。 T_2 是描述磁化强度横向分量 M_{xy} 消失过程的时间常数，这过程中系统的能量不改变，只是使各 \mathbf{H}_I 绕 B_0 进动的相位发生混乱。

在凝聚态系统中，热平衡时相邻能级上粒子数遵从玻尔兹曼分布，即

$$\frac{N_{10}}{N_{20}} = \exp(-\Delta E / kT) \quad (1-7-14)$$

式中 N_{10} 表示上能级粒子数， N_{20} 表示下能级粒子数； k 为玻尔兹曼常数， T 为晶格的绝对温度， $\Delta E = \hbar\omega$ 。在通常磁场下，由于核磁矩很小，因此 ΔE 很小，室温时， $\Delta E \ll kT$ ， N_{10} 略小于 N_{20} ，相差百万分之几。核磁共振时，因为受激辐射与受激吸收的跃迁几率相等，吸收信号的强弱与上下能级粒子数之差 $N_2 - N_1$ 有关。因为 N_1 与 N_2 之间的差数是很小的（对 1H 约 7×10^{-6} ），吸收信号的强弱还与核自旋系统的弛豫过程有关。弛豫时间，反映系统由非平衡态趋向热平衡态速度的快慢。核自旋系统恢复到热平衡态时，上下两能级粒子数 N_1 、 N_2 之间的关系为：

$$\frac{N_1}{N_2} = \exp(-\Delta E / kT_s) \quad (1-7-15)$$

由此式所确定的自旋体系的温度 T_s 最终与晶格的温度 T 相等。在自旋系统中还存在另一种自旋—自旋弛豫过程，称为自旋—自旋相互作用，它不改变自旋粒子体系各能级上粒子数，即不改变自旋系统的总能量。实际的磁共振，上述共振吸收和弛豫过程同时进行。通过共振吸收，粒子数偏离平衡态分布，另一方面又通过弛豫回到热平衡态，当这两个过程达到动态平衡时，出现稳定的吸收信号，称为稳态核磁共振吸收谱。

(3) 布洛赫方程及稳态解

上面分别分析了磁场和弛豫过程对磁化强度矢量 \mathbf{M} 的作用，得到运动方程式

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_0 \quad (1-7-16)$$

将此式与 (1-7-12)、(1-7-13) 两式合并，并考虑到 XY 平面内旋转磁场的存在， $\mathbf{B}_1 = B_1(\mathbf{i} \cos \omega t - \mathbf{j} \sin \omega t)$ ，即得到著名的布洛赫方程：

$$\begin{cases} \frac{dM_x}{dt} = \gamma(M_y B_0 + M_z B_1 \sin \omega t) - \frac{M_x}{T_2} \\ \frac{dM_y}{dt} = \gamma(M_z B_1 \cos \omega t - M_x B_0) - \frac{M_y}{T_2} \\ \frac{dM_z}{dt} = \gamma(-M_x B_1 \sin \omega t - M_y B_1 \cos \omega t) - \frac{M_z - M_0}{T_1} \end{cases} \quad (1-7-17)$$

在某些特殊情况下解上述方程式，可以解释某些核磁共振现象。

下面进一步讨论我们感兴趣的某些形式的解。为便于分析我们引入新的旋转坐标系，则 (1-7-17) 式可以简化。新坐标 (u, v, z) 即其 z 轴与静止坐标系的 Z 轴重合，而 u 与 v 轴则以角速度 ω_0 绕 Z 轴转动。在新的坐标系中； B_1 是静止的，这样，(1-7-17) 式变为

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{u}{T_2} - (\omega_0 - \omega) \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{v}{T_2} + (\omega_0 - \omega)u - \gamma B_1 M_z \\ \frac{dM_z}{dt} = \frac{M_0 - M_z}{T_1} + \gamma B_1 v \end{cases} \quad (1-7-18)$$

用通常方法严格解这个方程是困难的，一般是根据实验条件进行简化。例如观察连续波磁共振时，往往利用扫场或扫频的方法。如果磁场或频率变化十分缓慢，可以认为 u 、 v 、 M_z 不随时间变化。则可得到布洛赫方程的稳态解：

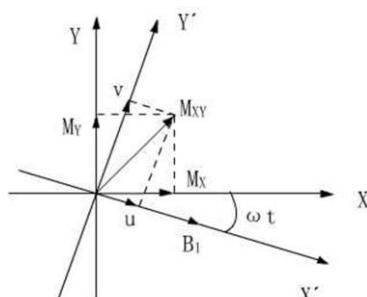


图 1-7-4 M_{xy} 在两种坐标系的转换关系

$$\begin{cases} u = \frac{\gamma B_1 T_2^2 (\omega_0 - \omega)}{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} M_0 \\ v = \frac{\gamma B_1 T_2}{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} M_0 \\ M_z = \frac{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)}{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} M_0 \end{cases} \quad (1-7-19)$$

根据上式画出的 u 和 v 的图形如图 1-7-5 所示, 类似于光学中的色散与吸收曲线, 此处称 u 为色散信号, v 为吸收信号。曲线表明了 u 与 v 和频率的关系。

4、对结果的分析

由上面得到的稳态解和从图 1-7-5 可看出, 稳态解的吸收信号有几个我们实验中感兴趣的重要特点。

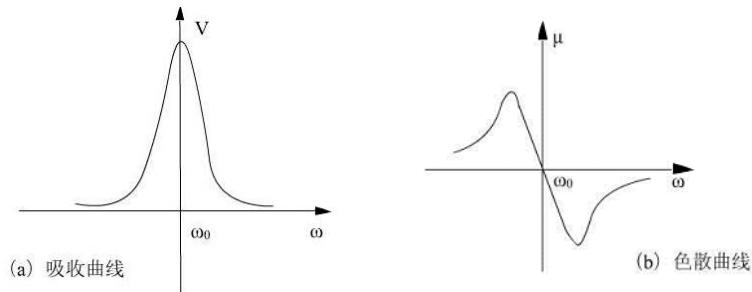


图 1-7-5 吸收信号与色散信号

(1) 当 $\omega = \omega_0$ 时, 即发生共振吸收时, v 有极大值, 可表示为

$$v_{\max} = \frac{\gamma B_1 T_2 M_0}{1 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \quad (1-7-20)$$

当 B_1 较小时, $\gamma^2 B_1^2 T_1 T_2 \ll 1$ 。这时分子中的 B_1 起主要作用, 吸收信号强度 v_{\max} 与 B_1 成正比。当增加 B_1 时, v 增加放慢, 这是因为核系统中两能级上粒子数差额减小; 当进一步增加 B_1 时, 信号强度不再增加, 反而开始下降, 这是因为 B_1 较大时, 条件 $\gamma^2 B_1^2 T_1 T_2 \ll 1$ 不再成立, 而分母中的 B_1 起主要作用, 这相当于核系统中两能级上的粒子数趋于相等。若再继续增加 B_1 时, 信号强度减小到看不见的程度, 我们把这种现象称为吸收信号的饱和, 这相当于核系统两能级上的粒子数相等, 而不再吸收射频场的能量。

(2) 由稳态解中吸收信号的表达式还可知, 吸收信号的半宽度为

$$\Delta\omega = \omega_0 - \omega = \frac{1}{T_2} \left(1 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2^{\frac{1}{2}} \right) \quad (1-7-21)$$

可见, 线宽主要由 T_2 值决定, 所以横向弛豫时间是线宽的主要参数。

(3) 从积分强度 $I = \int_{-\infty}^{\infty} v d\omega$, 即从吸收曲线与横坐标轴之间的那部分面积, 可以大致知道样品中参与接近共振的那部分核的数量是多少。

二、实验装置

整个核磁共振实验装置如图1—7—6所示，它是由产生稳恒磁场 B_0 的电磁铁，扫场线圈及其电源、探头（包括样品）及边限振荡器、频率计、示波器等组成。

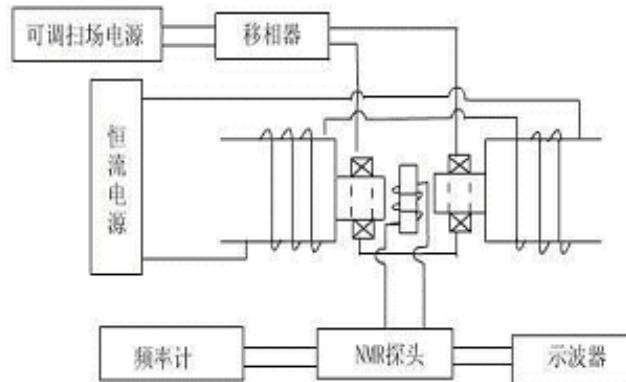


图1—7—6 核磁共振实验方框图

1. 对稳恒磁场 B_0 要求稳定性好，样品所在范围内均匀性好。同时 B_0 越强，热平衡时，上下能级粒子数之差越大，核磁共振吸收信号也越强。本实验中稳恒磁场由恒流电源供电，由于通电时，磁场线圈发热引起线圈电阻的变化，将导致磁场的漂移。一般要通电一小时左右才能基本稳定下来。

2. 将边限振荡器的线圈放置在 x 方向，振荡时沿线圈轴线 k 方向就产生一个交变的磁场

$$B_x = 2B_1 \cos \omega t \quad (1-7-22)$$

对这个线偏振磁场，我们可分解成两个方向相反的圆偏振场，如图1—7—7所示。对 y 为正的系统，起作用的分量是在 $x-y$ 平面上沿顺时针方向旋转的磁场，当 $\omega = \omega_0 = \gamma B_0$ 时，将发生共振吸收。而对于方向相反的分量，由于频率为 $-\omega$ ，与 ω_0 相差甚远，它的影响可忽略。

3、信号的接收——边限振荡器

所谓边限振荡器，是指该振荡器被调节至振荡与不振荡的临界状态。振荡回路的振荡线圈包围着样品一起被放到稳恒磁场 B_0 中去。它即做发射线圈，也兼做接收线圈。当样品吸收的能量不同时，亦即相当于线圈的Q值变化，从而振荡器的振幅将有显著的变化。当发生共振时，样品吸收能量增强，振荡变弱，经过二极管即把反映振荡器振幅大小变化的共振吸收信号检出，通过放大后用示波器显示，如图1—7—8 所示。边限振荡器调节不好，就可能观察不到共振吸收信号。

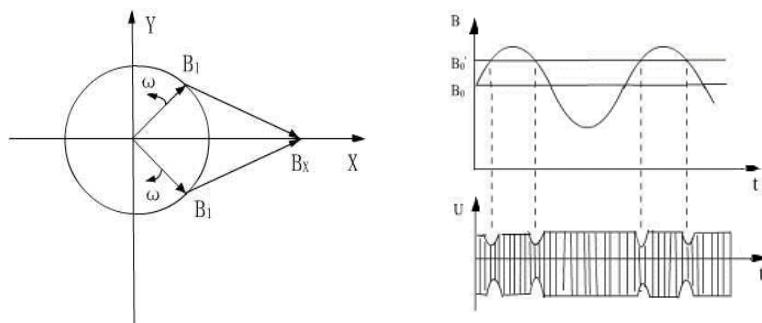


图1-7-7 线偏振场分析

图1-7-8 调制场与吸收

4. 扫场

观察核磁共振吸收信号 v 可有两种方法，一种是磁场 B_0 固定，让射频场 B_1 的频率 ω 连续变化通过共振区，当 $\omega = \omega_0 = \gamma B_0$ 时出现共振峰，称为扫频的方法。另一种方法是把射频场的频率 ω 固定，使磁场 B_0 连续变化，通过共振区，称为扫场的方法。但二者显示的都是共振吸收信号 v 与频率 ω 之间的关系曲线。为了便于观察核磁共振信号，通常用大调制场技术，即在稳恒磁场 B_0 方向上叠加一个低频调制磁场 $B_m \sin \omega' t$ ，那么此时样品所在的实际磁场为 $B_0 + B_m \sin \omega' t$ 。由于调制场幅值不大，磁场方向仍保持不变，只是磁场的幅值按调制频率周期的变化，相应的拉莫尔振动频率 ω ，也相应地发生周期性变化，即

$$\omega_0 = \gamma(B_0 + B_m \sin \omega' t) \quad (1-7-23)$$

这时只要射频场的角频率 ω 调到变化范围之内，同时调制磁场扫过共振场范围，便更容易用示波器观察到共振吸收信号（示波器的扫描电压与调制场的电压要通过移相器调成同位相）。如图1-7-8所示。

在以上的讨论中我们都是假设 B_0 是稳恒不变的，或者是慢扫场。但是如果磁场的扫描速度不满足慢通过条件，而是比规定的速度快得多，也就是通过共振点的时间比弛豫时间小得多，那么前面所讲的布洛赫方程的解就不能用来描述实验现象。因为谱线的形状会发生很大的变化，在通过共振点后会出现衰减的振荡，这个衰减的振荡称为“尾波”，如图1-7-9所示。

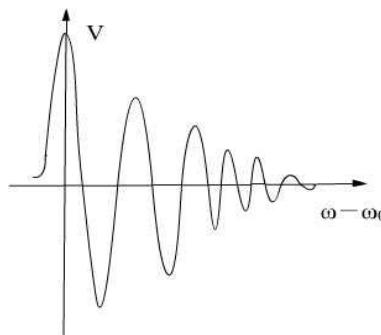


图 1-7-9 弛豫尾波

三、实验内容与步骤

- 熟悉仪器及各部分之间的连线，（样品是硫酸铜水溶液，已放置于边限振荡器探头内）。将边限振荡器探头及样品放入磁场中。
- 调节扫场幅度，边限振荡器机箱底部的四个调节螺丝以及边限振荡器的振荡频率，找到共振信号。根据公式 $\omega_0 = \gamma B_0$ ，计算此时的磁场 B_0 （已知氢核的回磁比是 $\gamma_H = 2.6752 \times 108 / T \cdot s$ ）。

思考题

- 简述对核磁共振的认识及应用。

2. 把样品换成HF酸，先找出氢核的共振信号（较强），维持上述实验过程中的 B_0 不变，将边限振荡器的频率稍微降低，便是氟核的共振信号（比氢核的共振信号弱很多），仔细寻找，并将其信号调至示波器的正中，记下此时的频率 f_F ，然后计算出氟核的回磁比 γ_F 、因子 g_F 和核磁矩 μ_{ZF} 。

计算时可利用公式

$$\gamma_F = 2\pi \frac{f_F}{B_F} = \frac{f_F}{f_H} \gamma_H$$

$$g_F = \frac{\gamma_F}{\mu_N} h$$

$$\mu_{ZF} = m_{IF} \gamma_F h = m_{IF} g_F \mu_N = m_{IF} g_F \quad (\text{以核磁子为单位})$$

式中 $m_{IF} = \frac{1}{2}$ ，为 ^{19}F 核的磁量子数。 γ_H 和 γ_F 分别为 1H 和 ^{19}F 核的回磁比， f_H 和 f_F 分别为它们在同一磁场下的核磁共振频率。

3. 实验过程中，需要在稳恒磁场的方向上叠加一低频调制磁场，简述此低频调制磁场的作用？

实验 1-8 光速的测量

光速测量实验已经历了 300 多年的历史。从 1676 年丹麦天文学家罗迈首次提出有效的测量光速的方法以来，许多科学家采用不同手段对光速进行了测量：包括荷兰物理学家惠更斯、英国天文学家布拉德雷等；法国人菲索采用旋转齿轮法，法国物理学家傅科则利用旋转镜法测空气中的光速；1874 年考尔纽也对光速进行了测量。最有名的是迈克尔逊，他以光速测量为终生目标，自己设计了旋转镜和干涉仪，用来测量光速和波长、折射率和微小长度量。1879 年，他测得光速为 $299910 \pm 5 \text{ Km/s}$ ；1882 年测得光速 $299853 \pm 6 \text{ Km/s}$ ，这个结果被公认为国际标准并沿用了 40 年。他因此在 1907 年获得诺贝尔物理学奖。但人类对光速的测量并未完结，1928 年，卡洛拉斯和米太斯塔德首次提出用可尔盒法测定光速，直到 1951 年贝奇斯传德用这种方法测出光速为 299793 Km/s 。由于光波是电磁波，所以艾森提出了用空腔共振法来测量光速。其原理是：微波通过空腔时，当它的频率为某一值时发生共振。根据空腔的长度可以求出共振腔的波长，再将共振腔的波长换算成光在真空中的波长，由波长和频率可计算出光速。

当代计算出的最精确的光速都是通过波长和频率求得的。1958 年，弗鲁姆求出光速的精确值： $299792.5 \pm 0.1 \text{ Km/s}$ 。1972 年，埃文森测得了目前真空中光速的最佳数值： $299792457.4 \pm 0.1 \text{ m/s}$ 。

光速的测量在光学的研究历程中有着重要的意义。光速测量方法和精确度的每一点提高都反映和促进了相应时期物理学的发展。尤其在微粒说与波动说的争论中，光速的测定曾给这一场著名的科学争论提供了非常重要的依据。

一、实验目的

1. 理解光拍频的概念
2. 掌握光拍频测量光速的方法

二、光拍频法(声光调制即光拍法测定光速)实验原理

1、光拍的产生和传播

在介质中传播超声波时，由于弹性应变导致介质折射率或介电常数的变化。此时，当光通过该介质时会发生衍射现象——声光效应。本实验采用声光调制器将单色激光调制后产生具有一定频差又重叠在一起的两光束，从而方便地获得光拍频。

根据振动叠加原理，频差较小、速度相同的两同向共线传播的简谐波相迭加即形成拍。拍频波的频率(即拍频)是相叠加的二简谐波的频差。

考虑振幅相同为 E_0 、频率分别为 f_1 和 f_2 (频差 $\Delta f = f_1 - f_2$ 较小) 的两列沿 x 轴方向传播的平面光波：

$$E_1 = E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_1)$$
$$E_2 = E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_2)$$

式中 $k_1 = 2\pi/\lambda_1 = \frac{\omega_1}{c}$ ， $k_2 = 2\pi/\lambda_2 = \frac{\omega_2}{c}$ ， $\omega_1 = 2\pi f_1$ ， $\omega_2 = 2\pi f_2$ ， φ_1 和 φ_2 分别为两列波在坐标原点的初位相。若这两列光波的偏振方向相同，则迭加后形成

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\left(t - \frac{x}{c}\right) + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right]$$

$$\times \cos\left[\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\left(t - \frac{x}{c}\right) + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right] \quad (1-8-1)$$

上式就是沿 x 轴方向的拍频波，其角频率为 $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ ，振幅为 $2E_0 \cos\left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\left(t - \frac{x}{c}\right) + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right]$ 。因为振幅以频率 $\Delta f = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi}$ 周期性变化，所以被称为拍频波， Δf 称为拍频。图 1-8-1 所示为拍频波场在某一时刻 t 的空间分布，振幅的空间分布周期就是拍频波长，以 Λ 表示。因为拍频波的频率较光频率要小得多，所以我们可以用光电检测器检测。

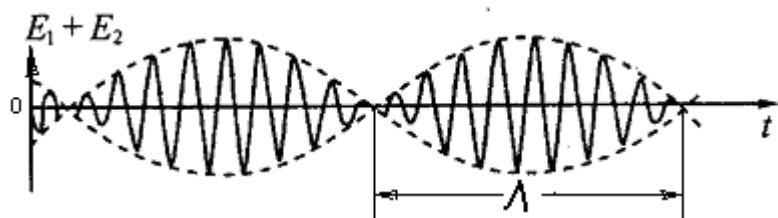


图 1-8-1 拍频波场在某一时刻 t 的空间分布

用光电探测器接受光的拍频波，由于光频 f_0 高达 10^{14} Hz ，光振动的周期约为 10^{-14} 秒 ，到目前为止，即使是最好的光电探测器，其响应时间 τ 也只能达到 10^{-8} 秒 ，它远大于光波的周期。因此，任何探测器所产生的光电流都只能是在响应时间 τ ($\frac{1}{f_0} < \tau < \frac{1}{\Delta f}$) 内的平均值

$$\bar{i} = \frac{1}{t} \int_t idt = gE_0^2 \left\{ 1 + \cos\left[\Delta\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + (\varphi_1 - \varphi_2)\right] \right\} \quad (1-8-2)$$

式中 g 为探测器的光电转换常数。在同一时刻，光电流 \bar{i} 的空间分布如图 1-8-2 所示。

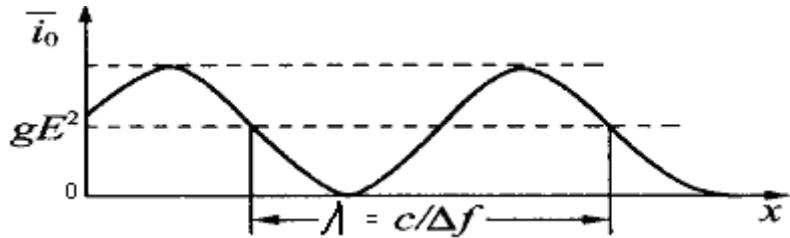


图 1-8-2 光电流 \bar{i} 的空间分布

式中 $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ ，可见光检测器输出的光电流包含直流和光拍频信号两种成分。将直流成分滤掉，即得光拍信号。而光拍信号的位相又与空间位置 x 有关，即处在不同

位置的探测器所输出的光拍信号具有不同的位相。设空间某两点之间的光程差 ΔL ，该两点的光拍信号位相差为 $\Delta\varphi$ ，根据 (1-8-2) 式应有

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\omega \cdot \Delta L}{c} = \frac{2\pi\Delta f \Delta L}{c} \quad (1-8-3)$$

如果将光频波分为两路，使其通过不同的光程后入射同一光电探测器，则该探测器所输出的两个光拍信号的位相差 $\Delta\varphi$ 与两路光的光程差 ΔL 之间的关系仍由上式确定。当 $\Delta\varphi = 2\pi$ 时， $\Delta L = \Lambda$ ，恰为光拍波长，此时上式简化为

$$C = \Lambda \cdot \Delta f \quad (1-8-4)$$

可见，根据 $C = \Lambda / \Delta f$ 只要找出两束拍频光波的相位相同点的位置，测出两光路的光程差 Λ ，使用频率计测出加载到声光移频器上的频率 F ，既可得出 $\Delta f = 2F$ ，由此可求出光速：

$$C = \Lambda \cdot \Delta f = \Lambda \cdot 2F$$

2、相拍二光波的获得

为产生光拍频波，要求相迭加的两光波具有一定的频差，这可通过超声与光波的相互作用来实现。具体方法有两种，一种是行波法，如图 1-8-3 所示，在声光介质与声源（压电换能器）相对的端面敷以吸声材料，防止声反射，以保证只有声行波通过介质。声光器件没加电信号时，激光通过晶体，入射光与通过晶体的出射光在频率上没有变化，也没有衍射现象。声光器件加电信号时，经压电换能器电信号变成同频率的超声波（弹性波）在光束前进方向相垂直的方向上传播，引起折射率的周期性变化，使介质成为一个位相光栅，激光束通过介质时要发生衍射，频率也发生了与声频有关的频移。衍射光的角频率与超声波的角频率有关，第 L 级衍射光的角频率 $\omega_L = \omega_0 + L\Omega$ ，其中 ω_0 是入射光的角频率， Ω 为超声波的角频率， $L = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 为衍射级，如 +1 级的衍射光频率为：

$\omega_0 + \Omega$ ，衍射角为 $\alpha = \frac{\lambda}{\Lambda}$ ， λ 和 Λ 分别为介质中的光和声波长，利用适当的光路使零级与 +1 级衍射光汇合起来，沿同一条路经传播，即可产生频差为 Ω 的光拍频波。

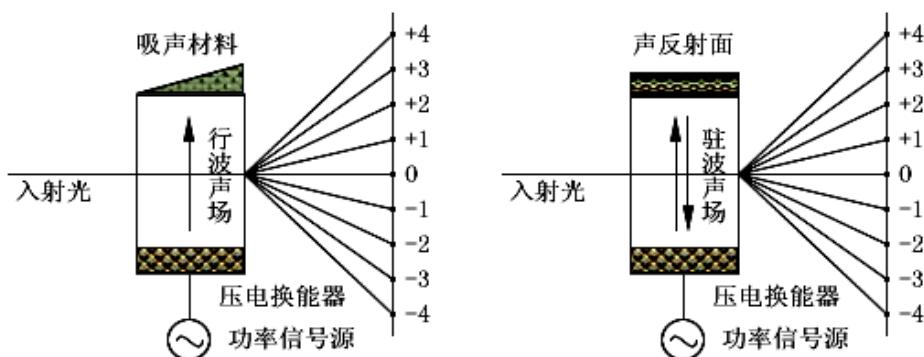


图 1-8-3 行波法获得相拍二光波

图 1-8-4 驻波法获得相拍二光波

另一种是驻波法，如图 1-8-4 所示，前进波与反射波在介质中形成驻波超声场，此时沿超声传播方向，介质的厚度恰为超声半波长的整数倍，这样的介质也是一个超声位

相光栅，激光束通过时也要发生衍射，且衍射光效率比行波法要高。第 L 级衍射光的圆频率

$$\omega_{L,m} = \omega_0 + (L + 2m)\Omega$$

式中 $L, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 可见，在同一级衍射光内就含有许多不同频率的光波。因此，用同一级衍射光即可获得拍频波。例如，选取第一级，由 $m = 0, -1$ 的两种频率成分叠加，可得拍频为 2Ω 的拍频波。

两种方法比较，显然驻波法有利，我们的实验中采用产生驻波的声光移频器。

三、实验仪器

1、实验装置

用 CG-III 型光速测定仪时，实验装置如图 1-8-5 所示。超高频功率信号源产生的频率为 F 的信号输入到声光频移器，在声光介质中产生驻波超声场。 6328 \AA 的 He-Ne 激光通过介质后发生衍射，第 1 级（或零级）衍射光中含有拍频为 $\Delta f = 2F$ 的成分。半反镜将第一级（或零级）衍射光分成两路，远程光束经多次反射镜后。又与反射后的近程光束汇合，入射到光电倍增管。光电倍增管的输出电流经滤波放大电路后，滤掉了频率为 $2F$ 以外的其他所有成分，只将频率为 $\Delta f = 2F$ 的拍频信号输入示波器。用斩光器依次切断近程和远程光束，则在示波器屏上同时出现近程和远程光束的拍频信号的正弦波形（依次切断近程和远程光束，相当于用电子开关控制的双踪示波）。调节两路光的光程差，当程差恰等于一个拍频波长 A 时，两正弦波的位相差恰为 2π ，波形第一次完全重合，根据 (1-8-4) 式

$$c = \Delta f \quad A = 2F \quad A$$

从导轨上测得 A ，用数字频率计测得功率信号源的输出频率 F ，根据上式可得出空气中的光速 c 。

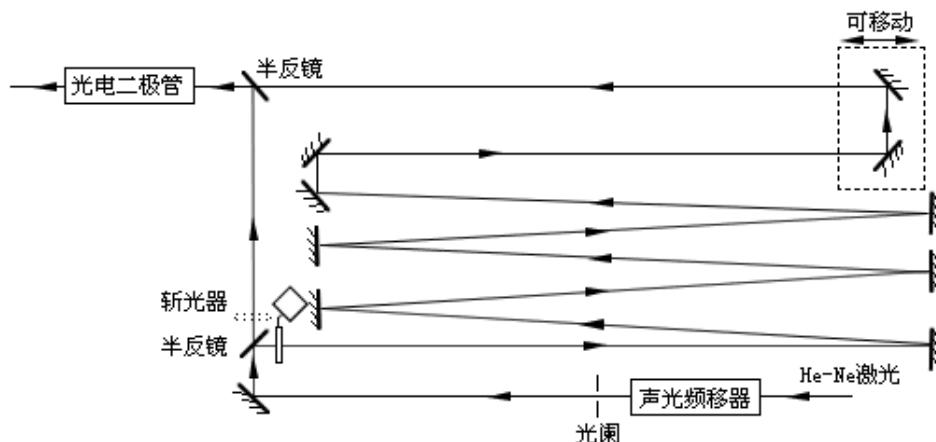


图 1-8-5 CG-III 型光速测定仪光路图

2、信号处理电路

图 1-8-6 为信号处理电路， 29.7 MHz 的本机震荡信号与 30 MHz 的光拍信号混频后，以 300 kHz 的中频信号输入示波器 Y 轴；同时， 29.7 MHz 的本振信号经二分频后与来自功

率信号源的 15MHz 的信号混频后以 150kHz 的中频信号输入示波器的“外触发”端（对于不同仪器，各频率值可能与这里列举的数值不同，但滤波后的信号与功率源的信号总是倍频关系，输入 Y 轴与输入“外触发”端的信号也总是倍频关系）。由于增加了分频与混频的信号处理电路，因而可以使用普通示波器，而不再需要使用高频示波器。

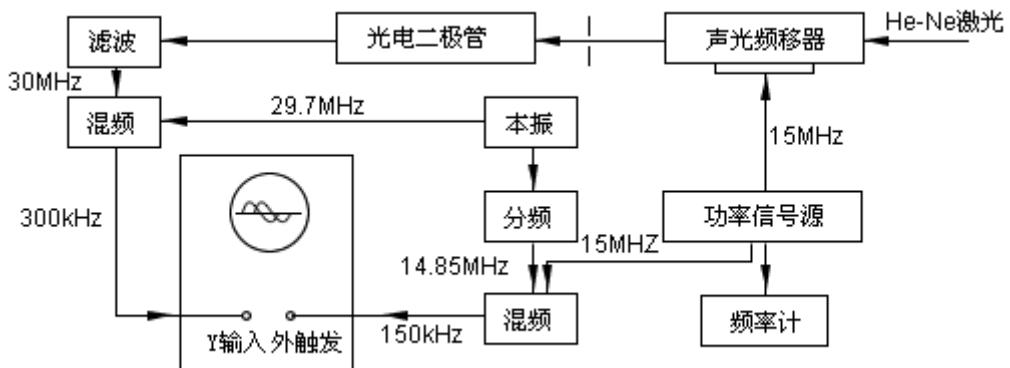


图 1-8-6 CG-III 信号处理电路

四、实验内容

本实验采用 CG-III型光速测定仪实验装置

1、熟悉实验装置；按图 1-8-6 连接线路（除示波器和频率计外，其余设备和器件都已安装在光速测定仪的机箱里。激光器、各种镜片、斩光器装在台面上。）

2、打开激光电源，调节激光电流至 4.5mA 左右。按照图 1-8-5 调节整个光路：激光束经过声光移频器射向小孔光阑，（此时声光移频器不加信号，也不开斩光器电源）。调整小孔光阑位置使激光束完全通过，并照射在 45° 角放置的全反射镜片上。反射光再经一半反射镜片分成两束光（一束透射光、一束反射光），一束透射光直接经过另一个半反射镜反射后进入光电二极管接收器，这束光是近程光信号。另一束反射光经过台面上左右两排反射镜的几次反射，最后也经过同一个半反射镜进入信号接收器，这束光是远程光信号。调节斩光器的位置和高低，使两光束均能从斩光器的开槽中心通过。

3、依次调节各全反镜和半反镜的调整架螺丝，使远程和近程两光束在同一水平面内反射、传播，最后垂直入射到光电二极管接收器上。光电二极管接收器封装在左侧的小箱内，可以移开小天窗盖并调节光电二极管接收器位置。手动斩光器，使斩光器的喇叭口开槽置于遮断远程光而使近程光进入接收器位置。观察近程光信号是否照在了光电二极管接收器上（光电二极管的玻璃罩被照亮）。再手动斩光器遮断近程光而使远程光进入接收器位置。观察远程光信号是否照在了光电二极管接收器上（光电二极管的玻璃罩被照亮）。整个调节的目的是使近程和远程光信号以最大光强度照射到光电二极管接收器上。

4、接通 12 伏功率信号源直流稳压电源，调节功率信号源的输出频率，使衍射光最强。调节小孔光栏，使 1 级或零级衍射光通过。再次检查调节各全反镜和半反镜的调整架，使远程和近程两光束在同一水平面内反射、传播，最后垂直入射接收头。

5、打开斩光器电源，斩光器开始旋转，遮断（可用窄纸片）远程光而使近程光进入接收器，示波器上会有近程光的光拍信号波形出现，微调功率信号频率，使波形幅度最大。再遮断近程光使远程光照亮信号接收器，观察远程光的光拍信号波形是否与近

程光的幅度相等，如不相等，可调节最后一个全反镜的俯仰，改变远程光进入接收器的光通量，使两波形的幅度相等（必要时还可在接受器外的光路上加一个会聚透镜，将远程光会聚起来入射接收器）。

6、按常规调节示波器：示波器上出现两个幅度大致相等但位相差不等于零的正弦波形。要测量相位相同时的光程差，必须找出两波形位相差为零的位置。可用两种方法：一种是观察两束拍频光波的波形，调整远程光距离，使两波形完全重合，此时两路光的程差即为拍频波长 Λ 。另一种方法是在示波器上调出两束光波的李萨如图形，这需要调整远程光距离找出相位相同点，且调节两光束幅度相同才可实现。李萨如图形如图 1-8-7 所示：因为调节李萨如图形对两束光波的要求较高，一般不易调出来，所以常用调节两波形完全重合的方法。

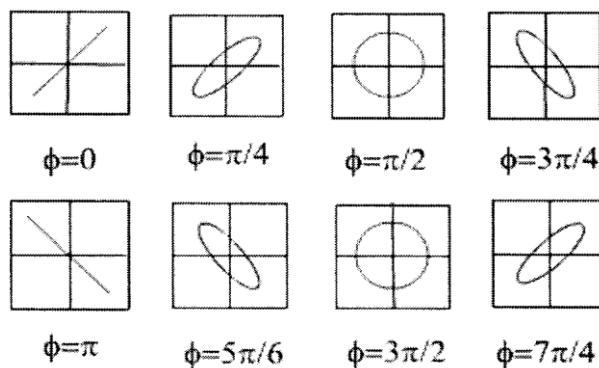


图 1-8-7 李萨如图形

7、用手柄前后移动在轨道中段装有反射镜的滑动平板，改变两路光的程差，使示波器上两波形完全重合。此时，两路光的光程差即为拍频波长 Λ 。

8、测量拍频波长 Λ ，并用数字频率计精确测定功率信号源的输出频率 F 。反复进行多次，记录测量数据。计算 He-Ne 激光在空气中的传播速度及其标准误差。

五、注意事项

1、电动旋转式斩光器斩光时，任一时刻只有一束光通过而另一束被斩断，使两光路交替由接收器接受并输入示波器显示波形。利用示波器的显示屏的余晖，我们在单通道示波器上可同时看到两路拍频光波的波形，以达到比较两路光拍频波相位的目的。因此，为正确比较相位，必须用统一的时基，示波器工作且不可用在触发同步，应用功率信号做示波器的外触发同步信号，避免引起较大测量误差。

2、数字频率计使用在 kHz 档位上。

3、由于设备上未安装标度尺，使用钢卷尺测量远近光程时应注意尽可能减小误差。

六、思考题

- 1、根据实验中各个量的测量精度，分析影响实验精度的主要因素。
- 2、设计光速测量的其他实验方法。

实验 1-9 普朗克常数测定

1887 年，赫兹在研究电磁辐射时意外发现，光照金属表面时，在一定的条件下，有电子从金属的表面溢出，这个物理现象被称作观点效应，所溢出的电子称光电子。由此光电子的定向运动形成的电流称光电流。

1905 年，爱因斯坦用光量子理论圆满解释了光电效应，并得出爱因斯坦光电效应方程。后来密立根对光电效应开展全面的实验研究，证明爱因斯坦光电效应方程的正确性，并精确测出普朗克常数 H 。因为在光电效应等方面的杰出贡献，爱因斯坦和密立根分别于 1921 年和 1923 年获得诺贝尔物理学奖。

光电效应和光电子理论在物理学的发展史上具有划时代的意义，量子论是近代物理的理论基础之一。而光电效应则可以给量子论以直观鲜明的物理图像。随着科学技术的发展，利用光电效应制成的光电元件在许多科技领域得到广泛的应用。

本实验利用“减速电势法”测量光电子的动能，从而验证爱因斯坦方程，并测得普朗克常数。经过本实验有助于进一步理解量子理论。

一 实验原理

当一定频率的光照射某些金属表面时，可以使电子从金属表面逸出，这就是光电效应现象。1900 年德国物理学家 Plank 在研究黑体辐射时，提出辐射能量不是连续的假设。1905 年爱因斯坦在解释光电子效应时，将 Plank 的辐射能量不连续的假设作了重大发展。提出光并不是由 Maxwell 电磁场理论提出的传统意义上的波。而是由能为 $h\nu$ 的光电子（简称光子）构成的粒子流。其中 h 为普朗克常量， ν 为光电子频率。根据这一理论，当金属中的电子吸收一个频率为 ν 的光子成为光电子，便获得了光子的全部能量 $h\nu$ 。如果此能量大于或等于电子摆脱金属表面约束的逸出功 A ，电子就能从金属中逸出。按照能量守恒定律有：

$$h\nu = \frac{1}{2}mV_m^2 + A \quad (1-9-1)$$

(1-9-1) 式即为爱因斯坦方程， V_m 表示逸出光电子的最大速率， $\frac{1}{2}mV_m^2$ 光电子逸出金

属表面时所具有的最大初动能，为光照金属材料逸出功。此式表明：光电子的初动能与入射光的频率有线性关系，而与入射光强度无关。若入射光频率低于特定频率 ν_0 时，光子能量小于逸出功 A 时，将不会产生光电效应。此时对应入射光频率为：

$$\nu_0 = A/h \quad (1-9-2)$$

ν_0 为极限频率，通常称为红限。不同金属材料因逸出功不同，其极限频率也各不相同。

实验原理如图 (1-9-1) 所示，当单色光照射到光电板的阴极 K 上时，有光电子逸出。若给阳极 A 加上正向电压，阴极 K 加上反向电压，光电子被加速，光电流增加。而当阴极 K 加上正向电压，阳极 A 加上反向电压时，光电子减速。由于光电子具备初动能，即使不加外加速电压时，仍然有光电子落到阳极。

当光电管加反向电压 (A 反向，K 正向) 光电流减少，直到电流达到 U_a 时，光电流

为 0, U_a 称为截止电压。此时, 光电子最大初动能应等于它克服电场力所做的功。

$$\frac{1}{2}mV_m^2 = eU_a \quad (1-9-3)$$

光电流与外加电压的伏安特性曲线如 (图 1-9-2) 所示。将 (1-9-1) 和 (1-9-2) 代入 (1-9-3) 式可得

$$U_a = \frac{b}{e}(v - v_0) \quad (1-9-4)$$

式 (1-9-4) 表明: 截止电压与入射光频率 v 时线性关系, 只要测出不同频率下的 U_a 值,

做出 $v-U_a$ 曲线, 该曲线应为一直线, 其斜率为 $\frac{h}{e}$, 从而可以求出 h 。如 (图 1-9-3) 所示。

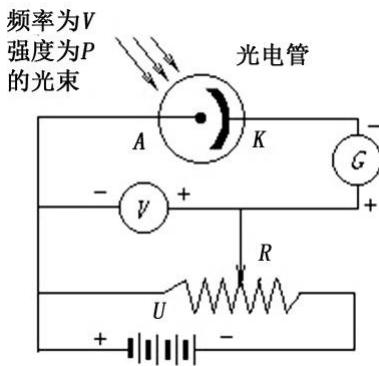


图 1-9-1 实验原理图

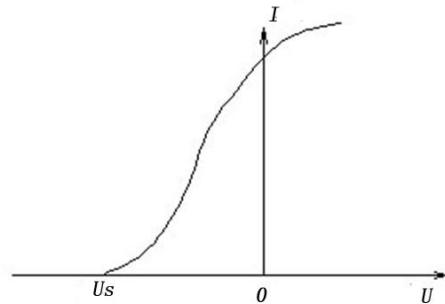


图 1-9-2 光电管的 I - V 特性曲线

实际测出曲线较 (图 1-9-2) 复杂, 如 (图 1-9-3) 所示:

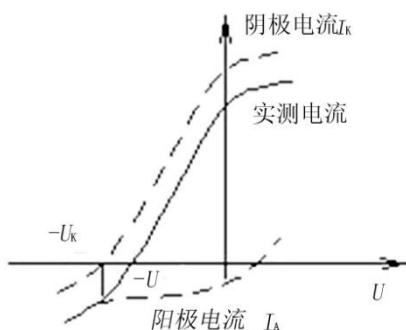


图 1-9-3 u - I -曲线

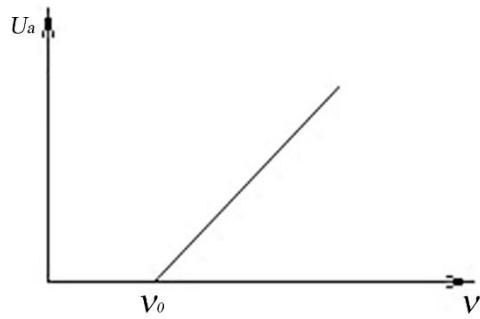


图 1-9-4 v - U_a 曲线

主要影响因素有以下几个方面:

1、电流和本底电流, 当电容在没有受到光照时产生的电流叫做暗电流。它主要是由阴极 (K) 在常温下的电子热运动产生的热电流和光电子等漏电形式下的漏电流组成。本底电流是由于各种漫反射光照对光电二极管上引起的电流。这两种电流都会随外电压的变化而变化且二者都使外电压为 $-U_a$ 时, 光电流不能降为 0。为此应尽量减少杂散光进

入光电体，并保持底座、引脚和玻璃泡的清洁与干燥。因暗电流和本底电流均属于直流电，可运用交流电光源和交流放大器，以减少上述因素的影响。

2、电流，在制作和使用光电板时，阳极A上会溅有阴极材料，当光照照射阳极A上时，阳极也会发射电子，阴极K上发射的光电子也可能A表面所反射，在反向电压的作用下形成反向电流。因此在实验时，应适当减小光阑的孔径，并调整暗盒的方向避免光直接照射到阳极上，从而使反向电流最小。

3、接触电压：由于阴极阳极和导线的材料不同而形成的电位差为接触电压。此电压难以测量，因而给实验带来误差。由于接触电压是不随入射光的频率变化的常数。可以通过做图法求 h ，消除其影响。

因此，实际的光电流是以上三种电流及阴极电流的叠加结果。为了准确找出截止电压，必须设法消除暗电流、本底电流及阳极反向电流的影响。暗电流和本底电流可通过从实际光电流中减去无光照时的光电流来消除，消除了暗电流和本底电流后的伏安特性如图 1-9-3 中的实线所示。阳极反向电流通常根据所使用的光电管的具体特性的不同采用以下两种方法来处理。

交点法；如果光电管阳极用逸出功较大的材料制作，制作过程中尽量防止 阴极材料蒸发，实验前对光电管阳极通电，减少其上溅射的阴极材料，实验中 避免入射光直接照射到阳极上。这样可使阳极反向电流大大减小，其伏安特性曲线与图 1-9-2 十分接近，故实验所测得的伏安特性曲线与电压轴的交点以，即可近似等于截止电压 U_a 。

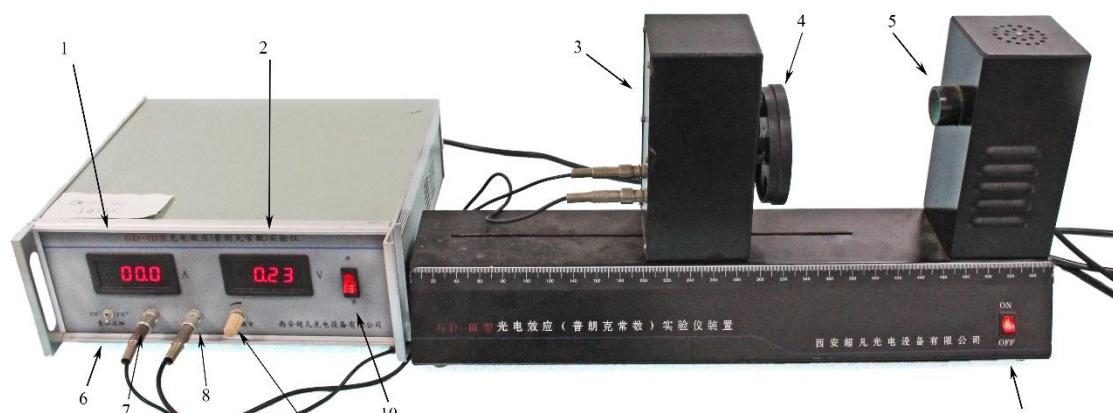
拐点法：如果光电管的阳极反向电流虽然较大，但在光电管的结构设计上，使伏安特性曲线具有陡直的形状，反向阳极电流又能较快饱和，则伏安特性曲线反向电流进入饱和段有着明显的拐点，如图 1-9-3 所示。显然此拐点的电压 U 。即为截止电压 U_a 。实验中应根据伏安特性曲线的形状，选用适当的处理方法。

二 实验配置

(一) 实验仪器：GD-III 光电效应(普朗克常量测定)实验仪。

(二) 实验装置：

本仪器主要由光电管，光源，滤色片，微电流测量仪四部分组成。如 (图 1-9-5)



1. 微电流表 2. 电压表 3. 光电管暗盒 4. 滤色片转盘 5. 光源（汞灯） 6. 微电流表量程选择 7. 阴极 K 插座 8. 阳极 A 插座 9. 电压调节旋钮 10. 仪器电源开关 11. 光源开关

图 1-9-5 光电效应实验系统

所示：

1、光电管：GD-28型真空光电管。它的外形是一只球形真空玻璃泡，在约半个内壁上，涂以容易发射电子的锑、铯等金属材料，制成具有半透明感光薄层的阴极。阳极做成小圆盘状，位于管的中央。为了消除外界电磁场对微弱光电流的干扰，光电管安装在暗盒中，暗盒窗口可以安放各种带通滤色片。

2、光源：采用GGQ-50WHg仪器用高压汞灯。在 $3023\text{--}8720\text{\AA}$ 的谱线范围内有6条谱线可供使用。其波长相对谱线强度如表1-9-1所示：

表1-9-1

波长/ \AA	3650	4047	4358	4916	5461	5770
相对强度	500	300	500	500	2000	200

3、NG型滤色片：一组外径为 $\Phi=20\text{mm}$ 的宽带通型有色玻璃组合滤色片。它可以滤选 3650\AA 、 4047\AA 、 4358\AA 、 5461\AA 、 5770\AA 谱线透射率分别为48%、40%、20%、30%、25%。
光强衰减孔：直径为 $\Phi 2$ 、 $\Phi 2\text{mm}$ 。

4、GD-III型微电流测量仪：控制面板如(图1-9-6)。电流测量范围在 $10^{-6}\sim 10^{-13}\text{A}$ ，分六档十进变换，机后附有配记录仪的输出端子(满刻度输出 50mV)。机内附有稳定性 $\leq 1\%$ 、 $-3\text{V}\sim +3\text{V}$ 精密连续可调的光电管工作电源；电压量程分 $0\text{V}\sim \pm 1\text{V}\sim \pm 2\text{V}\sim \pm 3\text{V}$ 六段读数，读数精度 0.02V ；为了配合X-Y函数记录仪自动描绘出光电管的 $I\sim V$ 特性曲线，机内设有幅度为 3V 、周期约 500sec 锯齿波，而且锯齿波可分为 $-3\text{V}\sim 0\text{V}$ 、 $-2.5\text{V}\sim 0.5\text{V}$ 、 $-2.0\text{V}\sim 1.0\text{V}$ 、 $-1.5\text{V}\sim 1.5\text{V}$ 等四段平移，以适应不同性能的光电管。测量放大器可以连续工作8小时以上。

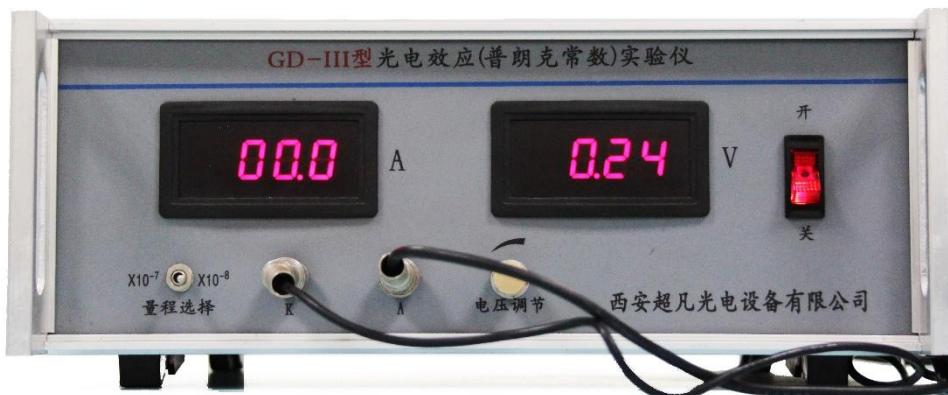


图1-9-6 微型电流放大器面板图

三 实验内容及步骤

(一) 调整仪器：

1. 开机前准备：将光源、光电管暗盒安放在轨道上，连接好电源线。
2. 把暗盒上“K”、“A”端用屏蔽电缆与微电流测试仪面板上“K”、“A”端对应连接。
3. 先将电源开关打开，让汞灯预热15-20分钟，然后再打开微电流测试仪电源开关。(注意)点亮的汞灯如熄灭需经3-5分钟冷却后才能再次开启。

(二) 测量光电管的暗电流

1. 连接好光电管暗盒与微电流放大器之间的屏蔽电缆，地线和阳极电源线，微电流放大器的倍率旋钮有 10^{-7} 或 10^{-8} 档。

2. 顺时针缓慢旋转“电压调节”旋钮，并合适地改变“电压量程”和“电压极性”开关，从-3V+3V之间每变化0.5V测量一组数据，记录电压及对应电流值。此为测量光电管的暗电流

(三) 手动测量光电管的I-V特性。

1. 旋转暗盒前端装有滤色片的转盘，选择365nm滤光片。顺时针旋转“电压调节”旋钮，使电电压由-3V逐渐升高到20V，每隔1V记一个电流值，记下一组I-V值。注意：当电流开始急剧变化时，细测几个点(间隔0.1V或0.2V)将数据填入表中。

电流起始点对应的电压值为反向截止电压。然后选择不同的滤光片，重复上面的操作。作 U_0 与 ν 关系图。确定其斜率，计算普朗克常数及此光电管的截止频率。

2. 从短波长起逐次更换滤波片。按上述方法测量不同波长的I-V值；
3. 用精度合适坐标纸做出 $U-I$ 曲线。

(四) 确定截止电压并求 h 值

1. 在绘制好的各种波长 $U-I$ 曲线上，认真找出电流开始变化后的“抬头点”确定 I_{AK} 后的截止电压 U_a ，并填入下表。

2. 以 u_s 为纵坐标，以 ν 为横坐标在坐标纸上绘制出对应直线。求出直线的斜率 k 。

将 $k = \frac{\Delta U_a}{\Delta \nu}$ 代入 $h = ek$ 。并计算出测量值和公认值之间的误差。

3. 也可以根据表(1-9-1)中数据利用线形回归法(最小乘法)求出最佳直线斜率 k ，然后求出 h 。

$$K = \frac{\overline{U_a} - \overline{U_a}}{\nu^2 - \bar{\nu}^2}$$

(五) 测量I-λ特性(光谱特性)曲线

(1) 在上述伏安特性基础上，固定光电管极间电压为饱和区的某一电压(为15V)，记下饱和电流 I_H 值，此值即为光波长为365nm时的饱和电流。

(2) 将滤色片由短波长逐次替换为长波长，记下相应的饱和电流值，共得到5种电流值，将所测电流与光波长绘成曲线。

(六) 测量光电管的I-P(光电特性)曲线

(1) 选择滤色片，电压由0V升到20V，记下饱和电流值 I_H ，和饱和电压区，此情况可视之为透光率为100%的情况。

(2) 将电压固定在饱和区内某一固定值，例如15V，577型滤色片，然滤光片前加入不同孔径的光强衰减孔(改变入射光的光强，光强和面积成正比)，测出对应的光电流。绘制光电特性曲线。

注意事项

1. 本机采用亚明灯泡厂出产的GGQ-50WHg仪器用高压汞灯作光源，若失效或损坏后，一时配不着GGQ-50WHg仪器用高压汞灯，可权宜采用市售GGQ-50W照明高高压汞灯，但不能直接换用GGQ-80WHg或GGY-80W的高压汞灯，以免损坏镇流器。
2. 本机配套滤色片是经精选和精加工的组合滤色片，更换滤色片时注意避免染，一定使用遮光罩盖住暗盒光圈，以免除不必要的折射光带来实验误差。不能用手触摸滤光片。
3. 光源与光电管暗盒之间距离必须合适。
4. 实验虽不必在暗室中进行，但在实验室安放仪器时，光电管入光孔请勿正对其他强光源(窗户等)，以减少杂散光干扰。仪器不宜在强磁场、强电场、强振动、高温度、带辐射物质的环境下工作。

思考题

1. 实验时，如果改变光电管与暗盒的距离对I-U曲线有无影响？
2. 为什么利用作图法求 h 不受接触电压的影响？
3. 光电管的阴极用涂有溢出功小的光敏材料，而阳极则采用溢出功大的金属材料制造，为什么？
4. 本实验有哪些误差来源，有何改进建议？

实验 1-10 法拉第效应

1845 电法拉第(Faraday)在探索电磁现象和光学现象之间的联系时,发现了一种现象:当一束平面偏振光穿过介质时,如果在介质中,沿光的传播方向加上一个磁场,就会观察到光经过样品后偏振面转过一个角度见(图 1-10-1),亦即磁场使介质具有了旋光性,这种现象后来就称为法拉第效应。

法拉第效应有许多方面的应用,它可以作为物质结构研究的手段,如根据结构不同的碳氢化合物其法拉第效应的表现不同来分析碳氢化合物;在半导体物理的研究中,它可以用来测量载池子的有效质量和提供能带结构的知识;在电工技术测量中,它还被用来测量电路中的电流和磁场;特别是在激光技术中,利用法拉第效应的特性,制成了光波隔离器或单通器,这在激光多级放大技术和高分辨激光光谱技术中都是不可缺少的器件。此外,在激光通讯、激光雷达等技术中,也应用了基于法拉第效应的光频环行器、调制器等。

本实验要求了解法拉第效应的经典理论,并初步掌握进行磁光测量的基本方法。

一 实验原理

(一) 法拉第效应实验规律:

1. 当磁场不是非常强时,法拉第效应中偏振面转过的角度 θ ,与沿介质厚度方向所加磁场的磁感应强度 B 及介质厚度 L 成正比,即

$$\theta = VBL \quad (1-10-1)$$

或

$$\theta = V \int_0^L B dl \quad (1-10-2)$$

式中比例常数 V 叫做费尔德常数。

几乎所有的物质都存在法拉第效应。在不同的物质偏振面旋转的方向可能不同。设磁场 B 是由绕在样品上的螺旋线圈产生的,习惯上规定:振动面的旋转方向和螺旋线圈中电流方向一致,称为正旋($V>0$);反之,叫做负旋($V<0$)。 V 由物质和工作波长决定,它表征物质的磁光特性。

2. 对于每一种给定的物质,法拉第旋转方向仅由磁场方向决定。而与光的传播方向无关(不管传播方向与 B 同向或反向)。这是法拉第磁光效应与某些物质的固有旋光效应的重要区别。固有旋光效应的旋光方向与光的传播方向有关。对固有旋光效应而言,随着顺光线和逆光线方向观察,线偏振光的振动面的旋向是相反的,因此,当光波往返两次穿过固有旋光物质时,则偏振方向旋转反向,结果是振动面复位,即振动面没有旋转。而法拉第效应则不然,在磁场方向不变的情况下,光线往返穿过磁致旋光物质时,法拉第转角将加倍,即转角为 2θ 。利用法拉第转向与光传播方向无关这一特性,可令光线在介质中往返数次,从而使效应加强。

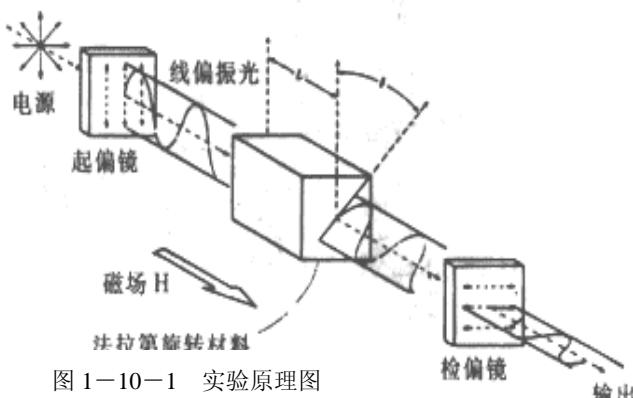


图 1-10-1 实验原理图

3. 与固有旋光效应类此法拉第效应包有旋光色散，即费尔德常数 V 随波长 λ 而变（详见（1-10-17）、（1-10-18）两式）。一束白色线偏振光穿过磁致旋光物质，紫光的振动面要比红光振动面转过的角度大。这就是旋光色散。

实验表明，磁致旋光物质的费尔德常数 V 随波长 λ 的增加而减小。旋光色散曲线又称法拉第旋转谱。

（二）法拉第效应的旋光角

一束平面偏振光可以分解为两个不同频率等振幅的左旋和右旋圆偏振光，如（图 1-10-2）。设线偏振光的电矢量为 E ，角频率为 ω ，可以把 E 看作左旋圆偏振光和右旋圆偏振光 E_R 之和，通过磁场中的磁性物质（以下简称介质）时， E_L 的传播速度为 V_L ， E_R 的传播速度为 V_R ，通过长度 D 的介质后， E_L 和 E_R 之间产生相位差

$$\theta = \omega(t_R - t_L) = \omega\left(\frac{D}{VR} - \frac{D}{VL}\right) = \frac{\omega D}{c}(n_R - n_L) \quad (1-10-3)$$

式中 t_R ， n_R 为 E_R 光通过介质的时间和折射率， t_L ， n_L 为 E_L 光通过介质的时间和折射率， c 为真空中的速度。

出射介质和线偏振光相对于入射介质前的线偏振光转过一个角度

$$\alpha_F = \frac{\theta}{2} = \frac{\omega D}{2c}(n_R - n_L) \quad (1-10-4)$$

α_F 即为法拉第效应的旋转角。

（三）法拉第旋转角的计算

由量子理论知道，介质中原子的轨道电子具有磁偶极矩 μ ，且

$$\mu = -\frac{e}{2m} L \quad (1-10-5)$$

其中 e 为电子电荷， m 为电子质量， L 为电子的轨迹动量。

在磁场 B 的作用下，一个电子磁矩具有势能 V ，则

$$V = -\mu B = \frac{e}{2m} LB = \frac{eB}{2m} L_{\text{轴}} \quad (1-10-6)$$

其中 $L_{\text{轴}}$ 为电子轨道角动量的轴向分量。

在磁场 B 的作用下，当平面偏振光通过介质时，光子与轨道电子发生相互作用，使轨道电子发生能级跃迁时轨道电子吸收角动量 $\Delta L = \Delta L_{\text{轴}} = \pm \hbar$ ，跃迁后轨道电子动能不变，而势能增加了 ΔV ，且：

$$\Delta V = \frac{eB}{2m} \Delta L_{\text{轴}} = \pm \frac{eB}{2m} \hbar \quad (1-10-7)$$

当左旋光子参与相互作用时，则

$$\Delta V_L = \frac{eB}{2m} \quad (1-10-8)$$

而右旋光子参与相互作用时，则

$$\Delta V_R = -\frac{eB}{2m}\hbar \quad (1-10-9)$$

我们知道, 介质对光的折射率 n 是光子能量 ($\hbar\omega$) 的函数, 所以

$$n = n(\hbar\omega) \quad (1-10-10)$$

可以认为, 在磁场作用下, 具有能量为 ($\hbar\omega$) 的左旋光子所遇到的轨道电子能级机构等于不加磁场时能量为 ($\hbar\omega - \Delta V_L$) 的左旋光子所遇到的轨道电子能级结构, 因此有

$$n_L(\hbar\omega) = n(\hbar\omega - \Delta V_L) \quad (1-10-11)$$

或

$$n_L(\omega) = \left(\omega - \frac{\Delta V_L}{\hbar} \right) \approx n(\omega) - \frac{dn}{d\omega} \frac{\Delta V_L}{\hbar} = n(\omega) - \frac{eB}{2m} \frac{dn}{d\omega} \quad (1-10-12)$$

同理, 右旋光量子, 有

$$n_R(\hbar\omega) = n(\hbar\omega - \Delta V_R) \quad (1-10-13)$$

或

$$n_R(\omega) = n \left(\omega - \frac{\Delta V_R}{\hbar} \right) \approx n(\omega) - \frac{dn}{d\omega} \frac{\Delta V_R}{\hbar} = n(\omega) + \frac{eB}{2m} \frac{dn}{d\omega} \quad (1-10-14)$$

把式 (1-10-13) 和式 (1-10-14) 代入式 (1-10-11) 得

$$\phi = \frac{DBe}{2mc} \omega \frac{dn}{dm} \quad (1-10-15)$$

因为 $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, 代入式 (1-10-15) 得

$$\phi = \frac{DBe}{2mc} \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (1-10-16)$$

或

$$\phi = V(\lambda)DB$$

其中

$$V(\lambda) = -\frac{e}{2mc} \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (1-10-17)$$

称费尔德常熟, 它反映了介质材料的一种特性。

对于 CGS 制, 则有

$$\phi = -\frac{DBe}{2mc^2} \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (1-10-18)$$

$$V_\lambda = -\frac{e}{2mc^2} \lambda \frac{dn}{d\lambda}$$

公式(1-10-15)和(1-10-18)就是法拉第效应旋转角的计算公式。它表明法拉第旋光角的大小和样品厚度成正比，和磁场强度成正比，并且和入射波光的波长及介质 $\frac{dn}{d\lambda}$ 的色散有密切关系。

二 实验配置

本实验采用 ufc-s 型数显法拉第效应测试仪。由单色光源，磁场和样品介质，旋光角检测系统构成。

(一) 单色仪：使用 WDX 小单色仪

1. 技术指标：

(1) 工作波段：0.35~2.5μm。

(2) 分辨率 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 982$ ，可分开钠D线 (0.6nm)。

(3) 狹缝工作特性：固定狹缝，高 10mm，宽 0.08mm；可变狹缝，高 10mm，宽 0~3mm；鼓轮格值 0.01mm。

(4) 物镜：焦距 $f=329\text{mm}$ ，相对孔径 $d/f=1/6$ 。

2. 波长与鼓轮读数对应关系表

表 1-10-1

波 长 (微 米)	鼓 轮 读 数 (T)	
	棱 镜 (60°)	棱 镜 (30°)
0.4341		2.592
0.4358		2.789
0.4861		3.853
0.5461		4.585
0.5770		4.887
0.5790		4.915
0.5876		4.985
0.5893		5.000
0.6563		5.549
0.6678		5.561

(二) 磁场和样品介质

直流电磁铁采用 DT4 电工纯铁做成磁路，磁极柱直径 $\Phi = 40\text{mm}$ ，磁路中有直径 $\Phi = 6\text{mm}$ 通光孔。因此能保证入射光的光轴方向与磁场的方向一致。磁极间隙为 11mm。激磁电流为 4A 时，磁场强度可达 8200 高斯。(图 1-10-2) 为激磁电流与磁场强度的关系曲线。

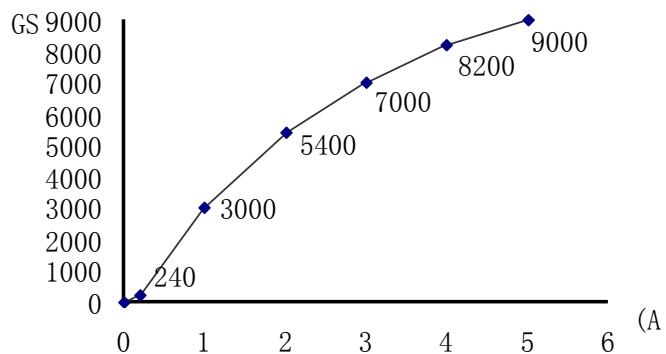


图 1-10-2

样品介质 ZF6 为重火石玻璃呈三棱镜 ($\beta=60^\circ$) 的形状，样品固定再电磁铁两极之间的夹具上。

三 实验内容及步骤

(一) 仪器调整

1、调整单色仪的四脚螺钉，使单色仪处于水平状态，出光口的中心轴与电磁铁的通光孔在一条水平线上。

2、将单色仪和电磁铁配合衔接，从电磁铁的另一磁极通光孔中，用 30 倍的读数显微镜观察，调整单色仪的位置，使光束位于原孔中心，将光电接受的连接罩插入电磁铁的凹槽中。

3、将测试样品固定在电磁铁的磁极中间。

(二) 仪器操作

1. 打开光源及检偏角度测试仪的电源，预热 5 分钟，使仪器工作状态处于稳定。

2. 调整灵敏度悬钮，顺时针为增加，灵敏度的大小反映在数显表的数值变化的快慢上，也就是说，灵敏度增高，数值变化变快。在加上 1A 电流时，使数值为 2 位有效数字即可。

3. 顺时针旋转检偏手轮到头，然后逆时针旋转 2 周，按清零按钮使角度表复位。

4. 将检偏器手柄与连接座及电磁铁的标记调成一条线。

5. 调整微调，使数显表值为零。

6. 验证角度表的零位是否正确。

7. 调整适当的狭缝宽度和鼓轮读数。

8. 开始进行数据测量。

(三) 实验内容：

1、测量法拉第效应偏振面旋转角 θ 与外加磁场电流 I 的关系曲线

2、检查角度表零位及数显表的初值是否为零。

3、打开电源，逐渐增加电流至 1A，数显表示值应为二位数。

4、旋转手轮，使角度表读数增加，直到数显表读数为零，记录角度表数值，这就是法拉第效应角 θ

5、逐渐减小电流（注意：不能直接关闭电源，因为剩磁会影响结果），旋转手轮使数显表读数为零。此时角度表的读数为重复误差。

6、以上过程每增加 1A 电流，重复测量三次，求平均，减小误差。

7、测量法拉第效应偏振面旋转角 θ 和波长的关系曲线

测量过程基本通上，在电流不变的基础上，每更改一次鼓轮读数，重复测量三次，求平均。

8、检验实验精度，计算电子荷质比 e/m 。

通过实验所测各 $\frac{e}{m}$ 曲线或近线性范围内，选择 α 、 β 、 λ 和 $\frac{dh}{d\lambda}$ 值（取三组数据），由

$$\frac{e}{m} = -\frac{2c\alpha}{B \cdot B\lambda \cdot Ddn \cdot d\lambda}$$

计算 $\frac{e}{m}$ 值，比较 $\frac{e}{m}$ 测得值与经典 $\frac{e}{m} = 1.7588 \times 10^2$ (库仑/千克) 值，求出本实验的相

对误差，并分析误差来源。

9、测样品介质色散 $dn/d\lambda$ 与波长 λ 的关系曲线方法：

由光源、单色仪产生单色光，将三棱镜样品放置在分光计上，用最小偏向角法测出入射光波长和最小倍角的对应关系。然后利用公式：

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(Q + \beta)}{\sin \frac{1}{2}\beta}$$

推导出：

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{\cos \frac{1}{2}(Q - \beta)}{\sin \frac{1}{2}\beta} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta \lambda}$$

根据公式求出 $\lambda - \frac{dh}{d\lambda}$ 的对应关系。

式中： n 为样品折射率， β 为样品三棱镜顶角， Q 为最小偏向角。

(四) 实验数据的处理

对于每个给定的条件，重复测量 3 次，结果求平均。将数据输入 Excel 绘制出平滑曲线图。

1、旋转角 θ 与外加磁场电流 I 的关系原始数据

测量条件为狭缝宽度：1.500mm 鼓轮读数 2.000mm

表 1-10-2

电流	角度表读数	重复误差	平均读数	平均重复误差
1A				
2A				

3A				
4A				

注：测量条件为狭缝宽度：1.500mm 鼓轮读数 2.000mm

2、旋转角 θ 与外加磁场电流 I 的关系原始数据

测量条件为狭缝宽度：0.500mm 鼓轮读数 3.000mm

表 1-10-3

电流	角度表读数	重复误差	平均读数	平均重复误差
1A				
2A				
3A				
4A				

注：测量条件为狭缝宽度：0.500mm 鼓轮读数 3.000mm

3、旋转角 θ 和波长的关系原始数据

表 1-10-4

鼓轮读数	对应波长	角度表读数	重复误差	平均角度	平均误差	法拉第效应角
2.592	0.4341					

2.789	0.4358					
3.853	0.4861					
4.587	0.5461					
4.887	0.577					
4.915	0.579					
4.985	0.5876					
5.000	0.5893					
5.459	0.6563					
5.561	0.6678					

注意事项

- 1、磁极间距要固定好，使刚好能放下样品又不使样品受压力。
- 2、施加或撤除磁化电流时，应先将电源输出电位器逆时针旋回到零，以防止接通或切断电源时磁体电流的突变。
- 3、为了保证能重复测得磁感应强度及与之相应的磁体激磁电流的数据，磁体电流应从零上升到正向最大值，否则要进行消磁。
- 4、测量过程中，不能直接关闭直流恒流电源，要逐渐减小电流直到为零。
- 5、必须使用交流稳压净化电源，电压的波动和浪涌对数值表和光源入射光强产生影响，测量存在误差，使使数值表的读数不准确。
- 6、关启单色仪入射狭缝时，切勿过零。

7、数据表显示溢出，可关小单色仪入射狭缝或调整放大倍数。

8、数显表未与主机相之前切勿接通电源，以免烧坏仪器。

思考题：

1. 误差主要来源是什么？如何改进？
2. 利用法拉第效应设计一个单向通光阀。

附录：

(一) 非涅耳唯象描述

1. 根据自然旋光的非涅耳唯象描述，对于法拉第效应可作这样的经典解释：一束平行于磁场方向传播的平面偏振光可看作两束等幅的左旋和右旋圆偏振光的叠加。进入介质后由于磁场的作用使得它们以稍微不同的速度 $\left(\frac{c}{n_r}, \frac{c}{n_l}\right)$ 向前传播，从介质出射后，合成线偏振光，偏振面相对于入射光转过了一定的角度。

下面来进行旋转角度的计算：设有一束线偏振光沿磁场方向穿过介质，**如图所示**。入射线偏振光的场强为

$$\begin{aligned} E &= E_x \\ &= E_0 \cos\left(\frac{n\omega}{c}z - \omega t\right) \\ &= E_0 \cos\left(\frac{2\pi n}{\lambda}z - \omega t\right) \end{aligned} \quad (1-10-\text{附 } 1)$$

n 为空气中的折射率。在进入介质的地方($z=0$)

$$E = E_0 \cos \omega t \quad (1-10-\text{附 } 2)$$

进入介质后分成右旋、左旋圆偏振光。右旋圆偏振光为

$$\begin{aligned} E_x^r &= \frac{1}{2} E_0 \cos\left(\frac{2\pi n_r}{\lambda}z - \omega t\right) \\ E_y^r &= -\frac{1}{2} E_0 \sin\left(\frac{2\pi n_r}{\lambda}z - \omega t\right) \end{aligned} \quad (1-10-\text{附 } 3)$$

左旋圆偏振光为

$$\begin{aligned} E_x^l &= \frac{1}{2} E_0 \cos\left(\frac{2\pi n_l}{\lambda}z - \omega t\right) \\ E_y^l &= \frac{1}{2} E_0 \sin\left(\frac{2\pi n_l}{\lambda}z - \omega t\right) \end{aligned} \quad (1-10-\text{附 } 4)$$

其中 n_r, n_l 分别为右旋和左旋圆偏振光在介质中的折射率。从介质出射后($z=0$)

合成的线偏振光为

$$\begin{aligned}
E_x &= E_x^r + E_x^l \\
&= \frac{1}{2} E_0 \left[\cos\left(\frac{2\pi n_r}{\lambda} L - \omega t\right) + \cos\left(\frac{2\pi n_l}{\lambda} L - \omega t\right) \right] \\
&= E_0 \cos\left[\frac{\pi(n_r + n_l)}{\lambda} L - \omega t\right] \cos\left[\frac{\pi(n_l - n_r)}{\lambda} L\right]
\end{aligned} \tag{1-10-附 5}$$

$$\begin{aligned}
E_y &= E_y^r + E_y^l \\
&= \frac{1}{2} E_0 \left[-\sin\left(\frac{2\pi n_r}{\lambda} L - \omega t\right) + \sin\left(\frac{2\pi n_l}{\lambda} L - \omega t\right) \right] \\
&= E_0 \cos\left[\frac{\pi(n_r + n_l)}{\lambda} L - \omega t\right] \sin\left[\frac{\pi(n_l - n_r)}{\lambda} L\right]
\end{aligned} \tag{1-10-附 6}$$

出射偏振光相对于入射偏振光(x 轴)转过的角度为

$$\theta = \arctg \frac{E_y}{E_x} = \pi \frac{n_l - n_r}{\lambda} L \tag{1-10-附 7}$$

磁场会使左旋、右旋偏振光的折射率不同。对于这一点，我们不妨作这样的理解：将圆偏振单色光看作是一个受弹性束缚的电子被旋转电场所驱动而作稳态的圆周运动。当在垂直于轨道平面上加一个恒定磁场之后，此电子将又受一个径向力。此力与旋转方向和恒定磁场有关。对于不同旋转方向的电子，在给定的恒定磁场中将受到两个不同方向的径向力，结果，总的径向力不向、从而轨道半径不同，偶极矩、极化率、电容率都不同。最后，也就有两个不同的折射率 n_r , n_l 磁场越强， n_r 与 n_l 差别也越大，即

$n_l - n_r$ 正比于 B 。再考虑 $\theta = VBL$ ，就可得出

$$\theta = \arctg \frac{E_y}{E_x} = \pi \frac{n_l - n_r}{\lambda} L \tag{1-10-附 8}$$

(二)无失真磁光调制器

对均匀磁场

$$\theta = VBL \tag{1-10-附 9}$$

偏振面旋转角 θ 与磁场(电流)成正比例。如果检偏器的传输轴与出射线成 φ 角，则在轴线方向电磁强度幅值是：

$$E = E_0 \cos \varphi \tag{1-10-附 10}$$

由光电管接收的光强正比于电磁强度幅值的平方：

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \tag{1-10-附 11}$$

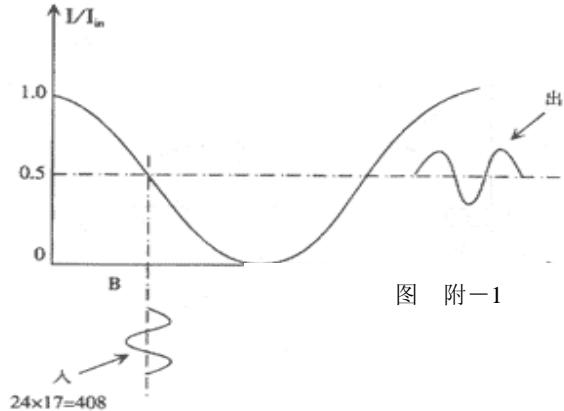
为了得到检测的光正比于电流 I , 须设置偏置角 $\pi/4$, 因此可求得

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2} \cos^2(\theta + \frac{\pi}{4}) \quad (1-10\text{-附 12})$$

$$I = \frac{1}{2} I_0 (1 - \sin 2\theta) = \frac{I_0}{2} (1 - 2\theta) \quad (1-10\text{-附 13})$$

式中: θ 很小, 所以 $\sin \theta \approx \theta$

设置偏置点(在 B 点), 从而检测到输入电流与法拉第旋转角呈现不失真线性比例。



实验 2-1 干涉现象的研究

迈克尔逊干涉仪是美国物理学家迈克尔逊(Albert A. Michelson) (1852~1931 年)在 1880 年发明的利用分振幅法产生双光束以实现干涉的一种仪器。迈克尔逊与其合作者曾用此仪器进行了三项著名的实验, 即测光速、标定米尺及推断光谱线精细结构。1887 年, 他和美国物理学家莫雷合作进一步用实验结果否定了“以太”的存在, 为爱因斯坦建立狭义相对论开辟了道路。该仪器设计精巧、用途广泛, 不少其它干涉仪均由此派生。所以说迈克尔逊干涉仪是许多近代干涉仪的原型, 而迈克尔逊也因发明干涉仪和光速的测量而获得 1907 年诺贝尔物理学奖。直至今日, 迈克尔逊干涉仪仍被广泛地应用于长度精密计量和光学平面的质量检验(可精确到十分之一波长左右) 及高分辨率的光谱分析中。

一. 实验原理

迈克尔逊(A. A. Michelson) 干涉仪的光路如图 (2-1-1) 所示。

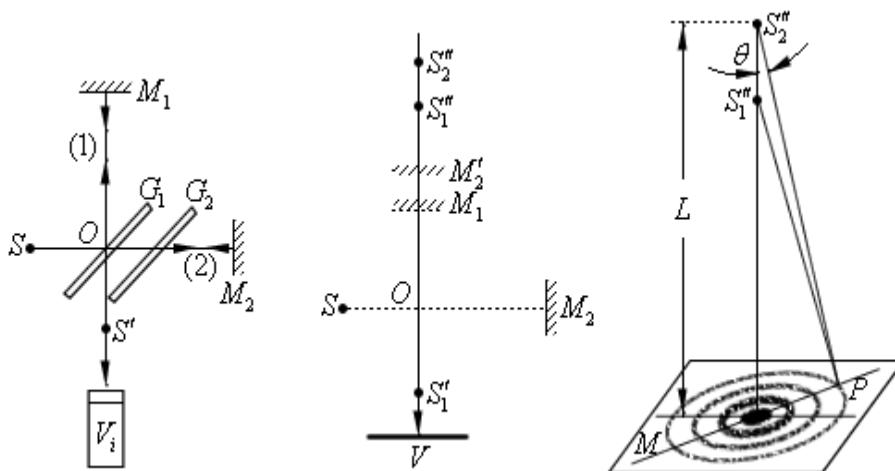


图 2-1-1 干涉仪原理图

图 2-1-2 等效光路图

图 2-1-3 干涉花样图

从光源 S 发出的光, 经过 45° 角放置的平行平面玻璃分束板 G_1 的半反射面 (G_1 板的后表面镀有半反射膜) 时, 一部分光被反射, 一部分光被透射, 分成了强度大致相等、并相互垂直的两束光 (1) 和 (2)。它们分别又从全反射镜 M_1 和 M_2 上反射回到 G_1 , 这两束光再次经 G_1 的反射和透射后, 进入观察系统 V_i 。全反射镜 M_2 是固定的, 而 M_1 安装在轨道坐架上, 靠调节微调螺旋能使它接近 G_1 或远离 G_1 移动。由于光束 (1) 和 (2) 是相干光束, 仔细调整 M_2 背面的三个螺钉以及 M_1 与 G_1 的距离, 在观察系统中将看到等倾干涉条纹。 G_2 是补偿板, 其材料和厚度与 G_1 相同, (但未镀反射膜), G_1 与 G_2 平行, G_1 的作用是使两束相干光 (1) 和 (2) 在玻璃片中的光程完全相等, 且与入射光的波长无关。因而对不同的色光都完全可将 M_2' 等效 M_2 。

由于调整和测量的需要, 对干涉条纹的特性, 我们将分三方面讨论:

为了讨论方便, 根据分束板 G_1 及反射镜 M_1 和 M_2 在光路中的作用, 将迈克尔逊干涉仪光路等效成图 (2-1-2) 的形式。其中, M_2' 是 M_2 在 G_1 中的像。 S' 是 S 在 G_1 中的像, S''_1 和 S''_2 分别是 S' 在 M_1 和 M_2' 中的像。它们的相对位置决定于 S 、 M_1 和 M_2 相对于 0 点的距离 (图 2-1-1 和图 2-1-2 中 0 点是相对应的), V 为观察屏。

此时，在观察屏上看到的干涉条纹的形状取决于光源的形式和反射镜 M_1 和 M_2 的相对位置。 S_1'' 和 S_2'' 的距离为 M_1 和 M_2' 之间距离 d 的二倍，即 $2d$ 。虚光源 S_1'' 和 S_2'' 发出的球面波在它们相遇的空间处处相干，这种干涉是非定域干涉。如果把屏垂直于 S_1'' 和 S_2'' 的连线放置，则我们可以看到一组组同心圆，圆心就是 S_1'' 和 S_2'' 连线与屏的交点。

下面我们分别讨论几种不同情况下的干涉图样。

(1) 单色光的干涉

对单色光源，根据发光面的大小不同又可分为单色点光源和面光源两种。

1. 点光源产生的非定域干涉

点光源 S ，它在 M_1 和 M_2' 中的像 S_1'' 和 S_2'' 是一对相干的虚点光源。射向观察屏 V 的两束光如同来自两虚点光源，它们在屏上 P 点相遇产生干涉。由图 (2-1-3) 可知，在 P 点干涉产生的总光强与其光程差 Δ 之间的数学表达式为：

$$I = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta) \quad (2-1-1)$$

式中 λ 是真空中的光波长， Δ 是两束光在 P 点的光程差。光程差为

$$\Delta = (S_2'' P S_1'' P) n_0 \quad (2-1-2)$$

式中 n_0 为空气折射率，一般取 $n_0 = 1.000292$ ，对观察屏上各点：当 $\Delta = m\lambda$ 时，($m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$)，光强取极大值， $I_{\max} = I_0$ ，这些点的轨迹形成亮条纹；当 $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ 时，光强取极小值，这些点的轨迹形成暗条纹。 m 称干涉级次。

对空间任意点 P ，两虚点光源发出的光处处都能相遇产生干涉，故称此为非定域干涉。

由 (2-1-1) 式知：空间某点的干涉光强与光程差有关，而空间中到 S_1'' 和 S_2'' 两点之间的距离之差为定值的点的轨迹是以 S_1'' ， S_2'' 的连线为转轴的回转双曲面族，也称等色面，见图 (2-1-4)：

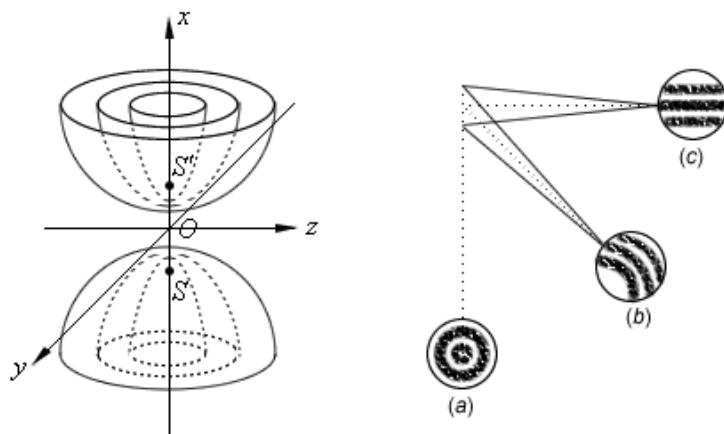


图 2-1-4 等色面图

图 2-1-5 干涉花样观察图

干涉条纹的形状就是观察屏面和等色面的交线，由于屏放的位置不同，观察到的干

涉条纹的形状就不一样，见图 2—1—5 (a) 表示观察屏垂直 $S_1''S_2''$ 放置时所得条纹形状。(b) 表示观察屏和 $S_1''S_2''$ 成 45° 角放置时所得条纹形状。(c) 表示观察屏和 $S_1''S_2''$ 平行放置时所得条纹形状。

下面讨论：观察屏固定在垂直于 OS' 连线某一位置时反射镜 M_1 和 M_2' 平行和倾斜时的干涉条纹。(设 M_1 在垂直并严格沿 $S' 0$ 连线方向移动。)

当 M_1 平行于 M_2' 时(见图 2—1—3)，此时 $S_1''S_2''$ 和 $S' 0$ 在同一直线上，屏上的干涉条纹形状和图 2—1—3 相同。当 M_1 和 M_2' 间距离为 d 时，则 S_1'' 和 S_2'' 间距离为 $2d$ 。在 $L \gg d$ 和 θ 角很小时，两虚光源发出的光到达空间任意点 P 的光程差为

$$\Delta = (S_2''P - S_1''P)n_0 = 2n_0d \cos\theta \quad (2-1-3)$$

式中 θ 为 $S_2''P$ 和 $S_1''S_2''$ 的夹角(图 2—1—3)。在 d 一定时，以相同的 θ 角入射的光线有相等的光程差，构成同级别的条纹，故称此为等倾干涉。

当 $\Delta = m\lambda$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 时 $I_{\max} = I_0$ 其对应亮条纹

当 $\Delta = \frac{(2m+1)\lambda}{2}$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 时 $I_{\max} = 0$ 其对应暗条纹。

屏上呈现一组以 $S_1''S_2''$ 延长线与屏交点 P_0 为圆心的亮暗相同、里疏外密的同心圆条纹。由图 2—1—3 知：条纹圆心处($\theta = 0$)，光程差最大，干涉级次最高；随圆条纹半径增大， θ 角变大，光程差变小，干涉级次相应地降低。这和牛顿环干涉情况刚好相反。

对 $2n_0d \cos\theta = m\lambda$ 公式微分得条纹角宽度公式

$$\Delta\theta|_{\Delta m=1} = \frac{\lambda}{2n_0d \sin\theta} \quad (2-1-4)$$

由(2—1—4)式知：条纹间的距离随 θ 角的增大而变小，即同心圆条纹呈里疏外密，这和牛顿环条纹变化情况相同。又因 d 小， $\Delta\theta$ 大，干涉条纹间距大。所以调整干涉仪时，可根据条纹的疏密变化判断 d 的大小，决定调整方向。平移 M_1 镜若 d 小，圆心处干涉级次降低，条纹向里“陷入”；若 d 变大，圆心处干涉级次变高，条纹向外“冒出”；若 $d=0$ ，条纹将从干涉场中消失，出现一片亮区(或暗区)，这就是零光程差位置。由此得出：平移 M_1 镜，根据等倾干涉条纹的“陷入”或“冒出”现象，可找出干涉仪的零光程差位置；根据屏上圆心位置的移动还是不动，可判断出 M_1 和 M_2' 是否平行。根据圆心处等倾干涉条纹的变化现象，可进行长度计量，测定光波波长等。进行长度计量使用公式为

$$\frac{\Delta d}{\Delta m} = \frac{\lambda_0}{2} \quad (2-1-5)$$

式中 λ_0 为空气中光波波长， Δd 为圆心处干涉级次变化 Δm 时所对应的 M_1 镜平移距

离。在圆心处条纹每变化一个级次， M_1 平移距离即为 $\frac{\lambda_0}{2}$ 。

当 M_1 和 M_2' 相互倾斜时，则 M_1 和 M_2' 构成一楔形空气层。对空间任意点 P，都有两条从虚光源点 S_1'' 和 S_2'' 发出的光到达形成干涉，故此干涉也是非定域的，如图 2-1-6 所示。 S_1'' 和 S_2'' 连线和 $S'0$ 此时不在同一直线上（方向）。观察屏上干涉图样是以 S_1'' 为轴的旋转双曲面和垂直于 $S'0$ 的屏面的交线。

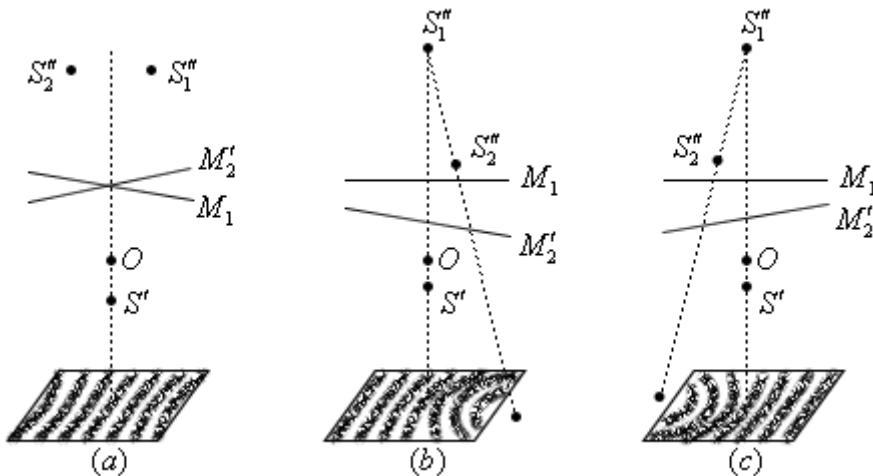


图 2-1-6 M_1 和 M_2' 相互倾斜时的干涉图

调整干涉仪时，在屏上常见到一组弯曲的条纹（见图 2-1-6 (b)、(c)）。条纹中部向 M_1 和 M_2' 交线位置凸起，随 M_1 镜平移，若光程差变小，弯曲条纹将逐渐变直；若光程差变大，条纹弯曲的厉害；若光程差等于零，条纹变为直线状。如图 2-1-6 (a) 所示。

2. 扩展的面光源产生的定域干涉

单色面光源 S 可视作无数个单色点光源 S_i 的集合，每个点光源 S_i 发出的光束通过迈克尔逊干涉仪后在空间形成的干涉条纹符合前面的讨论结果。设单个点光源 S_i 在空间任一点 P 产生的干涉光强为

$$I_i = \frac{I_{0i}}{2} (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_i) \quad (2-1-6)$$

因各点光源间是互不相干的，所以在单色面光源照明情况下，空间任一点 P 处总光强 I 应是面光源上所有点 S_i 在该点的干涉光强之和

$$I = \sum I_i = \sum \frac{I_{0i}}{2} (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_i) \quad (2-1-7)$$

由于各电源 S_i 产生的干涉条纹之间有相对位移，使面光源的干涉图样变的模糊，可见度下降。

当 $\sum I_i = 0$, 视场一片均匀(可见度 $V \approx 0$)。当各点源产生的同级干涉条纹间的距离 \ll 条纹宽度(起码 $< \frac{1}{4}$ 条纹宽度), 此时各个 S_i 产生的统计亮条纹几乎重迭, 同级暗条纹也几乎重迭, 同级暗条纹级几乎重迭, 可以看到清晰的干涉条纹(可见度近似为 1)。

一般用面光源照明干涉仪, 在亮束光重迭区域的很小范围内, 在特定条件下才能看到干涉条纹。因此面光源产生定域干涉条纹。下面讨论面光源照明干涉仪时反射镜 M_1 和 M_2' 处于平行和倾斜时所产生的干涉条纹的定域位置和形状。

M_1 平行 M_2' 时, 如图 (2-1-7)。

面光源上每一点源 S_i (图中用 S_i 和 S_k 代表) 只要是以同一角度 θ 入射到反射镜 M_1 和 M_2' 上的光线, 经反射后都各自形成相干的平行光线 j_1 、 j_2 和 k_1 、 k_2 , 并彼此平行。它们发自不同点源的两个虚光源 (S_{j_1} , S_{j_2}), 并在无穷远处各自发生干涉。由图可见, 每个点源的两虚光源在 θ 方向上的两相干平行光线的光程差是相同的, 均为

$$\Delta_{i\theta} = \Delta_{k\theta} = \Delta_{i\theta} = 2n_0 d \cos \theta \quad (2-1-8)$$

由于 $\Delta_{i\theta}$ 和点光源 S_i 的位置无关, 各点光源的同级干涉条纹完全重合。所以总的干涉图样清晰

(即 $V=1$)。由此得出: 在用面光源照明, 当反射镜 M_1 平行 M_2' , 则干涉条纹定位于无穷远处。并且,

由于干涉图样中的条纹是由面光源上对 M_1 和 M_2' 镜面有相同的入射角的光线形成, 所以也称此为等倾干涉。条纹的形状、性质和前面讨论的单色点光源等倾干涉条纹相同。

为了便于观察, 所以一般用一凸透镜 L 把定于在无穷远处的干涉条纹成像在其焦平面上观察。又因面光源上 S_i 和 S_k 点源是任选的, 点源 S_i 和 S_k 也是任意的, 透镜 L 的光轴平移不会改变其焦面上的干涉同心圆环的形状和大小, 而只是使整组同心干涉圆环跟随透镜光轴一起移动。此点可作为干涉仪两反射镜 M_1 和 M_2' 是否已调平行的判别根据。若 M_1 和 M_2' 已准确平行, 用眼睛观察时, 当眼睛上下左右移动时, 则干涉条纹的圆心将随眼睛一起移动, 而同心圆的形状和大小不变。否则, 说明 M_1 和 M_2' 没有严格平行。

在点光源产生非定域干涉时, 空间某一点仅有两条光线通过, 要得到明亮的干涉条纹, 点光源需要很强(用激光光源)。而使用面光源时, 透镜焦平面上每一干涉条纹是由面光源上所有点源产生的干涉强度迭加而成, 所以光源强度较低时仍能得到明亮的干涉条纹。

M_1 和 M_2' 相互倾斜时, 则 M_1 和 M_2' 构成一楔形空气层。在楔角 α 较小, 两反射镜至分束板距离相等(或接近)时, 用面光源照明干

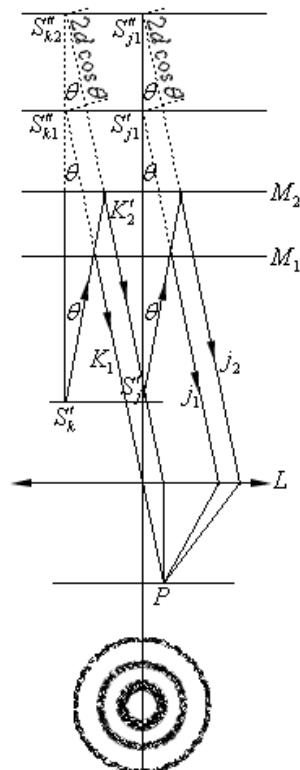


图 2-1-7 M_1 和 M_2' 平行时的干涉图

涉仪可得定域在楔形表面的等厚干涉条纹。当光源距干涉仪较远，并以 45° 角入射到分束板上，而且观察用显微镜（或用眼直接观察），孔径很小，以至整个视场内光束的入射角可视为常数。此时面光源上任一点发出的两支光到达P点的光程差都为

$$\Delta = 2n_0 d' \quad (2-1-9)$$

式中 d' 为相对于空间P点两反射镜反射光处的相对间距。

当 $d'=0$ ，则 $\Delta=0$ ，在两镜相交处得零级干涉亮条纹。当 $\Delta = 2nd' = m\lambda (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ P点光强取极大值。当 $\Delta = 2n_0 d' = (m + \frac{1}{2})\lambda$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) P点光强取极小值，为暗条纹。光程差此时只依赖于两反射镜反射光处厚度 d' 。对厚度相同的点具有相同的光程差，在干涉图样中亮暗程度相同，且构成同一年级次干涉条纹，故称此条纹为等厚干涉条纹。又因楔形空气层上厚度相同的点是平行于两反射镜交线的直线，故得等厚干涉条纹是一些平行于反射镜 M_1 和 M_2' 交线的清晰的等间距直条纹。且条纹的间距 e 的数学表达式为

$$e = \frac{\lambda_0}{2\alpha} \quad (2-1-10)$$

式中 α 为空气楔角。由此得出两相邻等厚条纹间的空气层厚度差为 $\frac{\lambda_0}{2}$ ，利用平移 M_1 镜可看到视场中等厚条纹的平移。当 M_1 移动 $\frac{\lambda_0}{2}$ 时，条纹平移一个间距。当 d' 缩小时，条纹向 M_1 和 M_2' 交线方向移动。当 d' 增大时，条纹反向移动。当 $d'=0$ 时，即得零级亮条纹。根据等厚干涉条纹的这个性质也可用来进行长度测量和调整干涉仪。见(2-1-10)式，当楔角 α 固定，则波长较长的光形成的干涉条纹间距大。当用白炽灯照明时，除零级白条纹外，其他邻近各级都是彩色条纹。由此可方便地确定零光程差的位置。

在 M_1 和 M_2' 夹角 α 和厚度 d' 值都不太小时，用眼朝 M_1 方向观察可看到圆弧形条纹。

圆弧中部向 M_1 和 M_2' 交线方向凸起，条纹的清晰度此时较差，且不同处条纹的清晰度不一样。当减小夹角 α 或平移 M_1 使 d' 变小，都可以使条纹的可见度变大。这是条纹定域在空气楔外部的一个曲面上，并且这个曲面随 d' 的增大将移向无穷远。此时看到的条纹即非等倾，也非等厚。原因就是同一年级次干涉条纹上的不同点，它们对应的 d' 和 θ 值都不同，但它们的光程差值是一样的。

(2) 色光的干涉条纹

复色光可看作许多单色光的复合光。对复色光中某一波长 λ_i 在观察屏上P点干涉产生的光强 $I(\lambda_i)$ P点光程差 $\Delta(\lambda_i)$ 的变化关系可由前面讨论的单色光干涉条件得出：

$$I(\lambda_i) = \frac{I_0(\lambda_i)}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_i} \Delta(\lambda_i) \right] \quad (2-1-11)$$

又因复色光中不同波长的光之间是互不相干的，故在 P 点由复色光产生的总光强应是各波长干涉光强的简单迭加。

$$I = \sum I(\lambda_i) = \sum \frac{I_0(\lambda_i)}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_i} \Delta(\lambda_i) \right] \quad (2-1-12)$$

对复色光的照明产生的干涉分下面两种情况介绍：

1. 设某复色光的中心波长 λ_0 ，谱线宽度为 $\Delta\lambda$ ，则此复色光是由波长 $\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}$ 至 $\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}$ 之间的所有波长的光组成。（认为各波长光强一样，并忽略空气对波长的影响，取 $n_0 = 1$ ）并且它们中的每一波长的光在观察屏上都形成各自的干涉条纹。因不同的波长的光不能相互干涉，所以，屏上的干涉图样是各成分波长的光产生的干涉图样的简单叠加。如图 2-1-8 所示：

用干涉光强的叠加，可清楚地解释图 2-1-8 的 $I - \Delta$ 曲线。当 $d=0$ 时，各波长成分的光均满足干涉极大值，并且各极大值在此处完全重合。所以合成光强有极大值 $I_{\max} = \sum I_0(\lambda_i)$ 。此时各波长干涉光强的最小值也近于重合，故有合成光强的最小值 $I_{\min} = 0$ 。因此可见度 $V \approx 1$ 。当 d 增大，由 $2d = m\lambda$ 为干涉极大值条件可知，各波长成分的光干涉最大值位置将相互错开。合成光强的极大值将相应变小，而合成光强的最小值相应变大，故条纹可见度下降 ($V < 1$)。

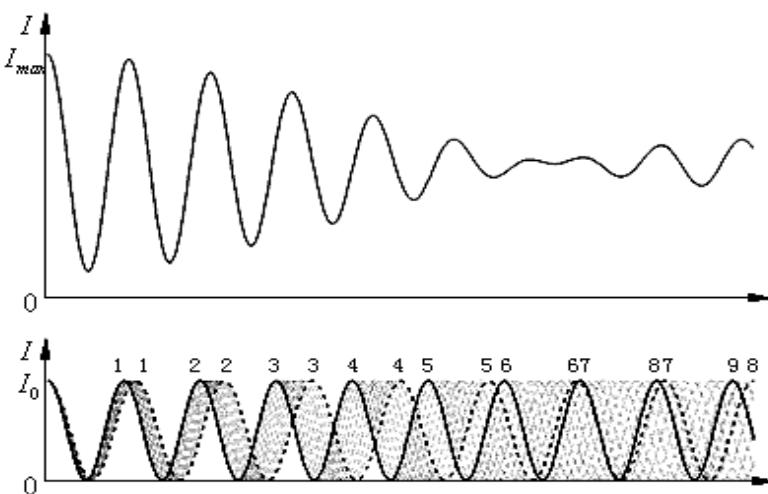


图 2-1-8 光源单色性对条纹可见度的影响

当 $2d = m(\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}) = (m+1)(\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2})$ 时，波长 $\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}$ 的第 m 级和 $\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}$ 的第 $m+1$ 级重合，此时合成光强变化很小 ($V \approx 0$)，继续增大 d ，在以后的每个 d 的位置上 $\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}$

和 $\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}$ 范围内的光的干涉光强都是从零变化到 $I_0(\lambda_i)$ 。这样视场变成一片均匀，看不到明暗相间的条纹。

由 $\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}$ 第 m 级和 $\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}$ 第 $(m+1)$ 级重合条件可解得该光的相干长度 L' 的公式为

$$L' = \frac{(\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2})(\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2})}{\Delta\lambda} \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \quad (2-1-13)$$

可分辨条纹的最高干涉级数 m 为

$$m = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \quad (2-1-14)$$

用上两式可知：谱线越窄，光源的单色性越好，相干长度越大，能看到相干条纹的级次越高，即光源的时间相干性越好。因实际光源发射的谱线都具有一定宽度，都对应有一个能看到干涉现象的相干长度 L' ，当光程差超过相干长度时，则看不到干涉条纹。这对调整和使用干涉装置是有指导意义的。单膜 He—Ne 激光器发出的 632.8 nm 的激光单色性很好，相干长度有几米到几十米范围；而钠光相干长度只有几厘米，白光相干长度则只有波长数量级。所以，使用白炽灯照明时，由于白炽灯光的 $\Delta\lambda$ 很大，其相干长度仅为波长的数量级，故只能看到 $\Delta=0$ 附近的几级干涉条纹。调整观察时需仔细小心。

2. 当复色光是由两个强度差不多的分裂谱线 λ_1 和 λ_2 组成时，在观察屏上某点 P， λ_1 和 λ_2 产生的光强分别为

$$I(\lambda_1) = \frac{I_0(\lambda_1)}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_1} \Delta(\lambda_1) \right]$$

$$I(\lambda_2) = \frac{I_0(\lambda_2)}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_2} \Delta(\lambda_2) \right]$$

则该复色光在 P 点产生的总光强为

$$I = I(\lambda_1) + I(\lambda_2)$$

图 (2-1-9) 表示干涉仪 M_1 平行 M_2' 时和 $I(\lambda_1) = I(\lambda_2) = I_0$ 时，干涉场中心 $\theta = 0$ 处，干涉光强度随光程差的变化规律。当 $d=0$ ，则 $\Delta(\lambda_1) = \Delta(\lambda_2) = 0$ ，此时两波长的亮条纹重合，故有 $I_{\max} = 2I_0$ 。并且在该点附近的暗条纹也正好重合，故有 $I_{\min} = 0$ 。此处条纹得可见度最大 ($V=1$)。当 d 增大时， λ_1 和 λ_2 的干涉条纹错开。

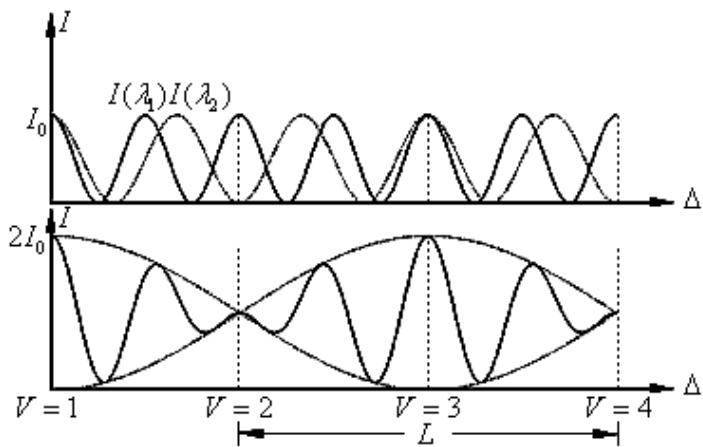


图 2-1-9 干涉强度分布与相位差的关系曲线

在 $2d = m\lambda_2 = (m + \frac{1}{2})\lambda_1$ 时, λ_2 的亮条纹和 λ_1 的暗条纹重合, 在此点附近 λ_1 的亮条纹和 λ_2 的暗条纹也近于重合。因此, 在该局部区域中光强几乎不变, 即 $I_{\max} \approx I_{\min}$, 几乎看不见条纹 ($V \approx 0$)。若继续增大 d , 将会看到重复上述讨论过的现象。

根据上面的讨论, 从两次相继出现可见度为零的光程差关系式可得此复色光的相干长度: $L' = 2D = N\lambda_2 = (N + 1)\lambda_1$

式中 D 为可移动反射镜 M_1 在相继两次出现条纹可见度为零时的位置读数值差。由上式可得

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\bar{\lambda}}{N} \quad (2-1-15)$$

$$\text{或 } \Delta\lambda = \frac{\bar{\lambda}^2}{2N} \quad (2-1-16)$$

式中 $\bar{\lambda}$ 为平均波长, N 为相继两次出现可见度为零的过程中条纹变化数目。

利用这些关系式, 在迈克尔逊干涉仪上测量双谱线光源的波长差、相干长度和波长等是很方便的。

二. 迈克耳逊干涉仪结构简介

迈克耳逊干涉仪的整个机械台面(包括导轨)固定在一个稳定的底座上, 底座下有个调节螺钉, 用以调节台面的水平。导轨内装有螺距为 1mm 的精密丝杠, 丝杠的一端与齿轮系统相连接。转动粗调鼓轮可使丝杠转动, 转动微调鼓轮可使丝杠微动, 从而带动滑块及固定在滑块上的反射镜 M_1 沿着导轨前后移动。反射镜 M_1 的位置读数(毫米以上)由台面一侧的毫米标尺读出, 毫米以下的数值由鼓轮刻度盘读数窗内的标尺读出(最小刻度为 0.01 mm), 微调鼓轮刻度盘读数可精确到万分之一毫米(最小分度为 0.0001 mm)。所以, 用该干涉仪测量, 可读出毫米以下五位有效数字。反射镜 M_2 固定在导轨的一侧。 M_1 、 M_2 两镜的背面各有三个调节螺钉, 用以调节镜面的方位。一般不调节 M_1 背后的三个螺丝。

M_2 镜台下还装有两个方向相互垂直的微调拉簧螺丝，其松紧可使 M_2 镜台产生一极小的形变，从而可对 M_2 的倾斜度作细调，分光板 G_1 和补偿板 G_2 两者严格平行放置，其材料与厚度完全相同， G_1 的内表面为半反射面，从而使入射光分成振幅和光强基本相等的反射光束和透射光束，并且 G_1 与 M_1 和 M_2 两镜均呈 45° 角。

(1) 干涉仪的调整方法和步骤

1. 要在干涉仪上观察和计量，首先要掌握干涉仪的调整，使其迅速达到所需要观察和测量状态。而调整的第一步是要看到干涉条纹。下面介绍两种简单常用的调整方法。

1. 用水准仪调节干涉仪的底座下的三个螺丝，使仪器水平。调节 He—Ne 激光器光源，使激光束与分光板等高，并垂直入射到 M_1 、 M_2 两反射镜上中心部位。首先转动 M_1 镜的粗

调传动手轮，平移 M_1 镜使其和 M_2 镜至分束板 G_1 的距离大致相等（可用尺测量确定），当 He—Ne 激光束基本上垂直于 M_2 时，在观察屏上即可看到两排激光光点。且每排都有几个光点，调节 M_2 背面的三个螺丝，使两排中两个最亮的光点重合，如果经调节两排最亮的光点难以重合，可略调一下 M_1 镜后的三个螺丝，直至完全重合为止。这时， M_1 与 M_2 处于相互垂直状态， M_1 和 M_2' 基本平行了，至此干涉仪的光路系统调整完毕。然后根据观察和测量的需要，对激光扩束（在激光和分束板之间放一扩束镜），再利用干涉仪 M_2 镜的粗、细调节螺钉做进一步细调，使观察屏上出现干涉环图像，仪器达到要求状态。

2. 用低压汞灯（或钠灯）照明干涉仪，首先转动 M_1 镜的传动手轮，平移 M_1 镜使其和 M_2 镜至分束板 G_1 的距离大致相等（可用尺测量确定），然后在灯的毛玻璃前加一小孔（或针），用眼睛直接向 M_1 观察的同时，并调整 M_2 镜背面的三个调节螺钉，改变 M_2 镜的倾角，使观察到的较亮的两个小孔（或针）像重合，当重合时，视场中即出现细的干涉条纹。最后根据观察和测量的需要，利用粗、细调节螺钉对仪器作进一步细调，使其达到所需状态。

三. 实验内容

(1) 观察干涉条纹

非定域干涉条纹的调节。为了获得肉眼直接可观察到的干涉条纹，要求两束相干光的传播方向夹角必须很小，几乎是共线传播。所以，激光束必须垂直照射到 M_2 反射镜上。为此，应作如下调节：在 He—Ne 激光器前放置一小孔光阑，使激光束通过小孔，并经过分束板 G_1 中心透射到反射镜 M_2 中心上；仔细调节激光束的方向或然后调节 M_2 后面三个螺钉，使光点反射像返回到光阑上并与小孔重合；再调从 G_1 后表面反射到 M_1 的光束，调节后面 M_1 三个螺钉，使其反射光到达 G_1 后表面时恰好与 M_2 的反射光相遇（两光点完全重合），同时两反射光在光阑的小孔处也完全重合。这样 M_1 和 M_2 就基本垂直，即 M_1 和 M_2' 互相平行了。

(2) 观察非定域干涉条纹：去掉小孔光阑，该处放一短焦距的透镜，使激光束汇聚成一点光源，这时在观察屏上就可以看到干涉条纹了。（为了观看条纹清晰可将小观察屏换成远端放置的大屏幕）；再仔细地调节 M_2 的两个微动拉簧螺钉，使 M_1 和 M_2' 严格平行，则在屏上就可看到非定域的圆条纹。转动手轮使 M_1 在导轨上移动，观察条纹变化情况，并体会非定域的含义。

再旋转微调手轮，改变 d 值，观察干涉环的“冒出”或“缩入”现象，记录干涉图像的特点。

(3) 利用单色光等倾干涉条纹测 He—Ne 激光的波长。

1. 当圆形干涉条纹的调节完成后，选定非定域干涉圆环纹中某一清晰的区域进行测定。调节读数装置的零点：将微调手轮沿某一方向(如顺时针方向)旋转至零刻度，然后以同方向转动粗调手轮，对齐读数窗口中某一刻度，以后测量中使用微调手轮仍以同方向移动 M_1 镜，这样才能使读数窗口中的刻度盘与微调手轮的刻度盘相互配合。为防止空程、可沿某一选定的转向多转微调手轮几圈。直到微调手轮与粗调手轮沿此方向同步转动为止，记下 M_1 镜的初始位置 d_0 。

2. 沿上述转动方向继续转动手轮，数出每“冒出”或“缩进”100 个干涉环记一次 M_1 镜的位置 $d_{100}, d_{200}, d_{300}, \dots$ 连续记录 M_1 的位置 6 次(在此过程中微调手轮的转向不变)，再据公式 (2—1—5)

$$\frac{\Delta d}{\Delta n} = \frac{\lambda_0}{2}, \quad \Delta d = \Delta n \lambda_0 / 2,$$

得 $\lambda = 2\Delta d / \Delta n$ ，并由此式利用逐差法计算出 He—Ne 激光的波长 λ 值。计算中求 $\Delta n = 100$ 条时 Δd 的平均值。步骤和数据记录表格自拟。(单位：mm)

(4) 观察定域干涉条纹

在透镜前放一毛玻璃，使光源成为面光源，将观察屏换成一望远镜，观察无穷远处的定域干涉条纹：这时只能一次调节一个 M_2 的微动螺丝，用眼睛从望远镜中观察定域干涉园条纹。

(5) 观察等厚干涉条纹

在完成步骤 4 的基础上，缓慢转动粗调手轮调节 M_1 与 M_2 相对于分束板 G_1 等距离时，观察到屏上条纹由细变粗，由密变疏，并且呈等轴双曲线形状，表明 M_1 与 M_2 已经非常接近。既 $d \approx 0$ ，整个视场中园条纹逐渐变疏直到没有。然后微调 M_2 镜的两个微调拉簧螺丝中的一个，使 M_2 与 M_1 之间有一个非常小的夹角时，屏上可看到等厚干涉条纹(直线形平行干涉条纹)。(用望远镜也可观察，定域干涉比较难调出)

此等厚干涉条纹的间距与夹角成反比。当夹角太大时，条纹很密难以分辨，故条纹间距取 1mm 左右为宜，移动 M_1 镜观察条纹的特点。

(6) 观察白光干涉条纹

用白炽灯照明毛玻璃做光源。光源与干涉仪之间加小孔光阑，由于白光的相干长度很短，所以必须首先仔细调节迈克尔逊干涉仪两臂相等。判断两臂相等的方法是：利用等厚条纹的观察方法，当移动 M_1 时，仔细找出干涉条纹的弯曲反转点即可。在实验中一般是在完成步骤五的基础上进行。观察白光等厚干涉彩色条纹的特点、条纹排列、弯曲情况及条数与光程差的关系。

(7) 用白炽灯照明干涉仪，观察白光干涉特点，并根据零光程差的条纹特点测量透明薄片晶体材料的厚度或其折射率。

四. 注意事项

- (1) 迈克耳逊干涉仪是精密光学仪器，使用前必须先熟悉使用方法，然后再动手调节。
- (2) 使用过程中绝对不允许用手触摸各镜面及光学玻璃器件，镜面若有浮尘，可用吹风球吹去或用镜头纸试去。

(3) 在调节和测量过程中，一定要非常细心，特别是转动粗、微调手轮时要缓慢、均匀。为了避免转动手轮时引起空程。则在使用中必须沿同一方向旋转手轮，不得中途倒转。若需要反向测量，应重新调整零点。

(4) 实验前和实验结束后，所有调节螺丝均应处于放松状态，调节时应先使之处于中间状态，以便有双向调节的余地，调节动作要均匀缓慢。

五. 思考题

(1) 在迈克耳逊干涉仪中利用什么方法产生两束相干光？根据什么现象来判断 M_1 平行于 M_2' ？

(2) 调出等倾干涉和等厚干涉条纹的条件是什么？如何找零光程位置？

(3) 对非定域干涉和定域干涉观察方法有何不同？观察等厚干涉条纹时，能否用点光源？

(4) 形成空程的原因是什么？它对测量有什么影响？在测量中如何避免空程？

(5) 空气折射与压强有关，真空时折射率为 1，标准大气压时空气折射率为 n ，请提出一设计方案，用迈克尔逊干涉仪测定空气折射率 n 。

实验 2—2 微弱信号检测技术

随着科学技术的发展，使测量技术得到日趋完善的发展，同时也提出更高要求。尤其是一些极端条件下的测量已成为现代认识自然的主要手段，由于微弱信号检测（weak signal detection）能测量传统观念认为不能测量的微弱量，所以才获得迅速的发展和普遍的重视，微弱信号检测已逐渐形成一门边缘学科学。锁相放大器（lock-in Amplifier 简称 LIA）就是检测淹没在噪声中的微弱信号的仪器，它可用于测量交流信号的幅度和相位，有极强的抑制干扰和噪声的能力，有极高的灵敏度，可测量毫微伏量级的微弱信号，自 1962 年美国 PARC 第一个相干检测的锁相放大器问世以来，锁相放大器有了迅速的发展，性能指标有了很大的提高，现已被广泛应用于科学技术的很多领域，本实验使用 128A 用电容电压法测量 P-N 结的杂质浓度分布和 PN 结电容，即是一个很好的应用实例。

一 实验原理

1. 关于噪声

在物理学的许多测量中，常常遇到极微弱的信号。这类信号检测的最终极限将取决于测量设备的噪声，这里所说的噪声是指干扰被测信号的随机涨落的电压或电流。噪声的来源非常广泛复杂，有的来自测量时的周围环境，如 50Hz 市电的干扰，空间的各种电磁波，有的存在于测量仪器内部。在电子设备中主要有三类噪声：热噪声、散粒噪声和 $1/f$ 噪声，这些噪声都是由元器件内部电子运动的涨落现象引起的。从理论上讲涨落现象永远存在，因此只能设法减少这些噪声，而不能完全消除。

2. 锁相放大器的基本工作原理：

锁相放大器的基本原理图如下：

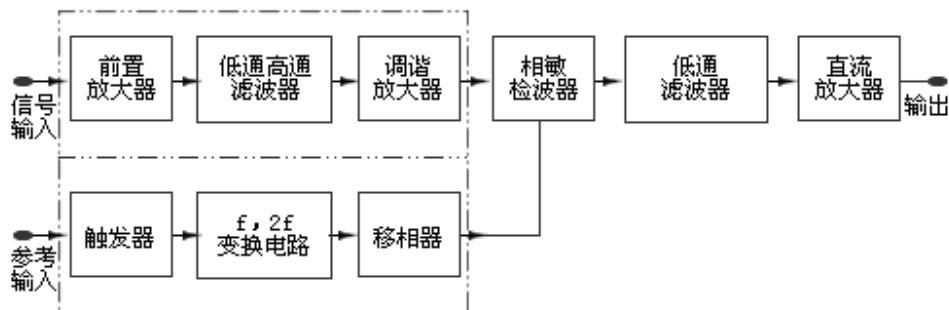


图 2—2—1 锁相放大器原理图

锁相放大器是采用相干技术制成的微弱信号检测仪器，其基本结构由信号通道、参考通道和相敏检波器等三部分组成。

1) 相干检测及相敏检波器

相关反映了两个函数由一定关系，如果两个函数的乘积对时间的积分不为零，则表明这两个函数相关。相关按概念分为自相关和互相关，微弱信号中一般采用抗干扰能力强的互相关检测。设信号 $f_1(t)$ 为被检信号 $V_s(t)$ 和噪声 $V_n(t)$ 的叠加， $f_2(t)$ 为与被检信号同步的参考信号 $V_r(t)$ ，二者的相关函数为：

$$\begin{aligned}
R_{12}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_1(t) \bullet f_2(t-\tau) dt \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [V_s(t) + V_n(t)] \bullet V_r(t-\tau) dt \\
&= R_{sr}(\tau) + R_{nr}(\tau)
\end{aligned}$$

由于噪声 $V_n(\tau)$ 和参考信号 $V_r(\tau)$ 不相关, 故 $R_{nr}(\tau) = 0$, 所以 $R_{12}(\tau) = R_{sr}(\tau)$ 。锁相放大器通过直接实现计算相关函数来实现从噪声中检测到淹没信号。

锁相放大器的核心部分是相敏检波器 (phase-sensitive detector, 简称 PSD), 也有称它为混频器 (mixer) 的, 它实际上是一个乘法器。加在信号输入端的信号经滤波器会暗调谐放大器后加到 PSD 的一个输入端。在参考输入端加一个与被测信号频率相同的正弦波 (或方波) 信号, 经触发整形和移相变成方波信号, 加到 PSD 的另一个输入端。

设加在 PSD 上的被测信号为 u_i , 加在 PSD 上的方波参考信号 u_r 幅度为 1, 若用傅立叶级数展开, 则方波的表达式为

$$u_r = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin[(2n+1)\omega_r t], \quad (n=0,1,2,\dots).$$

于是 PSD 输出信号为

$$\begin{aligned}
u_{oPSD} &= u_i \bullet u_r \\
&= [U_i \sin(\omega_i t + \varphi)] \bullet \left\{ \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin[(2n+1)\omega_r t] \right\} \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2U_i}{(2n+1)\pi} \cos\{[(2n+1)\omega_r - \omega_i]t - \varphi\} \\
&\quad - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2U_i}{(2n+1)\pi} \cos\{[(2n+1)\omega_r + \omega_i]t + \varphi\} \quad (2-2-1)
\end{aligned}$$

从上式可以看出, 包括下列各频率分量:

$$\begin{cases} \omega_r - \omega_i \text{ 分量 } \frac{2}{\pi} U_i \cos[(\omega_r - \omega_i)t - \varphi], \\ \omega_r + \omega_i \text{ 分量 } -\frac{2}{\pi} U_i \cos[(\omega_r + \omega_i)t + \varphi]; \\ 3\omega_r - \omega_i \text{ 分量 } \frac{1}{3} \frac{2}{\pi} U_i \cos[(3\omega_r - \omega_i)t - \varphi], \\ 3\omega_r + \omega_i \text{ 分量 } -\frac{1}{3} \frac{2}{\pi} U_i \cos[(3\omega_r + \omega_i)t + \varphi]; \end{cases} \quad (2-2-2)$$

.....

在正常工作情况下，参考信号的基波频率与被测信号的频率是相等的，即 $\omega_r = \omega_i$ 。

这时 PSD 的输出信号， u_{oPSD} 中含有直流成分

$$u_{dc} = \frac{2}{\pi} U_i \cos \varphi \quad (2-2-3)$$

经低通滤波器 (low-pass filter, 简称 LPF) 后，PSD 输出信号中的交流成分被滤去，只有直流成分 u_{dc} 的输出，它的大小与输入信号和参考信号的相位差 φ 有关，当 $\varphi=0$ 时，输出信号最大

$$u_{dc} = \frac{2}{\pi} U_i \quad (2-2-4)$$

可见，输出信号的大小还和被测信号的幅值成正比。由于参考通道由精密可调的移相器，不管参考信号和被测信号之间的相位差时多少，总可以调节移相器，使在 PSD 输入端 $\varphi=0$ ，从而输出达到最大值，经过校准一般让输出最大时代表输入信号的有效值。

当 $\varphi=\pm\pi/2$ 时， $u_{dc}=0$ 。由以上讨论可以看出，在被测信号中若混杂有与待测信号频率相同的干扰信号时，经过 PSD，会受到一定的抑制。图 2-2-2 画出了 φ 具有几个典型数值时的 u_i 、 u_r 和 u_{oPSD} 的波形。

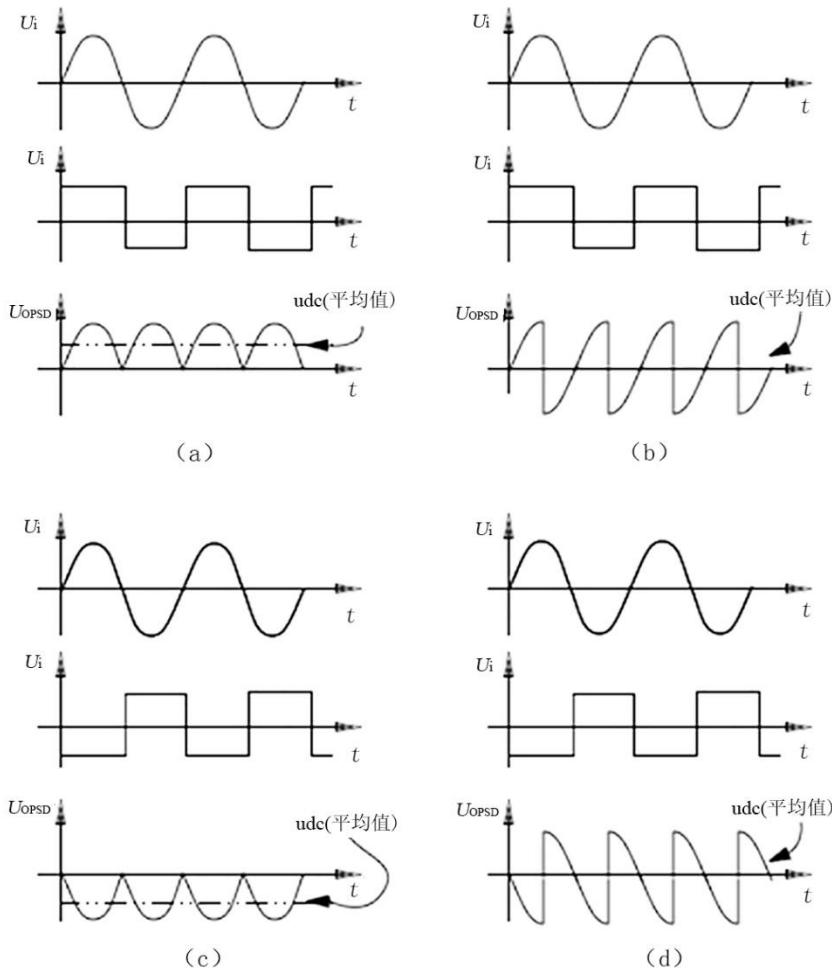


图 2-2-2

从式(2-2-2)进一步看出,若输入信号为三次谐波,即出现了 $3\omega_r = \omega_i$ 的情况,这时 $3\omega_r - \omega_i$ 分量就是直流分量,其数值为:

$$\frac{1}{3} \frac{2}{\pi} U_i \cos \varphi.$$

与 $\omega_r = \omega_i$ 的基波情况相比,除大小降低 $1/3$ 以外,其他情况都一样。同理,如果 $\omega_r = (2n+1)\omega_i$ 则相应的直流分量为:

$$\left(\frac{1}{2n+1}\right) \frac{2}{\pi} U_i \cos \varphi. \quad (2-2-5)$$

这表明被测信号中的奇次谐波成分在输入信号中仍占一定比例,或者说,PSD-LPF系统对奇次波的抑制能力有一定限度,(图2-2-3)画出的PSD的谐波响应图。因此,在实际锁相放大器内,在信号通道中,还设置有高通滤波器、低通滤波器和调谐放大器,以便对混杂在被测信号内的干扰和噪声先进行一定的抑制,然后输给PSD,以便加强整个锁相放大器对噪声和干扰的抑制能力。

锁相放大器能够(从被测量信号中)检测出与这个参考信号频率相同的分量。在被测量的信号里所包含的各种信号分量中,只有与参考信号频率相同的那个分量才会被转换成为直流,因而才能够通过低通滤波器(LPF)。其他频率的分量因为被转换成为频率不等于零的交流信号,所以被低通滤波器(LPF)滤除。

2) 信号通道

待检测的微弱信号和噪声混合在一起输入低噪声前置放大器,经放大后进入前置滤波器,前置滤波器可以是低通、高通、带通或带阻滤波器,或者用这些滤波器的两种以上的组合构成宽带或窄带滤波特性,用于防止在严重的噪声或干扰条件下使PSD出现过载,滤波后的信号经过调谐交流放大器放大到PSD所需的电平后输入PSD。

3) 参考通道

参考通道用于产生相干检测所需的和被测信号同步的参考信号。参考通道首先把和被测信号同频率的任何一种波形的输入信号转换为占空比为 $1:1$ 的方波信号,其频率和输入移相器的参考信号的频率 f_r 相同。现代的锁相放大器还可以给出频率为 $2f_r$ 的方波信号,主要用于微分测量中相移电路可以精确地调节相位 φ_2 ,使PSD中混频器的两个输入信号的相位差严格为零,获得最大的检波直流输出。方形信号通过移相器改变其相位,使得PSD输入的参考信号与被测信号同相位,即 $\varphi=0$ 。

锁相放大器的PSD的直流输出信号一般要经过滤波和直流放大,然后输出给测量仪表等。

在测量各种物理量(包括力学、热学、光学等非电学量)时,用传感器将其变换成为电信号,然后输入到分析仪器(测量仪器)中去。但是,仅想获得必要的信号是很

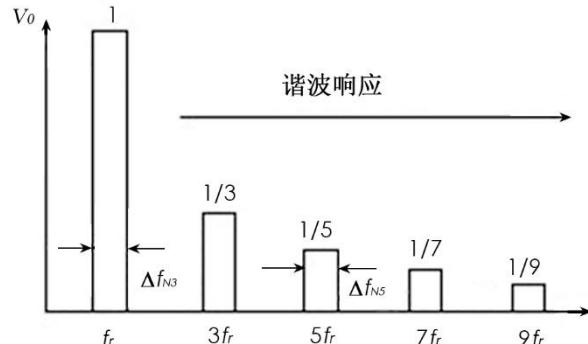


图2-2-3 PSD谐波响应时间

难做到的。通常是连不必要的信号（也就是噪声）也一起被测量了。在各种情况下，噪声都有可能混进来。噪声并不仅限于电信号，也有包含在被测量的物理量中的情况。另外，根据不同场合，也出现噪声强度远远高出所需要的目的信号电平的情况。想要测量的信号越微弱，那么噪声就相对地越大。

在这里，让我们来看一下用交流电压表来测量不同电平的1kHz的正弦波信号的结果，如图2-2-4所示。在信号上叠加了0.1Vm_{rms}的白噪声。“毫伏计”是一般的交流电压表，“锁相放大器”是一种专门测量微小信号的（特殊的）交流电压表。

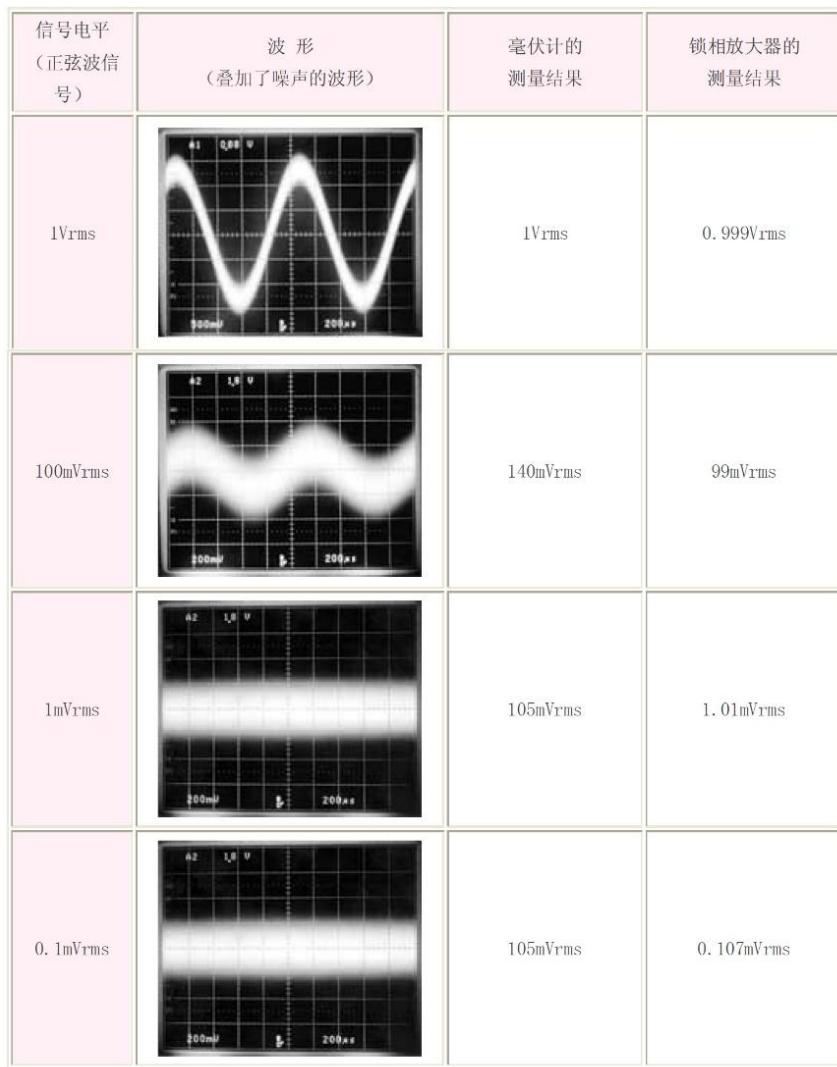


图 2-2-4 锁相放大器与交流电压表测量为荣信号结果比较

毫伏计也同时测量噪声。即使用数字万用表（DMM）来测量，也会得到与毫伏计相同的测量结果。但锁相放大器，能在比待测信号（1kHz正弦波）强1000倍的噪声中把信号几乎准确无误地检测出来。

需特别注意的是，锁相放大器只能测量交流信号，不能直接测量直流信号。对于一些直流信号可采取一定的方式进行调制，时期变为相应的交流信号再进行测量。

3. PN 结电容及杂质浓度分布

在半导体的设计和制造过程中，如何控制半导体内部的杂质浓度分布，从而达到对

器件电学性能的要求，是半导体材料和器件的基本测量之一，本实验是用电容—电压法测量 P-N 结的杂质浓度分布，具有简单快捷，又不破坏样品的特点，是较常用的测量方法之一。它仅能反映 P-N 结轻掺杂一边的杂质分布。

P-N 结是由 P 型和 N 型半导体“接触”形成的，交界之处的杂质浓度可以是突变的，或是缓慢的，在结的界面处形成势垒区，也称空间电荷区，如（图 2—2—5a、b）所示。

P-N 结外加电压时，势垒区的空间电荷数量将随外加电压变化，与电容器的作用相同，这种由势垒区电荷变化引起的电容称为势垒电容

$$C_T = \frac{dQ_T}{D_V}$$

另外，P-N 结加正向偏压时，P 区和 N 区的空穴和电子各

自对各自向对方发散，并能在对方（扩散区）形成一定的电荷积累，积累电荷的多少也随外加电压而变化，称为扩散电容

$$C_d = \frac{dQ_d}{dV}$$

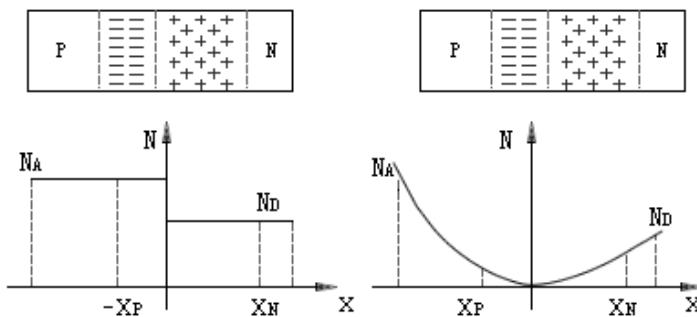


图 2—2—5 突变结(a)和缓变结 (b)

所以，P-N 结的电容与一般电容不同，不是恒定不变的，要随外加电压的变化而变化。

利用 P-N 结势垒电容随外加电压变化这一特性可以制作变容二极管，并且利用 P-N 结电容随外加电压的变化规律可以非破坏性的测定其杂质浓度分布。

二 实验配置

(一) (图 2—2—6) 是 128A 型锁相放大器的面板图。

1、输入信号通道

(1) 信号输入：仪器的输入端有 A(1)、B(10)两个。单输入时，单独接 A 或 B 都可以，此时输入端右边的开关(11)应置于相应的位置 A 或 B。双输入（或称差分输入）时，同时接 A 和 B 两端，此时开关应置于 A—B 位置。

(2) 灵敏度(2)：输入信号的灵敏度 (SENSITIVITY) 范围为 $1 \mu V \sim 250mV$ ，共分 12 档。输入信号最大不能超过 $250mV$ ，使用时应先置于较大档（如 $100mV$ ），根据电表指示，逐渐调小。输入信号的工作频率范围为 $0.1 \sim 100kHz$ ，信号端输入阻抗大于 $100M \Omega$ 。

(3) 高、低通滤波器：信号通道内设置有低通滤波器(LO-PASS)(13)和高通滤波器(HI-PASS)(12),根据输入信号的频率选择滤波器的通频带范围,若输入信号的噪声干扰大,就应尽量减小通频带。

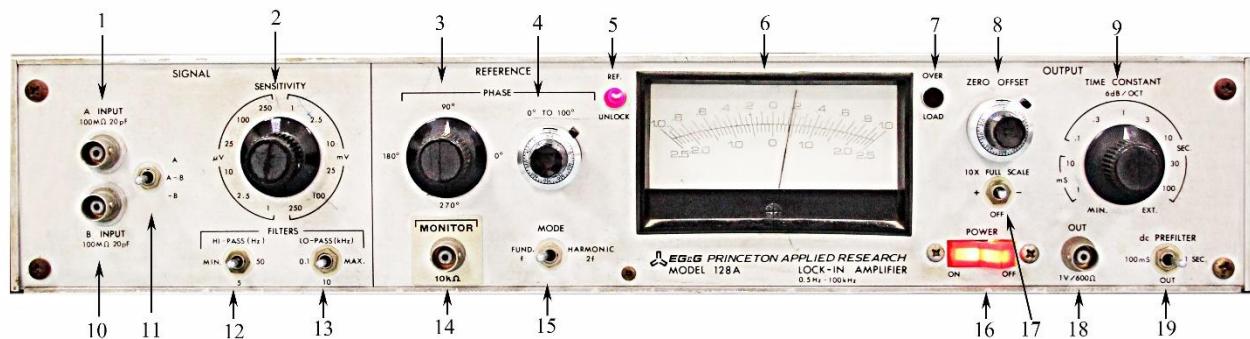


图 2-2-6 面板图

2、参考信号通道。参考信号(14)可以是正弦波,也可以是方波,其幅值应大于100mV,小于5V。参考输入端(14)右侧的开关(15),一般放在基波“*f*”位置(FUND)。当放在“2*f*”位置(HARMONIC)时,仪器测量的是输入信号的二次谐波分量。电表左侧上部的参考(REF)指示灯(5)在刚开机后两三分左右,参考指数灯才熄灭,参考通道进入正常工作状态。参考通道内有两个相位调节旋钮:左边旋钮(3)分四档,每一档可改变位相90°,右边旋钮(4)可从0°到100°连续改变相位,位相总改变值由两旋钮读数相加。

3、时间常数旋钮(TIME CONSTANT)(9):可从1ms到100s,共分10档。使用中时间常数若选得小,则抑制噪声能力差,若选得太大,则输出指示变化缓慢从而影响测量信号变化速度。实验时可以先选用1s或3s档,然后再根据测量情况适当改变。

4、显示(6)和零点补偿(8):用指针式电表显示被测信号大小,若灵敏度置于100mV档,则指针满偏时,被测信号电压有效值即为100mV,对其他档,依此类推。电表右侧上部有一过载(OVER LOAD)指示灯(7),灯亮时表示信号过大或噪声过大,此时应将灵敏度档(2)调大,或加大时间常数,或调节低通及高通滤波器使通频带变窄,仍不行就要在仪器外采取相应措施。只有在过载指示灯熄灭情况下的测量才是准确的。

电表右侧有零点补偿(ZERO OFFSET)旋钮(8),如果被测信号是一个在较大的定值附近有微小变化的量,而又希望将此微小变化量测准确,此时可调节补偿旋钮,利用仪器内的可变电源将信号中的定值部分抵消掉,使电表在某一时刻显示为零,然后再选用更灵敏的档测量微小变化的部分,从而提高测量的灵敏度和准确度;要进行零点补偿时,将补偿旋钮下面的开关(17)放在“+”或“-”位置,不需要进行补偿时,则将开关放在“OFF”位置。

直流前置滤波器(dc PREFILTER)(19):面板右下角有此滤波器的使用开关。一般情况下,将此开关置于“OUT”位置,当噪声过大时,可置于“100ms”档,甚至“1m”档。

仪器电源开关(16)和锁相放大器信号输出(18)。关于128A型锁相放大器的更详细情况,可参阅该仪器说明书。

三 实验内容与步骤

(一) 锁相放大器使用:

1、研究锁相放大器输出与输入信号和参考信号的相位差之间的关系。

如图 2-2-7 联好电路, V_{S1} 为弱信号源, V_{S2} 为干扰噪声源。使信号源 S_1 、 S_2 的输出为零, 锁相放大器置最大量程处, 时间常数置 3S。接通电源, 预热 10 分钟。

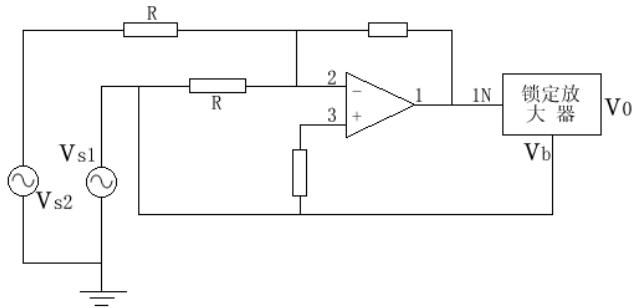


图 2-2-7

调整信号源使输出为 50mv，锁相放大器参考通道相位选择 0° ，选择适当量程，使锁相放大器输出指数大于最大偏转的三分之二。

改变参考信号相位 φ 从 0° 到 360° ，记录锁相放大器的输出 V ，绘制 $V-\varphi$ 曲线并说明之。

2、研究噪声对锁相放大器输出影响

调节信号源 S_1 ，使输出为 50mv，调参考信号位相使输出 V_o 最大。选择信号源 S_2 的频率 f_2 使 $f_2 \neq f_1$ ， f_1 可信号源 S_1 的输出频率。改变信号源 S_2 的输出幅度，用毫伏表测量。因为 $f_R = f_1$ ， $f_2 \neq f_R$ 。我们认为信号 S_2 为噪声， S_2 的输出幅度由小到大，当 $V_{S2} > V_{S1}$ 时，我们认为噪声已淹没了信号。调 V_{S2} 由零到 V_{S1} 的二倍，由示波器观察 V_1 的波形，读出相应的锁相放大器的输出 V_o ，分析观察到的 V_o 随 V_{S2} 变化的情况。

将 V_{S1} 、 V_{S2} 选取适当大小，改变信号 S_2 的频率（信号源 S_1 的频率固定），频率 f_2 的变化要缓慢，分析锁相放大器的输出与频率 f_2 （即噪声的频率）的关系。

3、研究低通滤波器时间常数 $T = R_0 C_0$ 对锁相放大器输出的影响。将时间常数置于 10ms，调节信号源，使其频率等于或近似等于信号源 S_1 的频率的一倍、二倍时，观察锁相放大器输出变化情况，并解释之。

(二) PN 结电容的测量

1、 测量原理

PN结势垒电容 C_T 的测量原理图如 (图 2-2-8)。

PN 结反向偏压是电源—E 通

过电阻 R_3 、 R_1 加压 PN 结上的，由于 PN 结反向漏电流很小，所以在 R_3 、 R_1 上的压降也很小，可以认为 PN 结势垒电容随反向偏压改变而变化。我们已经知道，PN 结势垒电容随反向偏压改变而变化。

当 PN 结上加上反向偏压后，如图所示，再由交流信号源输出

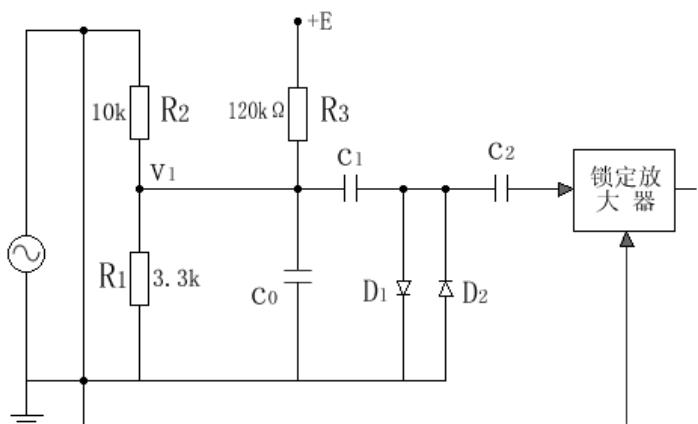


图 2-2-8

正弦信号加在电阻 R_1 和 R_2 上，从图可看到，由交流信号 V_1 加在 PN 结 D_x 及 C_o 上，我们适当选取 C_o ，可以做到与 C_o ，比较 R_3 阻抗为很大， D_1 、 D_2 的电容很小，使它们的分流作用忽略。

$$\therefore V_1 = \frac{\frac{1}{j\omega c_0}}{\frac{1}{j\omega c_x} + \frac{1}{j\omega c_o}} V_1$$

其中 c_x 为 PN 结 D_x 的势垒电容当 $c_x \ll C_o$ 时

$$V_1 = V_E \frac{C_x}{C_o}$$

在实际测量中， $c_x \ll C_o$ 的条件是满足的。

测量电路中的 D_1 、 D_2 是超限幅作用，避免过大的信号进入锁相放大器。

2、电容测量

由锁相放大器的输出电压 V_i 与 c_x 的关系可知，当 c_x 增大，锁相放大器输出 V_i 增大。因此，我们只要保持信号源输出不变，即 V_i 不变，改变直流电源输出电压， c_x 也随着改变，因而 V_i 就会改变，从而锁相放大器的输出 V_o 跟着改变。这样通过改变电源的输出电压，便能得到电容 c_x （即 C_T ）与反向电压的关系曲线。

如果将未知电容 c_x 换成已知的电容，在保持 V_i 不变的情况下，我们便可将表电容的坐标进行定标，从而得到不同电压下的势垒电容 C_T 。

3、电容测量步骤

按照上图接好电路，使信号源有适当输出大小，调整锁相放大器（量程、位相差等），输出最大指示约在 0.8 左右。改变电测出对应 V_o ， V_o 与 c_x 差一个比例常数。做出 $c_x - V_o$ 曲线。

保持 V_i 不变，换 c_x 为已知大小的电容，测出 V_o ，将 $c_x - V_o$ 曲线定标。

四、锁相放大器的应用领域

锁相放大器的应用大致分为以下领域：

1) 测量噪声中的微弱信号：红外分光光度计，2次量子光分光分析，光声光谱仪，超导材料的评价，金属材料的张力试验，放大器的CMRR或IMRR测量。

2) 测量被测定体传输函数的微小变化：俄歇电子能谱，金属探测器，涡流探伤器。

3) 被测定体的矢量分析：RLC测量仪，电解-阻抗，电子束测量。

由于大多是组装在测量仪器内部，会感觉看不到锁相放大器的身影。其中组装到仪器中的 PSD——相位检波器，它是锁相放大器的心脏。相位检波器因应用领域不同有时也叫做相敏检波。

下面以锁相放大器在红外分光光度计中的应用为例，介绍其应用方法。

物质的分子是由原子构成的，它们的化学键不断地在伸缩振荡。当具有一定振动数的光照射到这些分子上时，如果光的振动数与其中某些分子的化学键具有相同的振动数，

那么分子具有吸收这种光，使其不能透过的性质。如果改变光的波长进行扫描，某些光就会被吸收，于是就能够得到物质特有的频谱。这种频谱叫做光吸收谱。如同人类的指纹一样，不同的物质其吸收谱也各不相同。通过测定未知物质的吸收谱，就能够确定这种物质的组成和分子结构。

红外分光光度计就是基于这个原理进行测量的。使用波长为 2.5-25um 的红外线，可以对固体、液体、气体等任一种状态的物质进行分析。

图 2-2-9 是应用双光束法的红外分光光度计的框图。光源发出的光经半透明反射镜被分为试样光束和基准光束。试样光束通过被测定试样；基准光束经波长特性均一的光衰减器被衰减为强度与试样光束相同的光。两个光束被截光器分别以不同的频率截断。然后这两束不同频率的光再次经半透明反射镜混合，通过分光器。

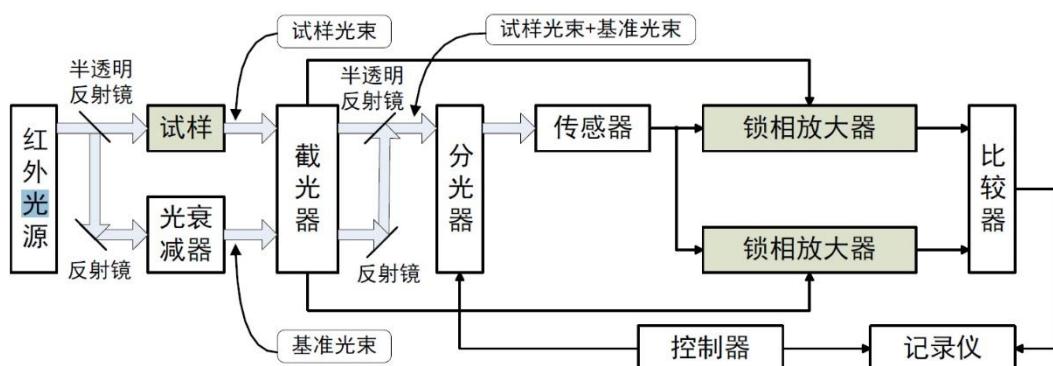


图 2-2-9 红外分光光度计的框图

分光器相当于电路中能够由外部控制中心频率的 BPF (高通滤波器)，由控制器发出指令对通过的波长进行扫描。来自分光器的光经传感器变换为电信号，试样光束与基准光束经过以各自的截断频率为参考频率的两个锁相放大器进行分析，再由比较器计算两个光束的比值。

然后，在控制器的指令下将试样的光吸收谱记录在记录仪上。

红外分光光度计是一种应用范围非常广的分析仪器，广泛应用于物理化学、医药学、生物学、公害检测等领域。

锁相放大器的其他实验应用还可举出许多，如：

- ◆ 光速测量
- ◆ 法拉第效应
- ◆ 远端开环电压增益
- ◆ 比例式光谱(Ratiometric Spectroscopy)测量
- ◆ 光电实验信号的测定
- ◆ 霍尔效应(Hall Effect)的测量
- ◆ 半导体元件的电容值(Capacitance)测量
- ◆ 半导体材料的萤光(PL-Photolumincense)光谱测量
- ◆ 磁材料、超导体等的磁性测量
- ◆ 光纤衰减量，色差(chromatic dispersion)测量
- ◆ 生物检测器（Biosensors）信号测定
- ◆ 超短时间（Femtosecond）信号测量

- ◆ 放大器增益 (Gain), 交叉干扰 (Crosstalk) 测量
- ◆ 电子元件, 光感测器 (detector) 的 Noise 测量
- ◆ 机械振动分析

实验 2—3 拉曼光谱

拉曼谱是以印度物理学家拉曼 (C. V. Raman) 命名的一种散射光谱。1928 年拉曼和克利希南 (K. S. Krishnan) 在研究单色光在液体中散射时，不仅观察到与入射光频率相同的瑞利散射，而且还发现有强度很弱，与入射光频率不同的散射光谱。同年，前苏联的曼迭利斯塔姆和兰兹贝尔格在石英的散射中也观察到了这一现象。这种新谱线对应于散射分子中能级的跃迁，为研究分子结构提供了一种重要手段，引起学术界极大兴趣，拉曼也因此荣获 1930 年的诺贝尔物理学奖。但由于拉曼光谱很弱，受当时光源和检测手段的限制，它的发展曾停滞了一段时期。19 世纪 60 年代激光技术的出现使拉曼光谱得以迅速发展，再加上近年来发展的高分辨率的单色仪和高灵敏度的光电检测系统，使拉曼光谱学进入崭新的阶段，应用领域遍及物理、化学、生物、医学等。利用各种类型的材料作为散射物质，几乎都可能得到相应的拉曼谱。这种新型的实验技术正日益显示其重要意义。通过实验了解激光拉曼光谱仪的基本结构与工作原理；了解拉曼散射的原理及其在现代科学研究中的作用；测量典型的 CCl_4 拉曼散射谱。

一、实验原理

当一束单色光入射在固、液或气态介质上时，从介质中有散射光向四面八方射出。散射光中较强的是瑞利散射，其频率与入射光频率 ν_0 相同，其强度和数量级约为入射光强的 $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 。除瑞利散射外还有拉曼散射，拉曼散射的散射光频率 ν 与入射光频率相比有明显的变化，即 $\nu = \nu_0 \pm |\Delta\nu|$ ，其强度数量级约为瑞利散射的 $10^{-8} \sim 10^{-6}$ ，最强的也只是瑞利散射的 10^{-3} 。瑞利线 ν_0 长波一侧出现的散射线 $\nu = \nu_0 - |\Delta\nu|$ 称为斯托克斯 (Stokes) 线，又称为红伴线；把短波一侧出现的 $\nu = \nu_0 + |\Delta\nu|$ 称为反斯托克斯 (anti-Stokes) 线，又称紫伴线。斯托克斯线比反斯托克斯线通常要强一些。

散射光频率 ν 相对于入射光频率 ν_0 的偏移，即拉曼光谱的频移 $\Delta\nu$ ，是拉曼谱的一个重要特征量。散射线的 $\pm|\Delta\nu|$ 相对于瑞利线是对称的，而且这些谱线的频移 $\Delta\nu$ 不随入射光频率而变化，只决定于散射物质的性质。换句话说，在不同频率单色光的入射下都能得到类似的拉曼谱。拉曼散射是由分子振动，固体中的光学声子等元激发与激发光相互作用产生的非弹性散射。由液体或固体的声学声子产生非弹性散射称为布里渊散射。用拉曼光谱可以研究固体中的各种元激发的状态，当改变外部条件（如温度和压力等）时，可以研究固体内部状态的变化。拉曼谱的这个特征是拉曼光谱技术的一大优点，它使得有可能在可见光区研究分子的振动和转动等状态，因此在很多情况下它已成为分子谱中红外吸收方法的一个重要补充。拉曼光谱的应用范围很广，这里主要介绍应用较多的晶格振动的一级拉曼光谱。

图 2—3—1 是四氯化碳的拉曼谱，图中央瑞利线的上部已截去，两侧为拉曼线。频率差 $\Delta\nu$ 也可以通过波数差 $\tilde{\Delta\nu}$ 来表示，二者之比为光速 c ，即 $\Delta\nu = c\tilde{\Delta\nu}$ 。

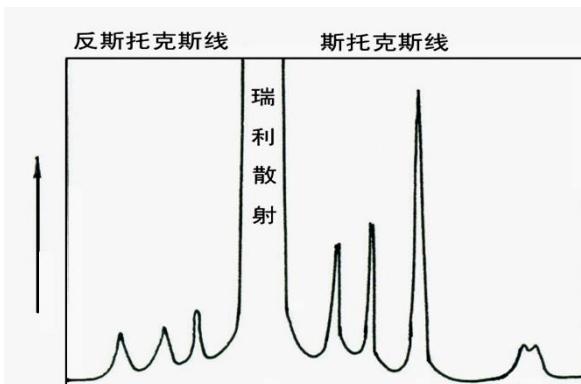


图 2—3—1 四氯化碳的拉曼谱

(一) 激光拉曼散射的经典理论

在外加电场 E 作用下, 分子被极化, 产生偶极矩 P

$$P = \alpha E \quad (2-3-1)$$

α 是极化率张量。当分子中的原子在平衡位置附近振动时, 分子中的电子壳层会发生变形, 其极化率也会随之改变, 因此极化率可表述为分子简正坐标 r 的函数:

$$\alpha = \alpha(r) \quad (2-3-2)$$

上式在平衡位置附近 ($r=r_0$) 展开, 电谐近似考虑前两项得,

$$\alpha(r) = \alpha(r_0) + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)_{r_0} (r - r_0) \quad (2-3-3)$$

设分子的振动是频率为 v 得简正振动 (简谐近似), 振幅为 A , 则

$$r = r_0 + A \cos 2\pi v t \quad (2-3-4)$$

$$\alpha(r) = \alpha(r_0) + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)_{r_0} A \cos 2\pi v t \quad (2-3-5)$$

设入射光是频率为 v_0 , 振幅为 E_0 得交变电场

$$E = E_0 \cos 2\pi v_0 t \quad (2-3-6)$$

由以上几式得

$$\begin{aligned} P &= \alpha(r_0) E_0 \cos 2\pi v_0 t + A \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)_{r_0} E_0 \cos 2\pi v_0 t \cos 2\pi v t \\ &= \alpha(r_0) E_0 \cos 2\pi v_0 t, \quad \text{对应于频率为 } v_0 \text{ 的瑞利散射;} \\ &\quad + \frac{1}{2} A \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)_{r_0} E_0 \cos 2\pi(v_0+v)t \text{ 对应于频率为 } v_0+v \text{ 的反 stocks 散射} \\ &\quad + \frac{1}{2} A \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)_{r_0} E_0 \cos 2\pi(v_0-v)t, \text{ 对应于频率为 } v_0-v \text{ 的 stocks 散射;} \end{aligned} \quad (2-3-7)$$

即在简正近似和电谐近似条件下, 以 v 为频率作简谐振动的偶极子被频率为 v_0 的低强度入射电场调制后引发的散射由瑞利线、stocks 红移线和反 stocks 蓝移线三部分构成。

(二) 激光拉曼散射的量子理论

根据量子理论, 当频率为 v_0 的单色入射光子与物质分子相互作用而散射时, 有以下两种情况. 一种是弹性散射. 散射后光子的能量和频率没有改变, 这就是瑞利散射. 另一种是非弹性散射. 这时入射光子与物质分子之间的相互作用导致能量交换, 这个过程又可以看作是入射光子的湮没和另一个能量不同的散射光子的产生, 与此同时分子状态发生了跃迁. 这种非弹性散射正是本实验中感兴趣的.

设 E_1 和 E_2 分别代表分子的较低和较高能级, 能级差为 $\Delta E = E_2 - E_1$, 如果分子处于能级 E_1 , 它与能量为 $h\nu_0$ 的入射光子相互作用导致的结果, 分子将被激发到较高的能级 E_2 , 于是散射光子能量为 $h\nu' = h\nu_0 - \Delta E$ (斯托克斯线). 另一方面分子处于能级 E_2 , 通过光子的散射, 它向下跃迁到较低能级 E_1 , 则散射光子能量为 $h\nu'' = h\nu_0 - \Delta E$ (反斯托克斯线). 在

实际情形中分子不止有两个定态，也就可以有一些不同的值。由以上可知，斯托克斯和反斯托克斯线的频率， ν' 和 ν'' 分别为

$$\nu' = \nu_0 - |\Delta\nu|; \quad \nu'' = \nu_0 + |\Delta\nu|$$

上述过程中的能量关系可以用图 2-3-2 来表示。

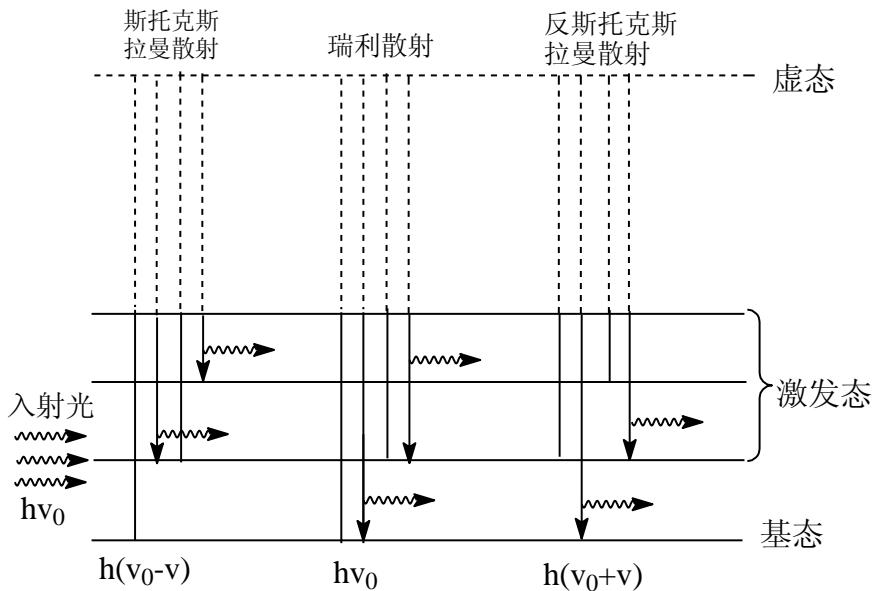


图 2-3-2 拉曼散射的量子解释示意图

值得注意的是，图中用虚线表示的能级并不对应于散射分子（或散射系统）的任何许可能级（或状态）。它仅仅给出各光子的能量比分子的有关能级高出多少。另外，以上所述的元过程与荧光中的明显不同。在荧光过程中，入射光子被系统所吸收，后者将跃迁到一相应的许可的激发态，经过一定时间后跃迁到某一较低能量的状态并且发射一光子。只有频率合适的入射光子才能引起荧光。而在拉曼散射中入射光子的频率不受限制。这使我们在实验中可选择较强的激光源作入射光。还可以看出，散射光频率的改变取决于物质分子的能级差，所以拉曼散射的频移是一定的，不随入射光频率而变化，只与散射物质本身性质有关。按照统计分布率，分子数在热平衡下按能量的分布为玻耳兹曼分布 $N \propto \omega e^{(-\beta E)}$ ，其中 ω 为能级 E 的简并度， $\beta=1/kT, k$ 是玻耳兹常数。因此布居在较高能级上的分子数要少于较低能级上的，这就使频率增加的散射谱线（反斯托克斯线）的强度要比频率减少的散射谱线（斯托克斯线）弱些。

二、实验配置

(一) 拉曼光谱仪结构

北大产的 RBD-III Raman 光谱仪的主要组成部分有光源、样品、外光路系统、色散系统及信息检测系统。如图 2-3-3 所示：

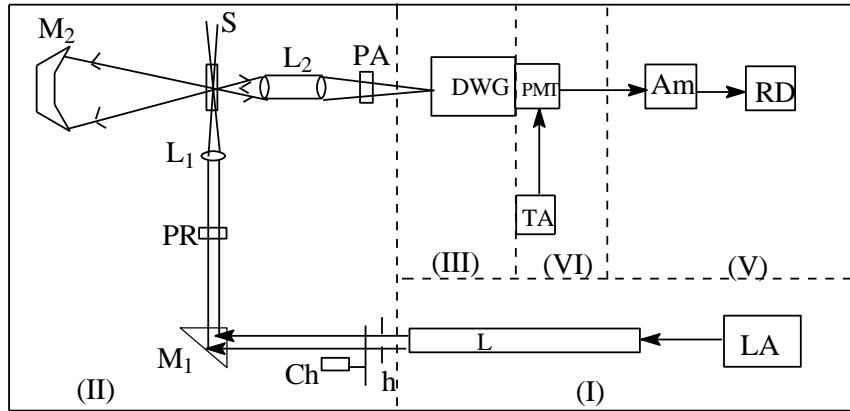


图 2-3-3 北大产的 RBD-III Raman 光谱仪光路图

1、光源.

用单色性好、功率强的气体激光器作光源，He-Ne 激光器或 Ar+激光器均可。激光器在低气压和大电流(约为 0.4Torr 和 15A)的弧光放电条件下工作，较强的正离子流将导致严重的气体泵浦效应，使气体集中到放电管的一端，破坏了原来的气压平衡，这对激光的产生很不利。为此，一般在放电管边上加一个回气管，使气体可从压强较高的一端通过回气管扩散到较低的一端，从而减小了气体泵浦效应的影响。

2、外光路系统及样品装置

激光器之后到单色仪之前为外光路系统和试样装置，它的作用是为了要在试样上得到最有效的照射，最大限度地收集散射光，还要适合于作不同状态的试样在各种不同条件（如高，低温等）下的测试。

由于拉曼散射的效率很低，试样装置要能以最有效的方式照射样品和聚集散射光，它的光学设计是非常重要的。通常采用聚焦激光束照射到试样上，以提高试样上的辐照度，产生拉曼散射。一般用透镜 L_1 聚焦激光束，使其最集中的区域（束腰处直径可达 $10 \mu m$ ）照射到试样上，试样上的辐照度大约可增大一千倍。如功率密度太高会损坏样品时，则不用透镜。透镜 L_2 把样品上被激光束照明的焦柱部分准确地成象在单色仪的入射狭缝上，以最佳的立体角聚集散射光，并使之与单色仪的集光立体角相匹配。试样室内的凹面镜 M_2 是用以提高散射强度的， M_2 把反方向的散射光收集起来反射回去，可将进入单色仪的散射光的立体角增加一倍。（注意：在做单晶体的拉曼散射实验时，由于 M_2 改变了散射的几何配置，所以不用这反射镜。）

3、分光系统

分光系统是拉曼谱仪的核心部分，它的主要作用是把散射光分光并减弱杂散光。分光系统要求有高的分辨率和低的杂散光，一般用双联单色仪。两个单色仪耦合起来，色散是相加的，可以得到较高的分辨率（约 1cm^{-1} ）。双联单色仪的杂散光（在 50cm^{-1} 处）可以达到 10^{-11} 。为了进一步降低杂散光，有时再加一个联动的第三单色仪，此时分辨率提高了，但谱线强度也相应减弱。

4、探测，放大和记录系统

拉曼光谱仪的探测器为光电倍增管。用不同波长的激发光，散射光在不同的光谱区，要选用合适的光谱响应的光电倍增管。为了减少其暗电流降低噪声，以提高信噪比，需用致冷器冷却光电倍增管。处理光电倍增管输出的电子脉冲的方法有直流放大法，交流放大法和光子计数法。当输出电流大于 10^{-9}A 时用直流放大器，小于 10^{-10}A 时用光子计数器。交流放大法目前已较少采用。

在直流测量法中，增大光电倍增管的响应时间，使其倒数大于光子到达速率，则与各个光子对应的脉冲不可分辨，流向光电倍增管的负载电阻的电流是连续的，电流的大小与射到光电阴极的光强成正比，经过直流放大后，可用笔式记录仪记录。

光子计数器适合于探测微弱信号。它的计数范围为每秒 $10^1 \sim 10^5$ 个脉冲，相邻的两个脉冲的时间间隔为 $0.1\text{s} \sim 10\mu\text{s}$ ，而光电倍增管内光电子脉冲形成的时间为 $0.1 \sim 10\mu\text{s}$ ，因此光电倍增管中所产生的电脉冲信号是分立的。光子计数器就是要算出这些脉冲数目。光电子脉冲和噪声脉冲在幅度大小和分布上都不相同，可以利用幅度甄别器或脉冲高度分析器部分地将二者分开，再通过脉冲成形电路产生等幅等脉宽的脉冲，用电子计数器计数，送入计算机。光子计数法不适用于强光信号。

（二）实验样品

本次实验中使用的样品是液体 CCl_4 。

三、实验内容与步骤

（一）实验步骤

1、打开拉曼光谱仪各种设备电源开关，调节好光路（具体操作见说明书），将 CCl_4 样放入样品架。

2、打开操作软件，设置实验参数，测定 CCl_4 拉曼图谱。

3、样品测试完毕之后，退出拉曼设置。

（二）实验内容

1. 进行基线校正及适当的平滑处理，标定峰值，储存数据并打印图谱。

2. 对测定的图谱进行数据检索，作出归属。

思考题

1、拉曼图谱的峰强度与那些因素相关？

2、依据拉曼光谱的实验方法原理，分析拉曼光谱应用特点。

实验 2—4 铁磁共振

早在1935年朗道等就提出了铁磁性物质具有铁磁共振的特性，经过十几年，在超高频技术发展起来后，才观察到铁磁共振吸收现象，后来波耳得(polder)和侯根(Hogan)在深入研究铁磁体的共振吸收和旋磁性的基础上，发明了铁氧体的微波线性器件，使得铁磁共振技术进入了一个新的阶段。在现代，它和顺磁共振、核磁共振等一样，成为研究物质宏观性能和用以分析其微观结构的有效手段，特别是对于微波电子技术，更显示了其值得注意的作用。

微波铁磁共振是指铁磁介质处在频率为 f_0 的微波电磁场中，当改变外加恒定磁场H的大小时，发生的共振吸收现象，本实验的主要目的是了解铁磁共振实验的基本原理和方法、观察铁氧体小球(YIG)的磁共振谱线、测定共振线宽 ΔH 、g因子和驰豫时间等。

一 实验原理

现引用磁化矢量M来表示铁磁性材料样品中全体电子自旋磁矩的集体行为，并简称为系统M。根据量子力学，系统M在外磁场H中分裂为若干塞曼能级，这时，若加上微波电磁场的作用(微波磁矢量垂直于外磁场H)，当其能量子 $\hbar\omega$ 等于系统M的两相邻塞曼能级间的能量差时，系统M则发生吸收跃迁，即铁磁共振吸收，其数学表达式为：

$$\hbar\omega = \Delta E = \frac{g\hbar e}{2m_e c} H_{\Delta m} \quad (2-4-1)$$

式中m为磁量子数，当 $\Delta m=\pm 1$ 时，则发生能级跃迁。

由(2-4-1)式可以得出，当采用频率v约为9300MHz，而直流磁场H约为3000特斯拉时，就可观察到铁磁共振吸收现象。

由于系统M是大量电子(一般不少于1020个)自旋磁矩的集体表现，它们之间相互作用的结果，其塞曼能级数几乎是连续的，根据对应原理，系统M在磁场中行为完全可以利用经典力学的方法来处理，其结论与量子力学的结论相一致。下面用经典方法较直观地介绍铁磁共振的物理图像，并从中得出一些有用的结论。

采用铁磁物质中的微波铁氧体进行研究。所谓铁氧体一般系指铁族元素和一种或几种其它金属元素的复合氧化物，就其导电性能来说，它属半导体，由于它具有较高的电阻率，故在交变电磁场中，其涡流损耗和趋肤效应都非常小，因而能让高频电磁波在其顺利通过，进行传播。

微波铁氧体在直流磁场H及微波磁场B的同时作用下，系统M的经典力学运动方程——朗道·里弗西茨方程可写为：

$$\frac{dJ}{dt} = M \times H_1 + T_D \quad (2-4-2)$$

式中 H_1 为H和B的合磁场， T_D 表示阻尼转矩，J为与系统M相关联的动量矩，而M与J成正比：

$$M = \gamma J \quad (2-4-3)$$

比例常数 γ 称为旋磁比，其数值大小为：

$$\gamma = -\frac{ge}{2m_e c} \quad (2-4-4)$$

我们研究的对象为电子的磁矩， e 为负电荷，磁矩方向和自旋动量矩的方向相反，则

$$\frac{dM}{dt} = -\gamma(M \times H_1) + T_D \quad (2-4-5)$$

为了便于讨论，设直流磁场 H 的方向为 z 方向，微波磁场 B 的方向为 x 方向，这样合磁场 H_1 在 xyz 直角坐标系中的三个分量为： $H_{1x}=B$; $H_{1y}=0$; $H_{1z}=H_0$ 。

首先由 (2-4-5) 式求出系统 M 在磁场中的自由进动频率，(即 $B=0$ ，略去阻尼转矩 T_D 的作用)，这时 (2-4-5) 式的三个分量为：

$$\frac{dM_x}{dt} = -\gamma M_y H \quad (2-4-6)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma M_x H \quad (2-4-7)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = 0 \quad (2-4-8)$$

再对他们进行微分，并加以整理，可得到 M_x 及 M_y 的振动方程：

$$\frac{d^2 M_x}{dt^2} + \omega_0^2 M_x = 0 \quad (2-4-9)$$

$$\frac{dM_y}{dt^2} + \omega_0^2 M_y = 0 \quad (2-4-10)$$

其中 $\omega_0 = \gamma H_1$ ，称为系统 M 在磁场 H 中自由进动的固有频率，见图 2-4-1， M 绕 z 方向以圆频率 ω_0 做进动角为的右旋进动， M 在 xy 平面上的投影 M_p 则做右旋圆运动。

M 在进动时，实际上将受到物质内部的阻尼作用，运动能量逐渐损耗，使势能减少，进动角 θ_p 慢慢地趋近于零，即 M 趋向于 z 方向，如图 2-4-2 所示。(2-4-5) 式中的 T_D 就代表这种阻尼作用，但它是一种复杂的微观能量转化过程，阻尼的大小代表能量转化为物质热运动的快慢程度。但是，到目前为止，其微观转化机制还不十分清楚，就是 T_D 的宏观表达式也没有唯一正确的写法。

进一步来看，在 x 方向微波磁场 B 的作用(一般微波磁场比较微弱)，在于不断地向系统 M 提供因阻尼而损耗的能量，以维持 M 做进动角为的进动。当吸收能量和放出能量相等时，则进动角 θ_p 保持不变，假如微波电磁场的固频率 ω 十分接近系统 M 在磁场 H 中的自由进动圆频率 ω_0 时，进动角 θ_p 将发生显著变化， M 将以另一个进动角绕 H 进动，即出现共振吸收，下面扼要地说明其物理过程：

根据 (2-4-5) 式及 (2-4-7) 式(参看图 2-4-1) 可知 M 绕 H 作右手螺旋进行(见图 2-4-2)，当垂直于 z 方向的 $x-y$ 平面内加一微弱交变磁场 B 后，由于 B 与 M 之间的相互作用， B 将影响 M 的进动状态，这种影响与 B 的极化(偏振)状态有

关, 交变磁场 B 的极化状态对应于 H 是右旋 (称为正圆偏振) 时, B 的转动方向与 M 的进动方向一致; B 是左旋时, 两者的方向相反, 进而从 B 与 M 之间相互作用转矩 $\gamma(M \times H)$ 来看, 圆偏振场矢量 B 只与 $M-Z$ 平面相垂直 (与 M 在 $x-y$ 平面上的投影 M_p 的夹角 Φ 为 $\pi/2$) 时, B 才对 M 的进动产生较大的影响, 使进动角 θ_p 胀大或缩小。若 B 转动的圆频率 ω 不是十分接近 ω_0 时, Φ 角则从 0 至 2π 急剧地改变着, 因而 θ_p 的变化不显著, 当 $\omega = \omega_0$ 时, 对于正圆偏振磁场, B 的转动速率与 M 的进动速率可以完全协调一致, 两者之间长时间地发生强烈耦合, 使 θ_p 发生显著变化, 这就是所谓共振吸收。至于负圆偏振场其矢量 B 的转动方向与 M 进动方向相反, 两者不可能协调, 因此 B 对 M 的进动不会发生显著的影响。实验中常在 x 方向加线性偏振场 B , 亦能观测到共振吸收现象, 这是由于线偏振场实际可看成是两个振幅相等的正负圆偏振场的合成场, 其中正圆偏振场就是上述讨论中所要的偏振场。

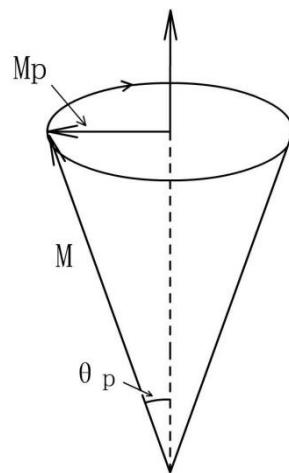


图 2-4-1 系统 M 在磁场中自由进动的固有频率示意图

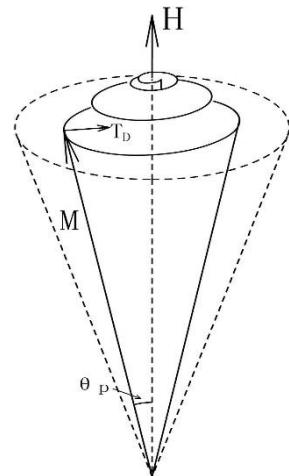


图 2-4-2 磁矩在磁场中受阻尼进动

本实验观测的共振吸收曲线是在微波电磁场的圆频率 ω 不变的条件下, 微波铁氧体的复数磁导率的虚部 (μ) 随直流磁场 H 的变化曲线。

在直流磁场中, 磁导率仅为实数; 但在交变磁场中磁导率取复数形式其原因在于磁化过程中存在阻尼作用, 即磁感应强度 b 的变化并不随交变磁场 B 成正比地变化, 而是滞后于 B 的变化, 也就是说, b 与 B 之间存在着相位差 Φ_M (实际为时间效应), 在高频率交变磁场中这种效应更为显著。

设交变磁场变化规律取复数形式: $B = B_0 e^{j\omega t}$, 则磁感应强度应为 $b = b_0 e^{j(\omega t - \phi_M)}$, 若

取 $b = \mu B$ 则有:

$$b = \mu B_0 e^{j\omega t} = b_0 e^{j(\omega t - \phi_\mu)} \quad (2-4-11)$$

$$\mu = \frac{b_0}{B_0} e^{-j\phi_\mu} = \frac{b_0}{B_0} (\cos \phi_\mu - j \sin \phi_\mu) = \mu' - j\mu'' \quad (2-4-12)$$

即

$$\mu' = \frac{b_0}{B_0} \cos \phi_\mu, \quad \mu'' = \frac{b_0}{B_0} \sin \phi_\mu \quad (2-4-13)$$

μ' 称为铁磁材料复数磁导率的实部, 它相当于直流磁场中的磁导率, 决定磁性材料中储存的磁能。 μ'' 称为铁磁材料复数磁导率的虚部, 它表征铁磁材料在交变磁场中磁化时的磁能损耗。

图2-4-3所示为 ω 保持不变的条件下, 在共振区内 μ' 和 μ'' 随 H 变化的关系曲线。当所加直流磁场 H 满足共振条件 $\omega = \omega_0 = \gamma H_r$ 时, μ'' 取最大值。共振吸收线宽 ΔH 是阻尼作用的宏观反映, 阻尼越大, ΔH 线越宽。测量 ΔH 的意义在于, 它为从理论上探讨物质结构及其相互作用的各种假设提供有效的客观检验标准, 它为微波测量技术选用铁氧体提供不可缺少的实验数据。

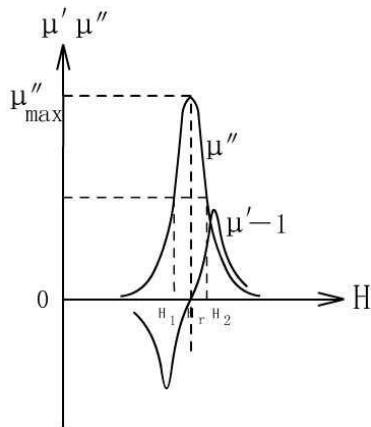


图2-4-3 μ' 和 μ'' 随 H 变化的关系曲线

二 实验配置

采用谐振腔法测磁共振吸收曲线。

观测铁磁共振有两种方法: 一种是固定磁场 H , 改变交变磁场的频率, 测量 μ' 与频率的关系曲线; 一种是保持交变(微波)磁场的频率不变, 改变直流磁场 H , 测量 μ'' 随 H 变化的关系曲线, 一般都采用后一种测量方法。

本实验采用微波谐振腔技术进行测量, 所谓谐振腔即为一段封闭式的5cm波导元件, 两头各有一小孔与主波导耦合, 在波导窄边正中心处微波磁场最强的地方放置铁氧体小球, 直流磁场加在垂直于宽边的方向上, 其原理图如图2-4-4所示, 使铁氧体小球处于相互垂直的 H 与 B 之中。

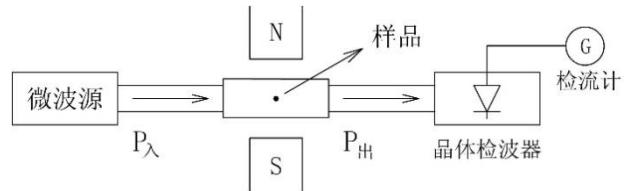


图2-4-4 反射式谐振腔

根据谐振腔的微扰理论，样品的放入将引起谐振腔固有振动频率的变化（由 μ'' 的变化所引起），以及谐振腔的品质因数 Q 值的变化（下降），而 Q 值的变化则是借助于测量谐振腔输出功率 $P_{\text{出}}$ 的变化来实现。 μ'' 、 Q 值以及 $P_{\text{出}}$ 之间的关系可用图2-4-5表示。实验中逐点测量的输出功率 $P_{\text{出}}$ 随 H 值的变化的关系曲线如图2-4-6所示。应用微扰理论，经过一定的数学推导，就可以从图2-4-6的曲线上定出 $\mu''_{1/2}$ 所对应的 $P_{1/2}$ 点，从而测出相应的 H_1 及 H_2 值，求得共振吸收线宽。

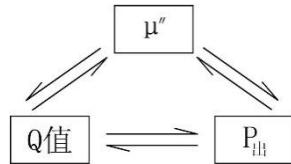


图2-4-5 Q 与 $P_{\text{出}}$ 之间的关系图

计算输出功率 $P_{1/2}$ 的公式为：

$$P_{1/2} = \frac{4P_0}{\sqrt{P_0/(P_r+1)^2}} \quad (2-4-14)$$

式中 P_0 及 P_r 分别是远离共振区及共振点对应的输出功率。

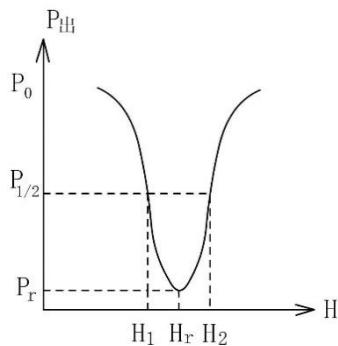


图2-4-6 $P_{\text{出}}$ 随 H 变化的关系曲线

采用(2-4-14)式的实验条件是：1、输入谐振腔的功率 P_{λ} 保持不变；2、谐振腔系统始终处于谐振状态；3、样品小球很小。前面已经提到，在共振区内， μ' 随 H 的变化而变化，从而引起样品谐振腔的固有频率的偏移（称为频散效应），要得到较准确的共振曲线形状和线宽，必须在测量时消除这种频散效应，要求输入谐振腔的频率始终与它的固有频率相同，因此在逐点测绘铁磁共振吸收曲线时，相当于每个外加的直流磁场值，均需对此进行“调谐”工作。但是，这一点在实验中很难做到，如果在测量时不进行逐点调谐，而样品引起的频散效应又不能忽略（特别是在 ΔH 较窄的情况下）时，在正确考虑了频散效应的影响后，对2-4-4式加以修正，修正后的公式为：

$$P_{1/2} = \frac{2P_0}{\frac{P_0}{P_r} + 1} \quad (2-4-15)$$

当 ΔH 较宽时，有(2-4-14)式和(2-4-15)式得到的结果相近，而 ΔH 较小时，则应利用(2-4-15)式。

三 实验内容与步骤

实验装置如图2-4-7所示。

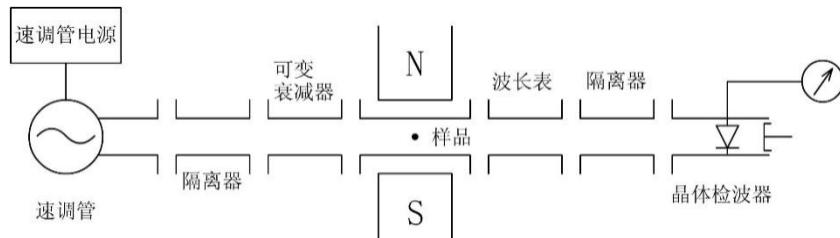


图2-4-7 实验装置图

测量方法及数据处理要求简述如下：

- 1、先打开速调管电源，预热几分钟，再接通腔压，使速调管处于正常工作状态。
- 2、利用机械调谐旋钮及电子调谐旋钮（即调节反射极电压）使速调管输出的微波频率与谐振腔固有频率相一致（这时从选频放大器看到偏转最大），调节微波系统使之工作于匹配状态，然后保持输入谐振腔的微波功率 d_λ 级微波频率不再变动。为了使测量准确，先让速调管稳定地工作20分钟以上，再开始测量。
- 3、接通电磁铁电源，磁场电流J由小至大逐步改变，测量相对应的输出功率值 $P_{出}$ 。
- 4、样品为YAG-Al（掺铝钇铁石榴石）旋磁材料，绘出 $P_{出}-H$ 共振曲线，分别利用公式计算出共振线宽 ΔH ，以及旋磁比 $\gamma = \omega/H$ 。
- 5、用波长表测出共振吸收时的微波频率（需配合校正曲线）。

思考题：

- 1、试讨论铁磁共振与电子自旋共振、核磁共振之间有何相同与不同之处？
- 2、为什么说 $P_{出}-H$ 曲线能反映铁磁共振 $\mu''-H_0$ 曲线？
- 3、测量线宽 ΔH 时要保证哪些实验条件，为什么？

实验 2—5 铁电体居里温度的测定

在没有外施电场的情况下，晶体的正、负电荷中心也不重合而呈现电偶极矩，这种现象称为自发极化。凡是呈现自发极化，并且自发极化的方向能因施加外场而改变的晶体称为铁电体(ferroelectrics)。

常见的铁电体有下面三类：罗息盐型，如 $\text{NaK}(\text{C}_4\text{H}_4\text{O}_6)\cdot 4\text{H}_2\text{O}$ 及 $\text{LiNH}_4(\text{C}_4\text{H}_4\text{O}_6)\cdot \text{H}_2\text{O}$ ；KDP 型如 KH_2PO_4 、 RbH_2PO_4 、 CsH_2AsO_4 ；钙钛矿型，如 BaTiO_3 、 SrTiO_3 等。若按形成铁电性的机理分类，可把铁电体分为两类：(1) 位移型铁电体，钙钛矿型铁电体就属于这一类。这一类铁电性来自正负离子的相对位移。(2) 有序—有序型铁电体，罗息盐及 KDP 型铁电体均属此类。这一类铁电体都有氢键，氢核(质子)在氢键上有两个位置，分别靠近氢键的两端。当氢核在此两位置上任意分布(无序分布)时，尽管这时晶体内也存在固有电偶极矩，但是这些固有电偶极矩的方向是杂乱无章的，因此整个晶体没有自发极化强度。当氢键在两个位置上有序(有规则)分布时，这些固有电偶极矩的方向一致，引起自发的极化强度，也即引起铁电性。

铁电体的居里温度是铁电体发生相变时的相变温度，它是表征铁电的一个重要物理量。通常的测试方法种类很多，例如，电容电桥法、比热法等。本实验利用自制的仪器测试铁电体的居里温度，还可以样品的分子的电偶极矩进行估算，具有物理概念清晰、测试速度快、直观等优点。

一、实验原理：

1、铁电体的性质

在一定的温度范围内，某些晶体，如罗息盐($\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6\cdot 4\text{H}_2\text{O}$)，钛酸钡(BaTiO_3)等，其正负离子的排列不对称，因而晶胞正负电荷的重心不相重合，具有一点的电偶极矩 p 。这些电偶极矩在某些区域之内方向一致，形成所谓铁电畴(ferroelectric domain)。电畴与电畴之间的界面区域叫做畴壁。因为铁电体的固有电偶极矩只能沿某些晶轴方向，铁电体的电畴也只能以几种形式存在。例如对于铁电体 BaTiO_3 ，只有相互垂直的两个极化方向，因此，它只有两种电畴壁，分别为 180° 畴壁 90° 畴壁。前者是两个电偶极矩方向相反的电畴之间的畴壁；而后者则是两个电偶极矩方向相互垂直的电畴之间的畴壁。电畴很薄，仅为一个点阵常数。图分别为铁电体 BaTiO_3 的这两种畴壁的示意图。

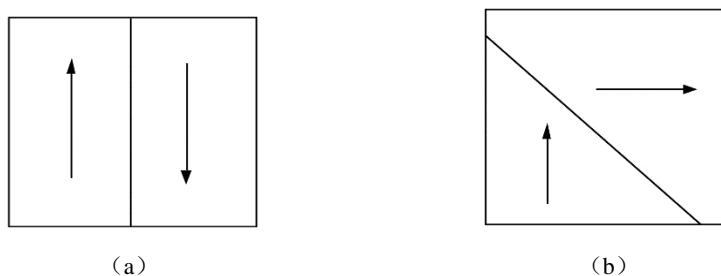


图 2—5—1 两种畴壁示意图

(a) 180° 畴 (b) 90° 畴

铁电体的基本特征是在外电场的作用下，晶体的自发极化强度能随外电场而转向。从电畴的角度出发，在无外场时，各小电畴在晶体中的分布是无规律的，因而整个晶体呈电中性，也即从宏观的整体来说，晶体是不极化的。但当有外电场加于晶体时，由于电场同方向的电畴增长，逆电场方向的电畴逐渐消失，以及由于其他方向分布的电畴转

向电场方向等原因，使极化矢量 P 随电场 E 的增大而增加，且它们之间的关系曲线完全相似于铁磁性物质的 H — B 曲线，这种曲线叫做电滞回线，如图 (2—5—2) 所示。

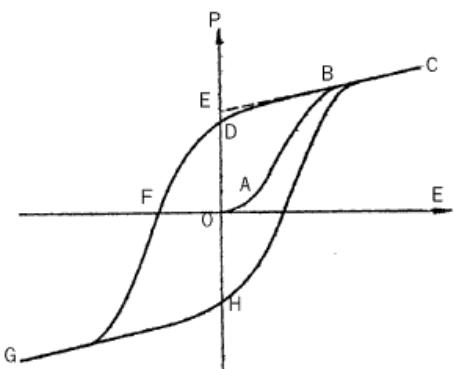


图 2—5—2 铁电体电滞回线

下面研究在一定的外电场作用下，温度对铁电体介电常数 K 的影响。

当介质温度升高时，每个晶胞的热运动加剧，电畴内分子电偶极矩的方向一致性遭到一定程度的破坏，获得一定自由度的分子电偶极子将在外电场的作用下，克服由于热运动而使其取向混乱的趋势，而转向与外电场一致的方向。因此，铁电体的介电常数将随温度的升高而增加。

当温度升高到某一温度 T_c 时，介质内自发电畴彻底解体，铁电性消失。 T_c 称为居里温度。显然，在居里温度时，介电常数将达到最大值。

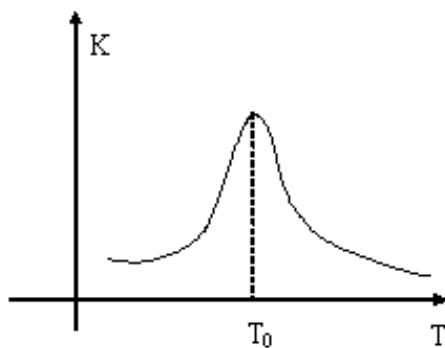


图 2—5—3 铁电体介电常数随温度的变化

温度由 T_c 继续升高时，已不再有从电畴中“释放”出来的电偶极子趋向外场的效应，而只有热运动使其分布混乱。因此介电常数将随着温度的升而减小，铁电体的介电常数 K 与温度 T 的关系如图 (2—5—3) 所示。

所有的铁电性都只出现在一定的温度范围。在较低温度时，它们具有对称性较低的晶体结构，具有铁电性，存在自发极化强度。在温度升高到相变温度时，晶体从对称性较低的结构转变成对称性较高的结构，自发极化强度消失。这是一个相变过程，不具有铁电性的相常称为顺电相 (paraelectric phase)，而称有铁电性的相为铁电相 (ferroelectric phase)。而这个相转变温度就是上面提到的居里温度 T_c 。铁电相变也有一级相变和二级相变两类。前者有相变潜热存在，自发极化强度在相变点不连续。当从顺电相在相变温度下转变成铁电相时，极化强度突然由零值跳变为有限值。后者不存在潜热（但是热容量在相变点不连续），极化强度在相变点是连续的。

2、居里—外斯定律

作用在某一分子上的电场强度 E_i , 完全不同于介质中的宏观电场 E , 它是 E 与介质中所有其他电偶极矩所产生的作用在所研究电偶极矩上的电场之和。因此, 通常称 E_i 为有效电场。

$$E_i = E + \gamma P \quad (2-5-1)$$

式中, P 为极化强度, γ 为比例系数, 其值的大小取决于晶体结构。

设晶体中分子电偶极矩 p 与有效电场 E_i 的夹角为 θ , 则该分子的位能为:

$$V = -pE_i \cos \theta \quad (2-5-2)$$

根据玻尔兹曼统计规律, 电偶极矩在 θ 到 $\theta + d\theta$ 立体角内的分布几率为:

$$2\pi \sin \theta e^{pE_i \cos \theta / RT} d\theta \quad (2-5-3)$$

因此, 一个偶极矩沿 E_i 方向分量的平均值应为:

$$\overline{p \cos \theta} = \frac{\int_0^\pi p \cos \theta \sin \theta e^{pE_i \cos \theta / RT} d\theta}{\int_0^\pi \sin \theta e^{pE_i \cos \theta / RT} d\theta} \quad (2-5-4)$$

式中, R 为玻尔兹曼常数

$$R = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

在外电场较小, 温度较高, 满足

$$\frac{pE_i}{RT} \ll 1$$

条件时, 上述积分可近似地得到

$$\overline{p \cos \theta} \approx \frac{p^2}{3RT} E_i \quad (2-5-5)$$

若设单位体积内有 n_0 个分子, 则介质的极化强度

$$P = n_0 \overline{p \cos \theta} = \frac{n_0 p^2}{3RT} E_i = \frac{n_0 p^2}{3RT} (E + \gamma P) \quad (2-5-6)$$

因此, 介质的介电常数 K

$$\frac{K-1}{4\pi} = \alpha = \frac{P}{E} = -\frac{n_0 \frac{p^2}{3RT}}{1 - \frac{n_0 \gamma p^2}{3RT}} \quad (2-5-7)$$

或
$$K-1 = \frac{C}{T-T_0} \quad (2-5-8)$$

$$\text{式中 } T_0 = \frac{\gamma n_0 p^2}{3R} \quad (2-5-9)$$

称为居里—外斯温度。

$$C = \frac{4\pi T_0}{\gamma} \quad (2-5-10)$$

C 称为居里常数。(8) 式表明，在高于居里温度时， $K-1$ 与 $T-T_0$ 成反比，这就是居里—外斯定律。通常铁电体的 $K \approx 1$ ，因此，该定律可近似的写成

$$K \approx \frac{C}{T-T_0} \quad (2-5-11)$$

$$\text{或 } T = T_0 + \frac{C}{K} \quad (2-5-12)$$

由此可见，温度 T 与 $\frac{1}{K}$ 是线性关系，该直线的延长线与 T 轴的交点就是居里—外斯温度 T_0 ，而其斜率又可决定居里常数 C。

由于单位体积内的分子数

$$n_0 = \frac{\rho N_0}{\mu} \quad (2-5-13)$$

式中， N_0 为阿弗加德罗常数 $N_0=6.03 \times 10^{23}/\text{mol}$ ， ρ 为介质的密度， μ 是摩尔质量，因此，只要从实验中求得 T_0 ，C 和 n_0 ，便可根据 (9) 和 (10) 式，求出分子的电偶极矩 p 及 γ 。

二、实验配置

实验采用自制的铁电体居里温度测试仪。主要部件包括音频信号发生器、X—Y 函数记录仪、1KW 加热电炉、铜—康铜热电偶、标准电容箱等。仪器的原理如图 2—5—4 所示。

由于 K~T 曲线较陡，如用电位差计和热电偶测温度，用交流电桥测电容，则两者的测量均需较长的时间，以致在样品温度连续变化时，很难使这两个数据一一对应。因此本实验改用 X—Y 函数记录仪自动保持记录，其测量原理如图 (图 2—5—4) 所示。

其中， C_1 为样品， C_2 为标准电容，其两端电压 U_2 为：

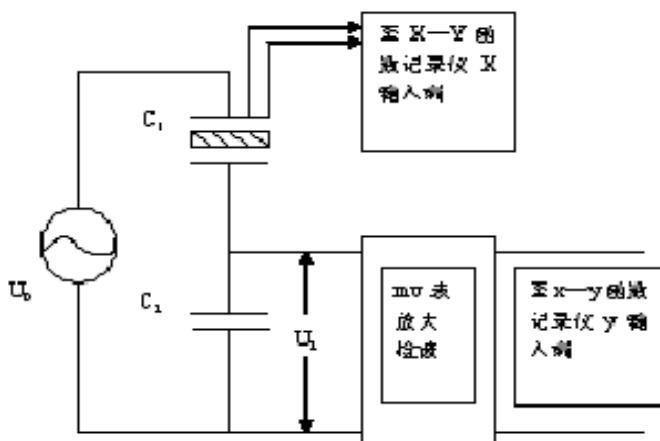


图 2—5—4 铁电体居里温度测试原理图

$$U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_0 \quad (2-5-14)$$

若取 $C_2 \ll C_1$, 则

$$U_2 \approx \frac{C_1}{C_2} U_0 = U_0 \frac{C_0 K}{C_2} \propto K \quad (2-5-15)$$

式中, U_0 为振荡器的输出电压, 在整个实验过程中保持不变, C_0 为样品两电极间为真空时的电容, 在 C.G.S 制中有:

$$C_0 = \frac{S}{4\pi d} \quad (2-5-16)$$

S 为样品极板的面积, d 为两极板间距。

由于 $U_2 \propto K$, 所以函数记录仪测绘的 $U_2 \sim T$ 曲线近似的与 $K \sim T$ 曲线等效。

为了把一个交流电压 U_2 转变成适合于函数记录仪所要求的直流电压, 需进行放大和检波。可直接从真空管毫伏表中引出放大和检波的 U_2 信号, 也可另外自制电路对 U_2 信号进行检波和放大。

三、实验内容与步骤

- 1、准备实验样品。实验所用样品为钛酸铅 ($PbTiO_3$) 和锆酸铅 ($PbZrO_3$) 按 1: 1 固溶体 (锆钛酸铅), 样品两面镀银电极。
- 2、利用自制的居里温度测试仪测绘样品的 $K \sim T$ 曲线, 并从中求出居里温度 T_0 和居里常数 C 。
- 3、测量样品的横截面积 S 和厚度 d , 根据 T_0 和 C 的定义, 计算出铁电体样品的分子电偶极矩 p 和比例系数

思考题

- 1、为什么最好从降温曲线上读取数据?
- 2、本实验的误差主要来自哪几个方面, 如何减小误差?

实验 2—6 霍尔效应

置于磁场中的载流体，如果电流方向与磁场垂直，则在垂直于电流和磁场的方向上会产生一附加的横向电场，这个现象是霍普金斯大学研究生霍尔于 1879 年在研究载流导体在磁场中的受力情况时发现的，后被称为霍尔效应。根据霍尔效应做成的霍尔器件，就是以磁场为工作媒体，将物体的运动参量转变为数字电压的形式输出，使之具备传感和开关的功能。如今霍尔效应不但是测定半导体材料电学参数的主要手段，而且利用该效应制成的霍尔器件具有线性特性好，灵敏度高，稳定性好，控制简单、方便等特点，已广泛用于非电量的电测量、自动控制和信息技术等方面。而且，霍尔器件在自动检测、自动控制和信息技术等方面也得到了广泛地应用，如在一些具有四遥（遥调、遥控、遥测、遥信）功能的设备上，霍尔效应产品随处可见。在工业生产要求自动检测和控制的今天，将有更广泛的应用前景。

在霍尔效应发现约 100 年后，德国物理学家克利青(Klaus von Klitzing, 1943-) 等在研究极低温度和强磁场中的半导体时发现了量子霍尔效应，这是当代凝聚态物理学令人惊异的进展之一，克利青为此获得了 1985 年的诺贝尔物理学奖。之后，美籍华裔物理学家崔琦(Daniel Chee Tsui, 1939-) 和美国物理学家劳克林(Robert B. Laughlin, 1950-)、施特默(Horst L. Strmer, 1949-) 在更强磁场下研究量子霍尔效应时发现了分数量子霍尔效应，这个发现使人们对量子现象的认识更进一步，他们为此获得了 1998 年的诺贝尔物理学奖。由清华大学薛其坤院士领衔，清华大学、中科院物理所和斯坦福大学研究人员联合组成的团队在量子反常霍尔效应研究中取得重大突破，他们从实验中首次观测到量子反常霍尔效应，这是中国科学家从实验中独立观测到的一个重要物理现象，也是物理学领域基础研究的一项重要科学发现。

本实验通过研究霍尔电压与工作电流的关系，测量电磁铁磁场、研究霍尔电压与磁场的关系，从实验中认识霍尔效应和了解霍尔电压的特性，为以后的霍尔效应应用实验以及在自动检测和自动控制中应用霍尔元件打下良好基础。

一 实验原理

1897 年，霍尔发现一块宽度为 b ，厚度为 d 的半导体样品如图 2—6—1 所示，如果在它的长度方向 (X 方向) 上有一电流通过，在厚度方向 (Z 方向) 上加一磁场 B ，那么，在这块半导体的 3、5 两端间就会产生一横向电位差 U_H ，这种现象称做霍尔效应 (Hall Effect)，这个横向电位差称为霍尔电压。

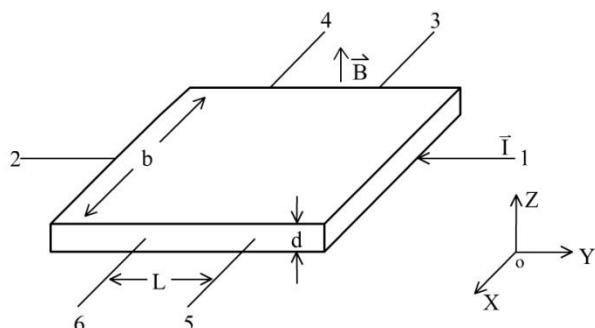


图 2—6—1 霍尔效应原理图

实验发现，横向电位差 U_H 正比于流过样品的电流强度 I 与磁感应强度 B 之乘积 IB ，

而反比于样品的厚度 d , 即:

$$U_H = R_H \frac{IB}{d} \quad (2-6-1)$$

比例系数 R_H 称做霍尔系数。

下面我们讨论一下产生霍尔电压的物理机制, 我们知道, 仅在端线 1、2 之间通以电流 I , 3、5 之间是不会出现电位差的, 只有在图示方向加上磁场 B , 洛伦兹力作用于载流子, 使他们产生横向运动时, 才在端线 3、5 之间出现霍尔电压 U_H , 我们知道, 既然在半导体中电流的发生是由于电荷的迁移, 则电荷在磁场中必然会受到洛伦兹力的作用, 这个力与电荷运动的方向及磁场的方向相垂直, 且等于

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (2-6-2)$$

式中 \vec{v} 是电荷在电流方向上运动的速度, 在洛伦兹力作用下, 电荷 q 将发生偏转, 在自由空间里, 电荷会偏转到垂直 $\vec{B} - \vec{v}$ 平面的方向, 但在固体里, 电流将约束在固体的边界以内, 使样品的两上侧面出现不同符号的电荷积累, 然而, 电荷的积累并不是毫无限度的, 因为电荷的移动会产生一个横向霍尔电场 E_H , 这个霍尔电场在半导体内部有反抗载流子侧向飘移的作用, 这种霍尔电场是霍尔电压的另一表现, 因而与霍尔电压的关系如下:

$$E_H = \frac{U_H}{b} \quad (2-6-3)$$

半导体中, 由于电子和空穴的飘移运动是相反的, 处于垂直磁场中电荷在边界上的积累情形正好相反, 因此霍尔电场 E_H 和霍尔电压也是相反的, 利用这一方法可以区别半导体材料的导电类型。

霍尔电压 U_H 的符号与载流子电荷符号之间存在如下的关系, 即载流子为空穴时电荷为正, 故其平均速度, \vec{v} 与电流密度 \vec{J} 方向相同, 因而正电荷被推向端线 3 方向, U_H 在 3 的方向为正, 如图 2-6-2 (a) 所示, 如载流子为电子, \vec{v} 与 \vec{J} 方向相反, 但因 q 是负的, 洛伦兹力的方向与空穴的情形一样被推到端线 5 方向, 但由于电荷为负, U_H 在 3 的方向为负, 如图 2-6-2 (b) 所示。由此, 根据霍尔电压的方向, 就能判明样品中的载流子是电子还是空穴。

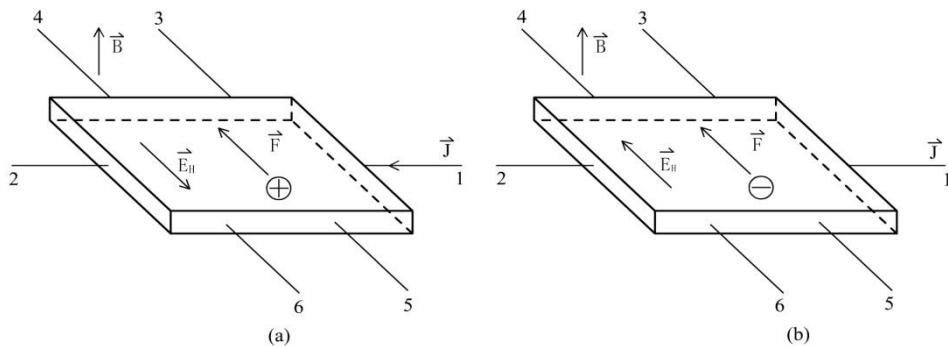


图 2-6-2 磁场中载流子的偏转

经过一段时间后, 载流子的偏转终归要达到平衡, 作用在载流子上的洛伦兹力与霍尔电场 E_H 产生的电场力 qE_H 恰好抵消, 即:

$$q\vec{E}_H + q(\vec{v} \times \vec{B}) = 0 \quad (2-6-4)$$

写成标量形式，为

$$qE_H = qvB \quad (2-6-5)$$

用载流子 n 乘以 (2-6-5) 式两端，得

$$E_H qn = qnvB \quad (2-6-6)$$

但由于 nqv 是电流密度 J ，又 $J=I/bd$ ，此处 d 是样品厚度， b 是样品宽度，则：

$$E_H = \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{bd} \quad (2-6-7)$$

因此，横向电位差 U_H 为

$$U_H = \frac{1}{nq} \cdot \frac{IB}{d} \quad (2-6-8)$$

以上的讨论假定了载流子运动的速度是均匀的，如果考虑到载流子速度按麦克斯韦速度分布以及载流子受晶格散射，则：

$$U_H = \frac{3p}{8} \times \frac{1}{nq} \times \frac{IB}{d} \quad (2-6-9)$$

比较 (2-6-1) 式和 (2-6-9) 式，得：

$$R_H = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{nq} \quad (2-6-10)$$

对于 n 型半导体 ($q=-e$)

$$R_n = -\frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{ne} < 0 \quad (2-6-11)$$

对于 p 型半导体 ($q=+e$)

$$R_p = -\frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{ne} > 0 \quad (2-6-12)$$

以上讨论的是只有一种载流子的半导体（或电子，或空穴）如果考虑的是混合导致电型（电子与空穴同时起作用）或本征型（有相等的电子和空穴数）半导体，则可以证明对于混合型半导体

$$R_H = \frac{3\pi}{8e} \cdot \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2} \quad (2-6-13)$$

对于本征型 ($p=n$) 半导体

$$R_H = -\frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{ne} \cdot \frac{\mu_n - \mu_p}{\mu_n + \mu_p} \quad (2-6-14)$$

(2—6—13)、(2—6—14) 中的 μ_n 和 μ_p 分别表示电子和空穴的迁移率, n 和 p 分别表示电子和空穴的浓度。

由以上的讨论, 我们可以看出:

1、霍尔系数 R 与载流子的浓度成正比, 因此半导体的霍尔效应要比导体, 绝缘体显著, 尤其是在低温条件下。

2、霍尔系数的符号取决于载流子的类型, n 型为负、 p 型为正。

3、测定出霍尔系数, 则可推知半导体载流子的浓度。

$$n = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{R_H q} \quad (2-6-15)$$

应用 (2—6—1) 式必须注意单位, U_H 用伏特, I 用安培, B 用高斯, d 用厘米, 则 (2—6—15) 式变为:

$$R_H = 10^8 \times \frac{U_H d}{IB} \quad [\text{cm}^3/\text{C}] \quad (2-6-16)$$

显然, 平均迁移速度的大小是与电场强度 E_H 成正比的, 即:

$$v = \mu_H E_H \quad (2-6-17)$$

式中, μ_H 为载流子的迁移率, 表示单位场强下载流子的平均飘移速度, (单位: cm^2/Vs), 习惯上迁移率只取正值

$$\mu_H = |v| / E_H$$

已知欧姆定律的微分形式可写成

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2-6-18)$$

又知 $\vec{J} = nq\vec{v}$, 将 (2—6—17) 与 (2—6—18) 式代入前式, 整理后得: $\mu_H = \sigma |R_H|$,

同样, 如果考虑到载流子浓度的麦克斯韦分布及载流子受晶格散射的影响, 将有:

$$\mu_H = \frac{8}{3\pi} \sigma |R_H| \quad [\text{cm}^2/\text{sV}] \quad (2-6-19)$$

二 实验配置

实验装置示意图如图 2—6—3 所示, 它可以分为三个大部分: 1 样品电流供给系统, 主要包括电池组 E 、毫安表、双刀双掷开关 K_1 , 可变电阻和标准电阻; 2 磁场供给部分: 主要包括直流稳压电源、安培表、双刀双掷开关 K_2 ; 3 电位差测量系统: 主要包括高阻电势计, 双刀双掷开关 K_3 。

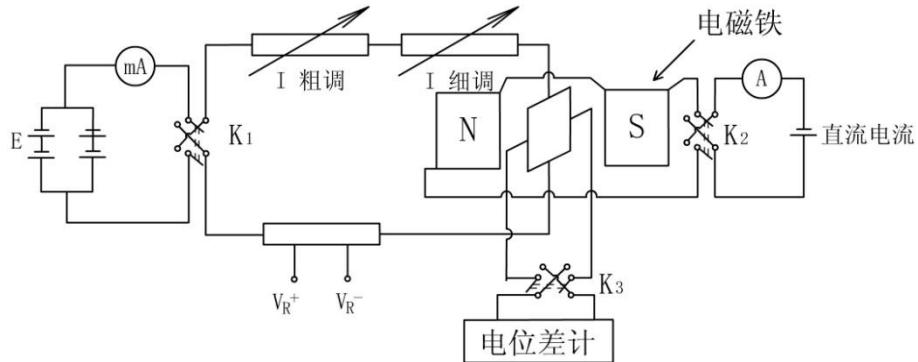


图 2-6-3 实验装置示意图

三 实验内容及步骤

(一) 掌握以下基本公式:

鉴于我们的半导体样品是四个引线, 如图 2-6-3 所示, 对样品的电导率是无法测量的, 详细实验内容见表 2-6-1。

霍尔系数计算公式如下:

$$R_H = \frac{U_H d}{IB} \times 10^8 \quad [\text{cm}^3/\text{C}] \quad (2-6-20)$$

R_H 霍尔系数, U_H 霍尔电压的平均值, I 通过样品的电流, d 为样品的厚度。

$$p = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{R_H q} \text{ cm}^{-3} \quad (2-6-21)$$

p 载流子浓度, q 基本电荷电量 ($q=1.60 \times 10^{-19}$ 库仑) 误差处理如下:

$$\sigma_d = \pm 1/3 \times 0.001(\text{cm}), \quad \sigma_B = \pm 2.5\% \times 2500(\text{gs}),$$

$$\sigma_{U_H} = U_H \times 0.03\%, \quad \sigma_{U_R} = U_R \times 0.03\%,$$

$$\sigma_I = I \times (\sigma_{U_R} / U_R) = \sigma_{U_R} / R$$

$$\sigma_{R_H} = \left[\left(\frac{\partial R_H}{\partial U_H} \sigma_{U_H} \right)^2 + \left(\frac{\partial R_H}{\partial d} \sigma_d \right)^2 + \left(\frac{\partial R_H}{\partial I} \sigma_I \right)^2 + \left(\frac{\partial R_H}{\partial B} \sigma_B \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$= R_H \times [1.8 \times 10^{-7} + 2.618 \times 10^{-6} + 1/B^2 \times 3906.25]^{1/2} \quad (2-6-22)$$

其中: $\frac{\partial R_H}{\partial U_H} = \frac{R_H}{U_H}; \quad \frac{\partial R_H}{\partial d} = \frac{R_H}{d}; \quad \frac{\partial R_H}{\partial I} = -\frac{R_H}{I}; \quad \frac{\partial R_H}{\partial B} = -\frac{R_H}{B};$

$$R_H = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 R_{Nij}; \quad \sigma_{R_N} = \left[\sum_{i=1}^8 \left(\frac{\partial R_H}{\partial R_{Hi}} \sigma_{Hi} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{8} \left[\sum_{i=1}^8 \sigma_{Hi}^2 \right]^{1/2};$$

$$\bar{P} = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{R_{Hq}}; \quad \sigma_{\bar{P}} = \bar{P} \times \frac{\sigma \bar{R}_H}{\bar{R}_H}.$$

此外还要正确判断样品的导电类型，并说明判断依据。为此在做实验时，要弄清电磁感应强度 \vec{B} 的方向，通过样品的电流 \vec{I} 的方向，以及测量时所得的霍尔电场的方向 \vec{E}_H 。

(二) 具体实验步骤：

- 1、熟悉各个实验装置，检查各部分接线是否完好，打开电源；
- 2、按照表 2—6—1 的要求，调整电磁铁的输入电流 I_B ，测量电磁铁的磁场强度 B ；
- 3、调整半导体片的输入电流 I ；
- 4、使用电位差计测量标准电阻电压 U_R 值；
- 5、设置磁场及半导体电流方向，分别测量四组霍尔电压 U_H 值；
- 6、根据记录的数据完成表 2—6—1，求出霍尔系数 R_H 。

四 实验中一些副效应的来源及消除方法

由于样品两端的电流电极（即端线 1、2）和样品之间不是理想的欧姆接触，样品两边的电位电极（即端线 3、4、5、6）和样品不是同一种材料，所以在测量过程中，会有热电效应、温差电效应以及由此而引起的其它负效应。

(一) 热电效应：如图 2—6—4 所示，当电流 I 沿 X 方向（即样品的长度方向）流动时，由于样品两端的电流电极和样品的接触电阻不同，因而在样品的两端将产生不同的焦耳热，使样品两端的温度不同，因而有热流 Q 流过样品， Q 与电流的方向无关。

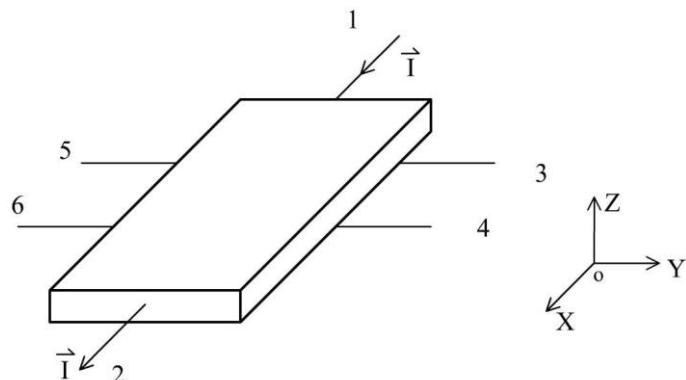


图 2—6—4 热电效应原理图

(二) 温差电效应：只有热学现象和电学现象相互关系的效应为温度电效应，一般说来，所谓温差电效应指的是赛贝克效应、帕尔贴效应和汤姆逊效应。但是，有时作更广义的解释，把电流通过导体时发热的现象，即焦耳热的产生或热离子发射也包括在内。

1、赛贝克效应：指产生混差电动势的现象，将两种不同金属连成闭合回路时，如果两个接头的温度不同，则在两种金属两端间产生电动势。

2、帕尔贴效应：将用上种方法做成的温差电偶保持一定温度并通以电流时，在一个接头处会在焦耳热以外放出热量，在另一个接头处则吸收热量，这种效应是可逆的，改变电流方向时，放热和吸热的接头也随之改变。

3、汤姆逊效应：当电流 I 通过均匀导体时，如果导体的一部分有温差 ΔT ，则在温度改变的地方产生或吸收热量。

综上所述，由于样品两侧的电极与样品接触处的温度不同，及样品与电极的材料不同，就构成了热电偶，在样品的两侧 3、5 之间有电位差产生，这一电位差与温度成正比。

了解了热电效应和温差电效应以后，我们再来研究一下各个负效应对霍尔效应的影响，从而找出消除这些影响的方法。

(1) 爱丁豪森效应 (Ettingshausen Effect)

样品受 X 方向的电流 I_x 和 Z 方向的磁场 H_z 的作用，在其 y 方向产生温度梯度

$$\left(\frac{\partial T}{\partial Y}\right)E \propto I_x H_z \quad \left(\frac{\partial T}{\partial Y}\right)E \text{ 将引起沿 } y \text{ 方向的电位差 } U_e, U_e \text{ 也与 } I_x H_z$$

成正比， U_e 的符号与 I_x 的方向有关，在测量 U_H 时，便会有 U_e 叠加上去。

(2) 里纪一勒杜克效应 (Righi-Leduc Effect)

样品在 X 方向的热流 Q_x 和 Z 方向的磁场 H_z 作用下，在它的 y 方向产生温度梯度

$$\left(\frac{\partial T}{\partial Y}\right)R_L \propto Q_x H_z$$

由里纪一勒杜克效应产生的电位差 U_{RL} 也与 $Q_x H_z$ 成正比，其符号和 H_z 的方向有关，和 I 的方向无关，在测量 U_H 当中， U_{RL} 会迭加到 U_H 上去。

(3) 能斯托效应 (Nernst Effect)

样品在 X 方向的热流 Q_x 和 Z 方向的磁场 H_z 作用下，在它的 y 方向产生电位差，这电位差

$$U_N \propto Q_x H_z$$

U_N 的符号与 H 的方向有关，与 I 的方向无关，在测量 U_H 时， U_N 也有可能迭加上去。

(三) 不等位电势差 U_o

在样品的制备过程中，我们很难做到测量端子 3、5 处在同一理想等位面上，如图 2-6-5 所示。因此，即使在磁场 H 加上去之前，只要一接通电流，就会因接触电阻和样品的电阻而产生一电位差 $U_o = IR$ ，其中 R 为 3、5 所在两等位面间的电阻，在测量霍尔电压 U_H 时， U_o 就会迭加上去， U_o 很可能与 U_H 有相同的数量级， U_o 的符号与电流 I 的方向有关，与磁场 H 的方向无关， U_o 正比于电流 I 。

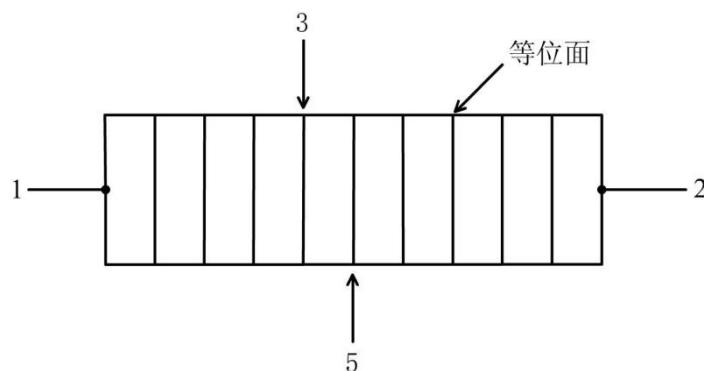


图 2-6-5 不等位电位差

以上的讨论是假定样品四周的温度是均匀的，如果样品四周有温度梯度存在，还会

附加新的电位差。

通过以上分析我们可以看出，只要我们考虑 I 和磁场 H 的方向，就可以把不等位电位差 U_0 、能斯托效应产生的电位差 U_N 和由里纪—勒杜克效应产生的电位差 U_{RL} ，从计算结果中消去，但唯独由爱丁豪森效应产生的电位差 U_E ，由于与霍尔电压 U_H 同样地随电流 I 和磁场 H 的方向改变而改变，所以，我们用改变电流 I 和磁场 H 的方向的方法不能在计算结果中消掉 U_E ，但是一般讲来，因为由 U_E 所引起的误差很小，约 5% 左右，所以可以忽略。再就是如果改用交流法来测量，则由爱丁豪森效应引起的误差是可以除去的，因在交流情况下，爱丁豪森温差来不及产生。

实验时，我们改变电流 I 和磁场 H 的方向，测得四组电位差值 U_1 、 U_2 、 U_3 和 U_4 ，然后求它们的代数平均值，即：

如在样品上加上 $+H$ 、 $+I$ 时，在 3、5 端所得的电位差为：

$$U_1 = +U_H + U_E + U_{RL} + U_N + U_0$$

如在样品上加上 $+H$ 、 $-I$ 时，在 3、5 端所得的电位差为：

$$U_2 = -U_H - U_E + U_{RL} + U_N - U_0$$

如在样品上加上 $-H$ 、 $+I$ 时，在 3、5 端所得的电位差为：

$$U_3 = +U_H + U_E - U_{RL} - U_N - U_0$$

如在样品上加上 $-H$ 、 $-I$ 时，在 3、5 端所得的电位差为：

$$U_4 = -U_H - U_E - U_{RL} - U_N + U_0$$

由此可得：

$$U_H + U_E = \frac{U_1 - U_2 + U_3 - U_4}{4}$$

关于表 2-6-1（见下一页）的几点说明：

1、实验时必须记录下实验时的温度，以确定标注电压的参数值。

2、 I' 栏中的 3mA、4mA、5mA、6mA 是毫安表指示的通过样品电流的大约数值，因为精度的限制不能参与运算。

3、第一、二栏中的 I_B 值 0.45A 和 0.55A 为安培表指示的通过电磁铁绕组的电流值，意即要求此时的磁感应强度 B 的值大约在 2000gs 和 2400gs 左右，允许稍微变动一下电流值。

4、磁感应强度用毫特斯拉计测得，此特斯拉计属精密仪器，其测量探头较易损坏，使用时应倍加注意，使用前要仔细阅读仪器说明书。

思考题

1. 电位差计的实验原理是什么？
2. 霍尔效应的起源、发展及最新进展？
3. 影响此实验精确度的因素有哪些？

表 2-6-1 实验数据表

$R_{\text{标}} = 100\Omega$ $d = 0.206 \pm 1/3 \times 0.001$ (cm)

I (A)	0. 45				0. 55			
B^+ (gs)								
B^- (gs)								
\bar{B} (gs)								
σ_B (gs)								
I (mA)	3	4	5	6	3	4	5	6
U_R (V)								
σ_{U_R}								
I (A)								
σ_I (A)								
U_{H+I}^{+B}								
U_{H-I}^{+B}								
U_{H-I}^{-B}								
U_{H+I}^{-B}								
\bar{U}_H (V)								
$\sigma_{\bar{U}_H}$ (V)								
R_H (cm ³ /C)								
σ_{R_H} (cm ³ /C)								

实验 2-7 激光多谱勒测速技术

多普勒(Doppler)1842年发现：当波源和观测者彼此接近时，接受到的频率变高；彼此离开时接受到的频率变低。这种现象在电磁波和机械波中都存在。称为多普勒效应。至今已在科学技术、医学等领域得到广泛应用。

激光发明后，由于它的单色性好、定向性好、强度大、因此在物理、化学、医学及工程等方面得到广泛应用。用激光作光源，利用多普勒效应原理进行精密测量也越来越广泛。例如在监控车辆行驶速度、探测地下水资源、纺织、轧钢的传动监控等方面。另外，测量人体内血流速度、测量气体、液体速度，模拟水洞、风洞，船舶、海潮测量以及航空领域都有多普勒技术的应用。

迈克尔逊干涉仪是精密光学仪器，激光和迈克尔逊干涉仪结合起来可以为科研和工程应用创造出许多精密仪器设备。如激光测长仪、光栅刻线机以及制造光刻掩膜的自动分布重复照相机等都是采用激光作光源、以迈克尔逊光学干涉系统组成测量装置，从而大大提高了测量和加工精度。

如果将单色性好的单模稳频氦氖激光器配上一般的稳频系统，其频率稳定度可提高到 $10^{-7} \sim 10^{-8}$ ，激光波长可准确到千分之一埃。用这样准确的激光波长做尺子来测量长度，精确度很高。

一、实验目的

- 1、掌握多普勒效应原理
- 2、以准确的激光波长为尺子，利用迈克尔逊干涉光路，运用多普勒效应原理，精确测量物体的位移和速度。

二、实验原理

当单频的激光源与探测器处于相对运动状态时，探测器所接收到的光频率将是变化的。当光源固定时，光波从运动的物体散射或反射并由固定的探测器接收时，也可观察到这一现象，这就是光学多谱勒效应。其频率变化称为“多谱勒频移”。多谱勒频移的计算公式为：

$$f_D = |f_a - f_0| = \left| \frac{V}{\lambda} [\cos(\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{V}) - \cos(\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{V})] \right| \quad (2-7-1)$$

式中： \mathbf{K}_s —散射光传播矢量； \mathbf{K}_i —激光的传播矢量，也称波矢量， $|\mathbf{K}_i| = \frac{2\pi}{\lambda}$ ； f_s —散射光频率； f_0 —静止激光器发出的频率； V —物体的运动速度。

因光的频率太高，迄今尚无探测器能直接测量它的变化。目前的探测技术只能测出散射光的频率与未发生多谱勒频移的光频率之间的差拍信号即多谱勒频移 f_D 。测得 f_D

便可求得物体运动速度 V 。例如，当 $(\mathbf{K}_i, \mathbf{V}) = 0^\circ$, $(\mathbf{K}_s, \mathbf{V}) = 180^\circ$, $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, $f_D = 3.16 \text{ MHz}$ 时， $V = \frac{\lambda}{2} f_D = 1 \text{ m/s}$ 。

由式(2-7-1)知，测得多谱勒频移量 f_D 即可计算出物体运动的速度 V 。但由于光频太高，任何光电探测器都不能直接测得光频的变化，因此要用间接的方法—光混频技

术（光学上称干涉技术）来测量，即将两束频率不同的光混频，获取差额信号的光学差拍或外差技术。

本实验使用如图 2-7-1 所示的迈克尔逊干涉仪测量多普勒频移。

激光源 S 发出频率为 f_0 的一束光，经过分光板 P 将光束分成（1）和（2）两部分。光束（1）称为测量光束，光束（2）称为参考光束。光束（2）被固定镜 M_2 反射到 P ，经 P 反射到检测器 D ；光束（1）被可动镜 M_1 反射后经过 P 透射到检测器 D （一般 D 为非线性元件光电二级管）。光束（1）和光束（2）在 D 上混合产生差拍。此差拍由光电二级管接收而输出含有差额成分的光电流。

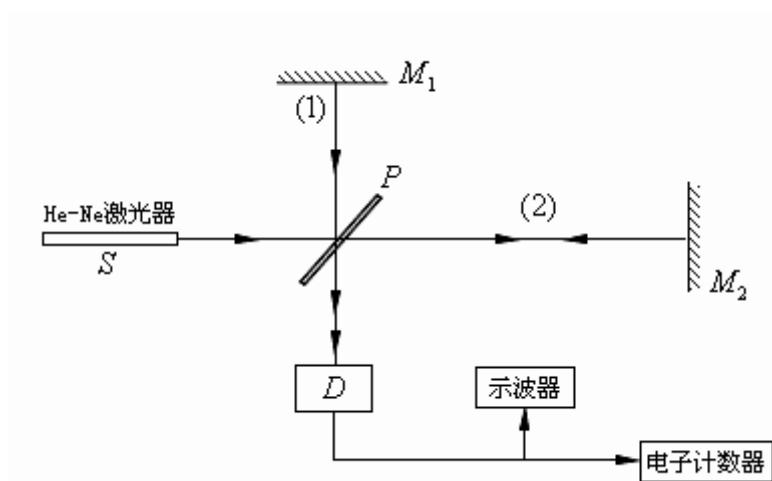


图 2-7-1 实验装置原理示意图

若光源不动，可动镜 M_1 以速度 V 运动，由 M_1 接收到光的频率

$$f_s = f_0 \left(1 \pm \frac{V}{c}\right) \quad (2-7-2)$$

“+”表示 M_1 向着光源运动；“-”表示 M_1 远离光源运动。对于不动的探测器 D 来讲，它接收到的由 M_1 反射回来的光的频率

$$f' = f_s \left(\frac{c}{c \mp v}\right) \quad (2-7-3)$$

将 (2-7-2) 代入 (2-7-3) 式得

$$f' = f_0 \left(1 \pm \frac{V}{c}\right) \left(\frac{c}{c \mp v}\right) = \frac{c - V}{c + V} f_0$$

由 M_2 反射回来的光束（2）的频率仍为 f_0 ，所以光束（1）和（2）的拍频为

$$f_D = |f' - f_0| = \frac{2V}{c + V} f_0$$

因为 $c \gg V$ 所以

$$f_D = \frac{2V}{c} f_0 = \frac{2V}{\lambda} \quad (2-7-4)$$

f_D 即为多普勒频移或差拍频率。

若激光波长 λ 已知。检测器（电子计数器）测出 f_D ，由 (2-7-4) 式即可算出 M_1 运动的速度

$$V = \frac{\lambda}{2} f_D \quad (2-7-5)$$

动镜 M_1 在时间 t 内移动的距离

$$S = \int_0^t V dt = \int_0^t \frac{\lambda}{2} f_D dt = \frac{\lambda}{2} N$$

式中 $\int_0^t f_D dt$ ，为 t 时间内由于多普勒效应，激光束 (1) 和 (2) 产生差拍的数目 N 。

设测量光束 (1) 和参考光束 (2) 的角频率分别为 ω', ω ，它们到达光探测器阴极表面的电场强度分别为

$$\begin{cases} E_1 = E_{10} e^{j(\omega' t + \varphi_1)} \\ E_2 = E_{20} e^{j(\omega t + \varphi_2)} \end{cases} \quad (2-7-6)$$

式中 E_{10}, E_{20} ——两光束在光阴极表面处的振幅； φ_1, φ_2 ——两光束的初相位。两光束在阴极表面混频，其合成的电场强度为

$$E = E_1 + E_2 = E_{10} e^{j(\omega' t + \varphi_1)} + E_{20} e^{j(\omega t + \varphi_2)} \quad (2-7-7)$$

光强度与光的电场强度的平方成正比

$$I \propto E^2 \quad (2-7-8)$$

$$I(t) = B \left[(E_{10}^2 + E_{20}^2) + 2E_{10}E_{20} \cos((\omega' - \omega)t + \phi) \right] \quad (2-7-9)$$

式中 B 为常数； $\phi = \varphi_1 - \varphi_2$ ，为两光束初始位相差，如两光束相干，则 ϕ 为常数。

式 (2-7-9) 中第一项是直流分量，可用电容器隔去，第二项是交流分量，其中 $(\omega' - \omega)$ 正是我们希望测得的多普勒频移。从示波器上就可以看到多普勒频移信号。

三、实验装置

本实验装置包括迈克尔逊干涉仪、示波器、频率计数器。图 2-7-2 为迈克尔逊干涉仪光路图，图中的 L_1, L_2 为会聚透镜 (L_2 也可不加)， P 为分束板， G 为半波损失补偿板， M_1, M_2 为反射镜。 M_1 由小型可逆电动机带动转动手轮，使其在导轨上做匀速运动。

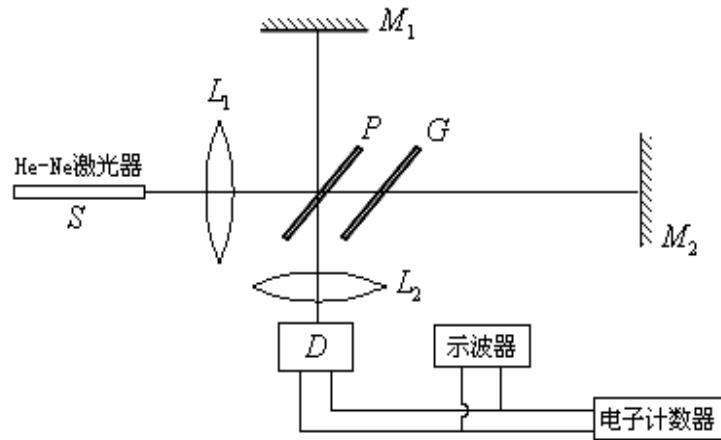


图 (2-7-2) 实验装置图

四、实验步骤

1、按装置图联接好设备。
2、认真调整干涉仪，(可参见实验 2-1 干涉研究中---干涉仪的调整方法和步骤部分)使其在屏上出现清晰的非定域干涉同心圆条纹。

3、调节光电二级管位置，使其对准干涉圆条纹的中心。(是否对准的标志是：当 M_1 作匀速运动时，由光电二极管接收到的强弱交变的光信号转换成一交变的微小电信号经由设备箱中的放大电路放大，并输出到示波器上，在示波器上显示出清晰无失真的正弦波信号。)

4、选用小电机的某个速度带动手轮，使 M_1 作匀速运动。在光电二级管的输出端接电容器，滤去直流成分，经电流放大电路放大，然后分别加到示波器和频率计数器上。在示波器上看到稳定的无失真的正弦波信号后，即可进行测量。

5、记下计数器的数据，即多普勒频移（拍频）。要求记录 50 个数据。算出 M_1 镜运动的速度。求出平均值及标准误差。

6、在测拍频的同时，用毫秒计（或秒表、手表）测手轮转 5 圈、移动 (5mm) 所用的时间 t ，求出速度 V ，测量数次取平均。

将两种方法测得的速度作比较，(电机同一档转速下的)。计算百分误差。

7、依次改变电机速度，重复上面第 2 至第 5 个步骤。

五、注意事项

1、由式 (2-7-1) 知，多普勒频移 f_D 与 K_i ， K_s 均有关，因此探测器 D 的位置要受到限制。

2、光束准直要求高，即参考光与测量光必须严格重合，这对仪器的调整和隔离外界影响要求极高。

3、反射镜 M_1 可受控于电机的反向开关前后移动，密切注意 M_1 的位置，不可脱轨和顶到分束镜底座上。

实验 2-8 单光子计数实验

光子计数技术，是检测极微弱光的有力手段，这一技术是通过分辨单个光子在检测器（光电倍增管）中激发出来的光电子脉冲，把光信号从热噪声中以数字化的方式提取出来。这种系统具有良好的长时间稳定性和很高的探测灵敏度。目前，光子技术系统广泛应用于科技领域中的极微弱光学现象的研究和某些工业部分中的分析测量工作，如在天文测光、大气测污、分子生物学、超高分辨率光谱学、非线性光学等现代科学技术领域中，都涉及极微弱光信息的检测问题。

现代光子计数技术的优点是：

1. 有很高的信噪比。基本上消除了光电倍增管的高压直流漏电流和各倍增极的热电子发射形成暗电流所造成的影响。可以区分强度有微小差别的信号，测量精度很高。
2. 抗漂移性很好。在光子计数测量系统中，光电倍增管增益的变化、零点漂移和其他不稳定因素对计数影响不大，所以时间稳定性好。
3. 有比较宽的线性动态范围，最大计数率可达 10^6 s^{-1} 。
4. 测量数据以数字显示，并以数字信号形式直接输入计算机进行分析处理。

一. 实验的目的

1. 学习光子计数技术的原理，掌握光子计数系统中主要仪器的基本操作。
2. 掌握用光子计数系统检测微弱光信号的方法。了解弱光检测中的一些特殊问题。

二. 实验原理

(一) 光子流量和光流强度

光是由光子组成的光子流，光子是一种没有静止质量，但有能量（动量）的粒子。一个频率为 ν （或波长为 λ ）的光子，其能量为

$$E_p = h\nu = hc/\lambda \quad (2-8-1)$$

式中普朗克常量 $h = 6.6 \times 10^{-34} (\text{J} \cdot \text{s})$ ，

光速 $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 。以波长 $\lambda = 6.3 \times 10^{-7} \text{ m}$ 的氦—氖激光为例，一个光子的能量为：

$$E_p = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{6.3 \times 10^{-7}} = 3.1 \times 10^{-19} \text{ J}$$

一束单色光的功率等于光子流量乘以光子能量，即

$$P = R \cdot E_p \quad (2-8-2)$$

光子的流量 R （光子个数 / S）为单位时间内通过某一截面的光子数，如果设法测出入射光子的流量 R ，就可以计算出相应的入射光功率 P 。

有了一个光子能量的概念，就对微弱光的量级有了明显的认识，例如，对于氦—氖激光器而言， 1 mW 的光功率并不是弱光范畴，因为光功率 $P=1 \text{ mW}$ ，则

$$R = \frac{P}{E_p} = 3.2 \times 10^{15} \text{ 光子 / S}$$

所以，1mW 的氦—氖激光，每秒有 10^{15} 量级的光子，从光子计数的角度看，如此大量的光子数是很强的光子。

对于光子流量值为 1 的氦—氖激光，其功率是 3.1×10^{-19} W。当 $R=10000$ 个光子 / s 时，则光功率为 3.1×10^{-15} W。当光功率为 10^{-16} W 时，这种氦—氖激光的近单色光的光子流量为

$$R = \frac{10^{-16}}{3.16 \times 10^{-19}} = 3.2 \times 10^2 S^{-1}$$

当光流强度小于 10^{-16} W 时通常称为弱光，此时可见光的光子流量可降到一毫秒内不到一个光子。实验中要完成的将是对单个光子进行检测，进而得出弱光的光流强度，这就是单光子计数。

(二) 用作光子计数的光电倍增管。

光电倍增管(PMT)是一种高灵敏度电真空光敏器件，在弱光测量中，人们首先选用它来微弱光信号的探测器件。光电倍增管由光窗、光阴极、倍增极和阳极组成。常用的光电倍增管有盒式结构、直线聚焦结构和百叶窗结构，如图 2-8-1 所示。

光窗：光线或射线射入的窗口，检测不同的波长的光，应选择不同的光窗玻璃。

光阴极：这是接受光子产生光电子的电极，它由光电效应概率大而光子逸出功小的材料制造。



图 2-8-1 光电倍增管的结构

倍增极：管内光电子产生倍增的电极，在光电倍增管的光阴极及各倍增极上加有适当的电压，构成电子光学聚集系统。当光电倍增管光阴极产生的光电子打到倍增极上产生二次电子时，这些电子被聚焦到下一级倍增极上又产生二次电子，因此使管内电子数目倍增。倍增极的数目有 8~13 个，一般电子放大倍数达 $10^6 \sim 10^9$ 。

阳极：这是最后收集电子的电极，经过多次倍增后的电子被阳极收集，形成输出信号，阳极与末级倍增极间要求有最小的电容。

光电倍增管有两种高压偏置方式：一种是阴极接地，阳极接一个高的正电压；另一种是阳极经过一个适当的负载电阻接地，而使阴极具有一个高的负电压，如图 2-8-2 (a) 所示。通常采用阳极接地的方法，如图 2-8-2 (b) 所示，其优点在于可直接将阳极连至一个 DC 测量系统或光子计数系统。

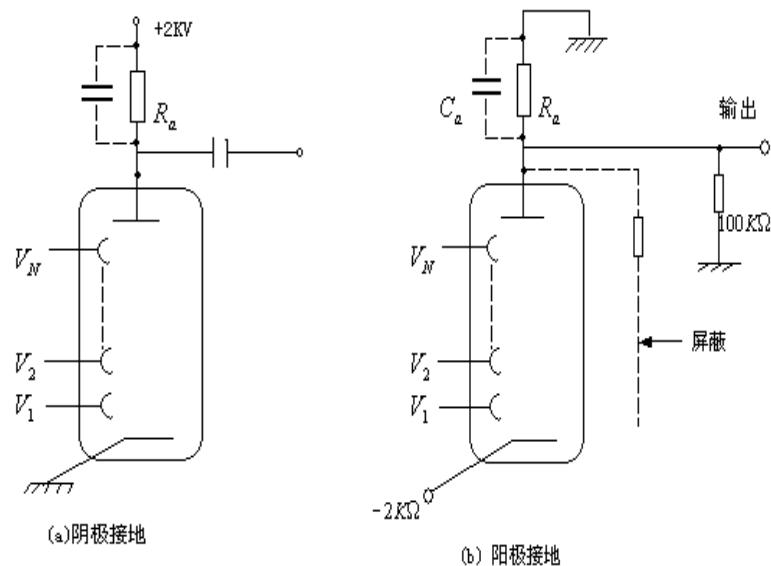


图 2-8-2 光电倍增管的高压偏置

用光电倍增管监测微弱光时，若光微弱到其光子一个个地到达，则光电倍增管的输出将是一个个分离的电脉冲，假定光阴极的量子效率为 1，那么每个输出的电脉冲相当于一个光子入射到光阴极上，设每个倍增极约产生 4 个次级电子。当一个光子在光阴极上产生一个电子时，经过逐级倍增，在阳极可得到大约 10^6 个电子。这些电子的总电荷量 $Q = 1.6^{-13}$ 库仑。因为它们是几乎全部同时到达阳极，对阳极输出电容 C_a 进行瞬时充电，所以在阳极输出一个电脉冲，如图 10.4.3 所示，阳极电容一般为 $10\text{PF} \sim 100\text{PF}$ ，负载电阻 R 为 50Ω ，阳极输出脉冲电压 $|V_0| = Q/C = 1 \sim 10\text{mV}$ 。脉冲宽度在 $10 \sim 30\text{ns}$ ，由此可见，如果已知光阴极在入射光波长上的量子效率，测得阳极输出的脉冲数，则可以用脉冲计数的方法来推算出入射光子流的强度。

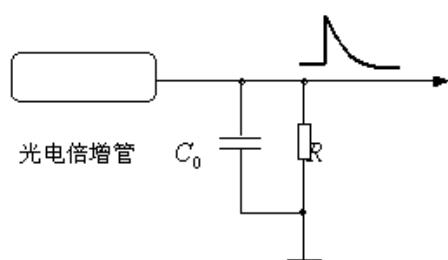


图 2-8-3 光电倍增管的阳极波形

然而，光电倍增管由于光阴极和倍增极的热电子发射，也会在阳极输出一个电脉冲，它与入射光的存在与否无关，所以称它为暗电流脉冲，即是光电倍增管中的热噪声，光阴极造成的热噪声脉冲与单光子脉冲幅度相同，而各倍增极造成的大量的热噪声脉冲幅度一般均多于单光子幅度。图 2-8-4 是这两种脉冲幅度的概率分布曲线。由此提供了一个去除噪声脉冲的简单方法，即将光电倍增管的输出脉冲通过一个幅度甄别器，调

节甄别器阀值 h , 使 $h>h_1$, 则可以甄别掉大部分噪声脉冲, 而对信号脉冲来说, 损失却是很小的, 从而可以大大提高监测信号的信噪比。

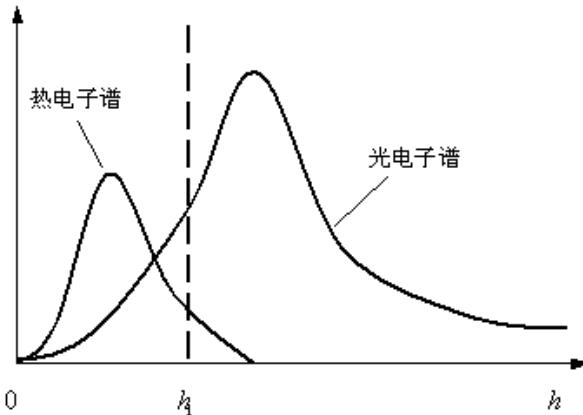


图 2-8-4 光电子脉冲与热电子脉冲的幅度分布曲线

用于光子技术的光电倍增管要求光阴极的量子效率要高而稳, 响应速度要快, 管子热噪声要小, 并且要求有明显的单光子峰。图 2-8-5 为光电倍增管阳极回路输出的脉冲计数随脉冲幅度大小的分布, 它是选择光电倍增管的重要依据。若定义

$$\text{峰谷比} = \frac{\text{单光子峰的输出脉冲幅度}}{\text{谷点输出脉冲幅度}} = \frac{E_p}{E_v},$$

$$\text{分辨率} = \frac{\text{单光子峰的半宽度}}{\text{单光子峰的输出脉冲幅度}} = \frac{\Delta E}{E_p},$$

则峰谷比越大或分辨率越小的光电倍增管, 越适合用作弱光检测, 峰谷比与光电倍增管工作温度有关, 温度越低, 峰谷比越大, 通常要求光电倍增管处于低温下工作, 以降低热噪声。

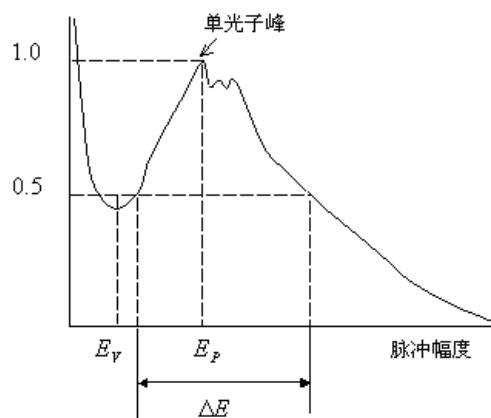


图 2-8-5 光电倍增管的脉冲幅度分布（微分）曲线

(三) 光子计数器

1. 光子计数器的原理。图 2-8-6 是光子计数器的原理方框图：

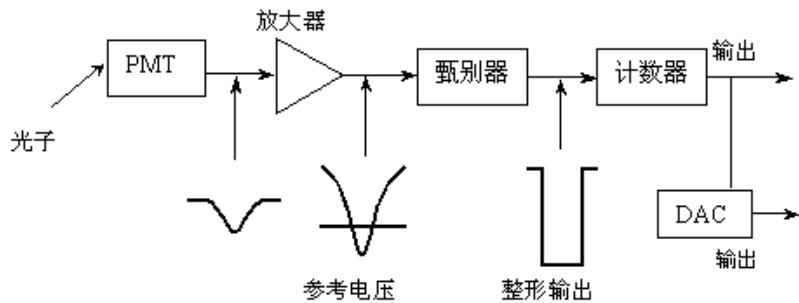


图 2-8-6 单光子计数器框图

前面我们已经讨论了适用于光子计数器的光电倍增管，希望其具有最小的暗计数率以及有明显的单光子峰。这样，光电倍增管输出的电脉冲经过前置放大后，再通过幅度甄别器弃除大部分的热电子噪声脉冲，从而选出光电子脉冲，甄别器可以具有第一甄别电平和第二甄别电平，两者相差 ΔV 。当 ΔV 为允许脉冲通过的阀值时，这种方式称之为窗式工作方式，如图 2-8-7 所示。

V_1 和 V_2 根据光电倍增管的脉冲幅度分布曲线设定，分别抑制脉冲幅度低的暗噪声与脉冲幅度高的由宇宙射线和天电干扰等造成的外来干扰脉冲，经过甄别器鉴别的输出信号是一个幅度与宽度标准化的脉冲，最后通过计数器或定标器记录，可测得排除大部分噪声的信号光子数，由于光子信号的半宽度约为 $10\sim 30\text{ns}$ ，因此放大器需要足够的带宽，常用的放大器带宽为 $100\sim 200\text{MHz}$ ，上升及下降时间要求小于 3ns ，同时放大器还要求有好的线性度（ $<1\%$ ）和良好的增益稳定性，而放大倍数仅需 $10\sim 200$ 倍即可，计数器要求有较久的计数率，一般为 100MHz ，和有高的计数容量（ 10^8 数据通道）。

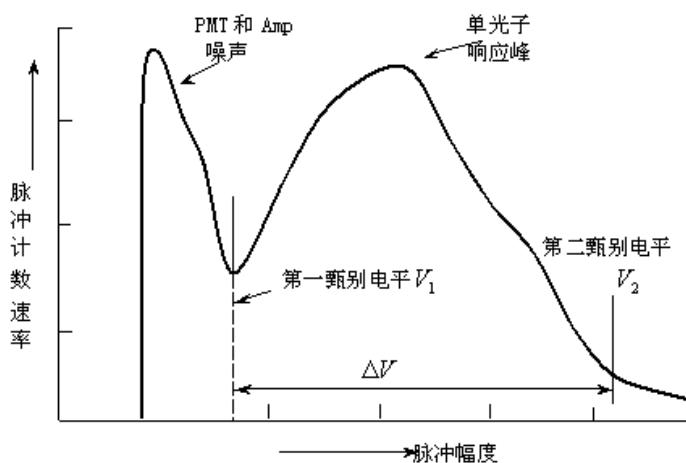


图 2-8-7 根据脉冲幅度分布设置甄别电平

2. 脉冲堆积效应，由于光电倍增管的响应时间不为零，光电子从光阴极到阳极存在上升时间 t_r ，如果光子速率太大，以至光阴极发射的光电子间隔小于光电倍增管的上升时间 t_r 时，阳极回路的输出脉冲将发生重迭，使光电倍增管只能输出一个脉冲，如图 2-8-8 所示。

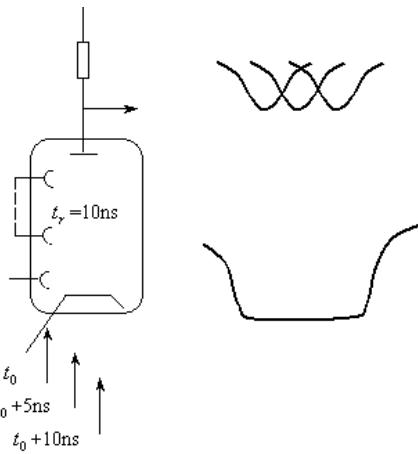


图 2-8-8 光电倍增管的脉冲堆积效应

另一方面，甄别器的响应时间也不为零，一个甄别器在每个所接受的输出脉冲之后存在一个死时间 t_d ，即在 t_d 内不接受输出脉冲，如果甄别器在高计数率检测时，输出脉冲计数器将要受到损失。以上两种现象总称之为脉冲“堆积效应”。他造成测量的“堆积误差”。脉冲堆积效应的存在限制了光子计数器最高计数率。如果 $t_d=10\text{ns}$ ，采用高速光电倍增管后可测的光子流量为 10^9 光子/s，对应于 10^{-9}W 的入射光功率。

3. 光子计数器的信噪比，在弱光的条件下，光子到达光阴极具有的统计分布特征近似地服从泊松分布，也就是说，对于光子流量为 R 的光子流，在时间间隔 t 内，有 n 个光子到达探测器的概率是

$$P(n \cdot t) = \frac{(Rt)^n e^{-Rt}}{n!} \quad (2-8-3)$$

由泊松分布的标准偏差得到： $\sigma = \sqrt{Rt}$ ，

这个偏差值 σ 反映光信号的涨落，也就是光源的噪声，常称为光子噪声。因此，被测信号本征信噪比 SNR_p 为

$$SNR_p = \frac{Rt}{\sqrt{Rt}} = \sqrt{Rt} \quad (2-8-4)$$

是被测量的信号的极限信噪比。

在光子计数系统中，总存在热电子发射等造成的俺计数噪声。虽然甄别器可以弃除大部分暗电流脉冲，但总还剩余一些，设其暗计数率为 R_d ，光阴极的量子效率为 η ，那么测量结果的信噪比

$$SNR = \frac{\eta R \sqrt{t}}{\sqrt{\eta R + 2R_d}} \quad (2-8-5)$$

R 为入射光子的平均流量， t 为测量时间间隔，当 $SNR=1$ 时，对应的接收信号功率即为

仪器的探测灵敏度。根据信噪比的公式，光电倍增管的热电子发射的内部光子，例子反馈等产生的暗计数率，是决定系统测量动态范围的下限的主要因素。

三、实验装置

本试验采用天津港东公司生产的 GSZF-2A 型单光子计数实验系统，包括单光子计数器、制冷系统、GDB-53LA 型光电倍增管、外光路、计算机、及数据采集系统等。系统采用了脉冲高度甄别技术和数字计数技术。具有较高的先行动态范围。输出的数字信号便于计算机处理。

主要技术指标：

探测器:	光电倍增管	GDB-53LA 型
制冷系统:	工作温度	约低于室温 20 度。
数据采集系统:	接口电路	一套
	工作软件	一套
	供电系统	一套
计算机:	主机	赛扬 800
	内存	64 MB
	硬盘	10 GB
	光驱	40X
	显示器	15SVGA, 0.25mm
外光路:	导轨 2000mm	一套
	溴钨灯光源	一套
	窄带滤光片 (500nm)	一块
	衰减滤光片	四块
	带磁力表座支架	四个
光谱采集范围:	360~650 nm	
积分时间:	0~30min (1ms/档, 可调)	
最大计数:	≥ 10 ⁷	
峰值电压:	0~2.56V (10mV/档, 可调)	
暗技术:	≤2/s (20°C)	

1. 仪器原理

单光子计数器方法利用弱光下光电倍增管输出电流信号自然离散的特征，采用脉冲高度甄别数字计数将淹没在背景噪声中的弱信号提取出来。当光照射到光阴极时，每个入射光子以一定的概率（即量子效应）使光阴极发射一个电子。这个光电子经倍增系统的倍增最后在阳极回路中形成一个电流脉冲，通过负载电阻形成一个电压脉冲，这个脉冲称为单光子脉冲。除光电子脉冲外，还有各倍增极的热反射电子在阳极回路中形成的热反射噪声脉冲。热电子受倍增的次数比光电子少，因而它在阳极上形成的脉冲幅度较低。此外还有光阴极的热反射形成的脉冲。噪声脉冲和光电子脉冲的幅度的分布如图 2-8-5 所示。脉冲幅度较小的主要是热反射噪声信号，而光阴极反射的电子（包括光电子和热反射电子）形成的脉冲幅度较大，出现“单光子峰”。用脉冲幅度甄别器把幅度低于 V_h 的脉冲抑制掉。只让幅度高于 V_h 的脉冲通过就能实现单光子计数。

单光子计数器中使用的光电倍增管其光谱响应应适合所用的工作波段，暗电流要小（它决定管子的探测灵敏度），相应速度及光阴极稳定。光电倍增管性能的好坏直接关系

到光子计数器能否正常工作。放大器的功能是把光电子脉冲和噪声脉冲线性放大，应有一定的增益，上升时间 $\leqslant 3\text{ns}$ 。即放大器的通频带宽达100MHz：有较宽的线性动态范围及低噪声，经放大的脉冲信号送至脉冲幅度甄别器。

在脉冲幅度甄别器里设有一个连续可调的参考电压 V_h 。如图2-8-9所示，当输入脉冲高度低于 V_h 时，甄别器无输出。只有高于 V_h 的脉冲，甄别器输出一个标准脉冲。如果把甄别电平选在图2-8-9中的谷点对应的脉冲高度上，就能去掉大部分噪声脉冲而只有光电子脉冲通过，从而提高信噪比。脉冲幅度甄别器应甄别电平稳定；灵敏度高；死时间小、建立时间短，脉冲对分辨率小于10ns，以保证不漏计。甄别器输出经过整形的脉冲。

计数器的作用是在规定的测量时间间隔内将甄别器的输出脉冲累加计数。

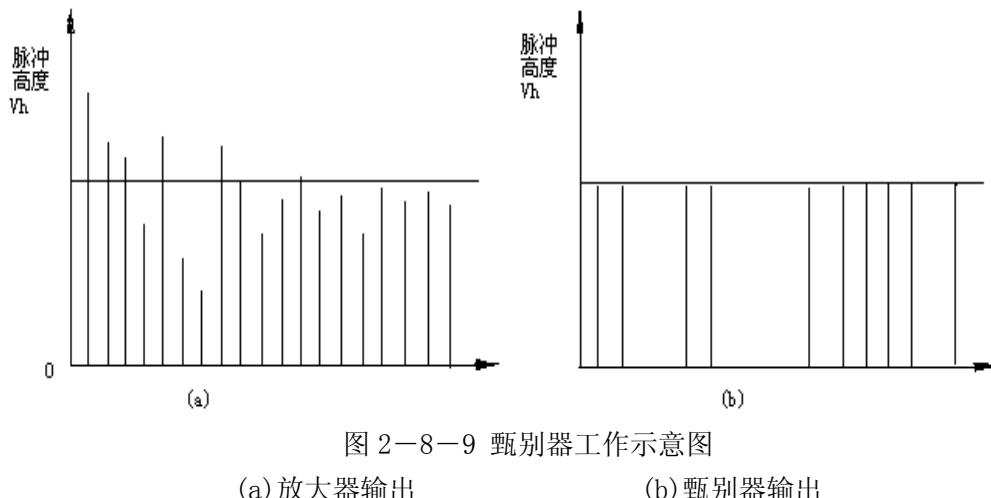


图2-8-9 甄别器工作示意图

(a) 放大器输出

(b) 甄别器输出

2. 仪器结构

(1) 实验装置简图如图2-8-9所示：

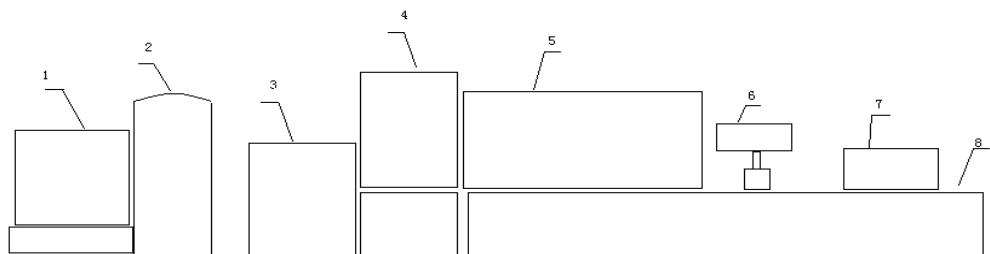


图2-8-9 实验装置简图

图中：1 计算机视屏；2 计算机主机；3 制冷系统；4 单光子计数器；5 外光路系统；6 可调亮度溴钨灯；7 灯源；8 导轨。

(1) 光源：用高亮度发光二极管作光源，波长重心500nm，半宽度30nm。为提高入射光的单色性，仪器准有窄带滤光片，起半宽度为18nm。

(2) 接收器：接收器采用CR125光电倍增管为接收器。实验采用半导体制冷器降低光电倍增管的工作温度，最低温度可达-20℃。

(3) 光路：实验系统的光路如图2-8-10所示：

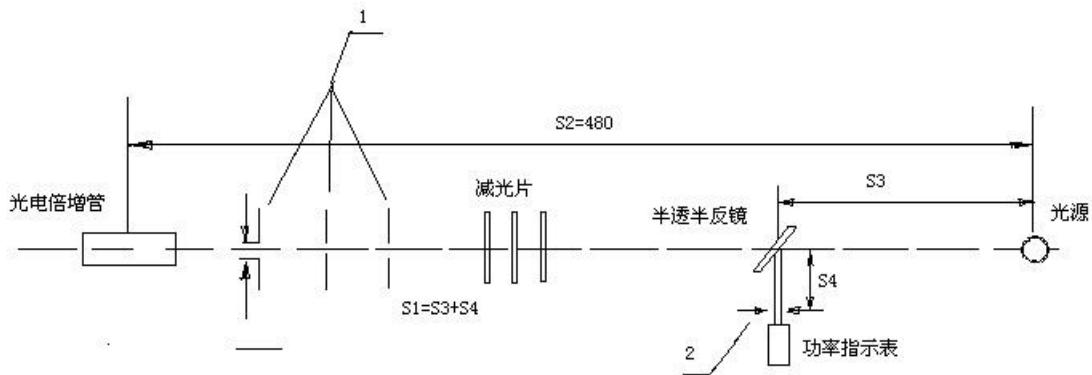


图 2-8-10 实验系统光路图

图中 1 为 $\phi 3$ 光阑，2 为 $\phi 6$ 光阑。

(2). 外光路内的组件如图 2-8-11:

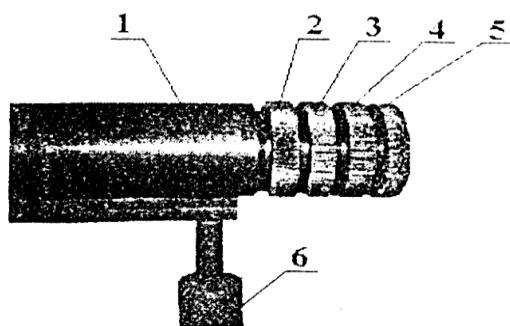


图 2-8-11 外光路组件

图中：1 减光筒；2 窄带滤光片；3 衰减滤光片；4 衰减滤光片；
5 衰减滤光片；6 磁力表座。

打开外光路 2 的上盖，将磁力表激挡光筒放入光路，目测将中心高度调成一致，并根据实验要求将窄带滤光片、衰减滤光片装在减光筒上。

(3). 制冷系统的调整

制冷器如图 2-8-12:

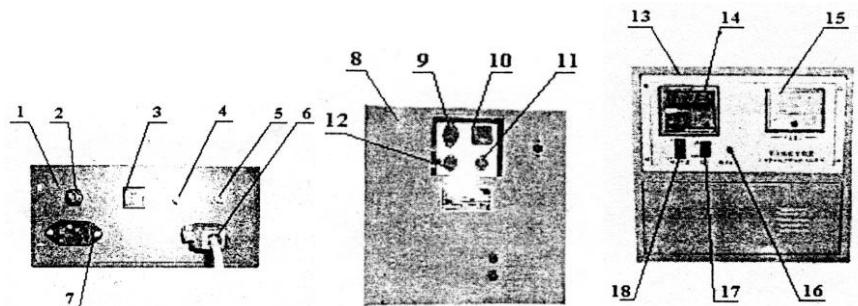


图 2-8-12 制冷器面板图

图中：1 放大器控制电路；2 保险器盒；3 电源开关；4 检控 2 (测量比较器输出)；5 检控 1 (测量前置放大器输出)；6 数据电缆；7 点源插座；8 制冷控制系统后面板；9 电源插座；10 制冷控制电缆插座；11 温度控制插座；12 保险器盒；13 制冷控制系统前面板；14 温度控制表；15 电流表；16 电源指示灯；17 制冷开关；18 电源开关。

(4). 制冷系统开机操作：

- a. 电源线分别插在放大器控制电源插座（7）及制冷控制系统电源插座（9）上。
- b. 将数据电缆（6）的另一端插在计算机数据采集板（AD板）插座上。
- c. 将制冷控制电缆分别插在制冷控制电缆插座（10）及主机制冷控制电缆插座上。
- d. 将主机上温度控制电缆插在温度控制插座（11）上。
- e. 分别打开电源开关。
- f. 调节温度控制表的温度，控制温度。
- g. 待 20 分钟后，温度达到所需温度后，可用计算机采集。

3. 开机实验：

前面分别叙述了光源、外光路、制冷器的开关及调整方法，这一节主要谈谈整机的开机方法。

(1) 按照接线图 2—8—13 将线接好，并反复检查无误。

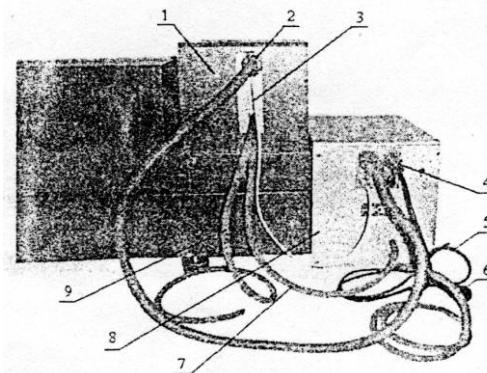


图 2—8—13 放大系统和制冷器后面

图中：1 放大系统和制冷器； 2 制冷器电源线； 3 温度检测线；
4 制冷器进水管； 5 制冷器电源； 6 连接水管； 7 出水管；
8 电源线； 9 电源插座。

(2) 按制冷器开机操作的方法将制冷器开机，等待数分钟达到待测温度后，可以启动软件测量。这里强调一点，若用户测量不需要制冷时，就不用开制冷器（室温在 20 度以下时）。

四、 实验内容

A. 采用计算机软件采集处理实验数据的方法：

计算机软件的安装（略），参见实验室软件使用说明。

计算机软件的使用（略），参见实验室软件使用说明。

1. 测量暗技术计数率 R_d 和光计数率 R_p 随光电倍增管工作温度变化的关系，研究工作温度对 R_d 和 R_p 的影响。
2. 研究光计数率 R_p 和入射光功率 P 的对应关系。

a 观察暗计数率与光电倍增管的工作电压及工作温度的关系。

b 确定光电倍增管最佳工作电压。

c 确定光子计数器的线性动态范围。

- d 研究测量时间间隔 t 与信噪比 SNR 的关系.
- e 研究白炽光源的光电子脉冲计数的统计特性.
- f 研究光电倍增管脉冲堆积效应对测量结果的影响。

B. 使用示波器测量数据的方法:

1. 用示波器观察光电倍增管阳极输出脉冲，固定光电倍增管的工作电压，将光电倍增管的输出信号输入示波器的 Y 通道。

a) 调节好示波器，观察无光信号时的波形。

b) 调节发光二极管工作电流，分别在微电流、低电流和中电流下，观察光电倍增管的输出波形。由此可观察到单光子现象和脉冲堆积现象的光电倍增管输出信号的特征。

2、观察光电倍增管输出脉冲幅度分布的微分曲线，确定甄别器最佳工作电平。固定光电倍增管的工作电压，把光电倍增管的输出信号经放大后送入甄别器，示波器或记录仪与甄别器相接，甄别器处于脉冲幅度分析（PFA）工作方式，分别观察无光和有光时的脉冲幅度分布曲线，并确定最佳甄别器的工作电压。

3、熟识甄别器各工作方式和计数器的使用。分别采用单电平、窗式、校正等工作方式测量暗计数率。计数器采用预设型计数方式和采用背景和扣除功能测量暗计数率。

4、测量光子计数系统的最低暗计数率和最小可检测光计数率。开启制冷器电源，光电倍增管工作电压不变，每隔 10 分钟测量一次暗计数率，直至暗计数率趋于不变值。

画出暗计数率-时间曲线，确定本系统的最低暗计数率 $R_{d\min}$ 。

设 $\eta = 1$ ，

$$SNR = \frac{R_p \sqrt{t}}{\sqrt{R_p + 2R_d}},$$

R 为光计数率， R_d 为暗计数率，计算时取 $R_d = R_{d\min}$ ， t 为测量时间间隔，分别计算 $t=1s, 10s, 100$ 时的最小可检测光计数率 $R_{p\min}$ ，即 $SNR=1$ 的光计数率。

5、半导体发光二极管小电流区光功率-电流特性的测定。测量用的 LED 供电电路图如图 10.4.10 所示，电源电压从零开始增加，读出数字电压表的读数，求出流过 LED 两端的电流，并记下对应的光子流量 R 。 R 与光功率成正比，因此所得的光计数率-电流特性曲线即为光功率-电流特性曲线。

*6、选作内容

(1) 在一个固定的实验条件下，测量一组（500 次）数据，用 χ^2 检验方法，检查这组数据是否合乎泊松分布，并判断本光子计数系统的稳定性。

(2) 研究光电倍增管在不同的工作电压下的暗计数率和有光信号计数率的情况，确定最高信噪比时光点倍增管的工作电压。

(3) 调节光电倍增管时，一定要关高压进行（细调除外），如带高压操作，机内容易引起高压打火，造成放大-甄别器内晶体管击穿。

(4) 对于用水冷却工质的光电倍增管制冷系统，在开启制冷电源前，冷却水必须通畅无阻。实验结束，关制冷源后，应保持冷却水继续流通 10 分钟能上能下，否则会

使制冷套内水结冰而冻裂内部水箱，对于用风冷的光电倍增长管，制冷套系统要注意通风良好，以保持良好的制冷效果。

五、注意事项

1. 开机前必须接通冷却水！对于用水冷却的光电倍增管制冷系统，在开启制冷电源前，冷却水必须通畅无阻。实验结束，关制冷源后，应保持冷却水继续流通 10 分钟能上能下，否则会使制冷套内水结冰而冻裂内部水箱，对于用风冷的光电倍增长管，制冷套系统要注意通风良好，以保持良好的制冷效果。

2. 光电倍增管要在无光环境下保存，加高压后严禁强光照射，调节光电增管高压时不能太快，不要超过一 1600V. 关机时要先降高压再关电源。

3. 设备启动步骤为：打开计算机电源，打开单光子实验计数器电源，打开软件。

4. 建立个人数据文件夹，把所有实验文件存入个人数据文件夹，应带好 U 盘，完成实验后拷贝实验文件。

六、思考与讨论

1. 分析光电倍增管噪声分布与温度的关系。
2. 单光子测量系统探测灵敏度由哪些因素确定？
3. 影响光子计数系统的测量动态范围的主要因素是什么？
4. 试问在输入光强为 $10^{-15}W$ （波长为 $6.3 \times 10^{-7} m$ ）的情况下，能否用测量光电倍增管阳极电流方法进行测量？而当光强为 $10^{-8}W$ 时，能否用光子计数的方法进行测量？

实验 2—9 金相显微镜原理及应用

利用金相显微镜来观察金属、陶瓷、晶体材料及合金内部组织与缺陷是材料研究中最基本的一种实验技术。金相显微镜常用于鉴别和分析各种金属、合金材料和非金属材料的组织机构，是金属学和材料学研究材料组织结构的必备仪器，也是科研和教学领域的得力助手。将专门的试样在金相显微镜下放大 100~1500 倍来观察、研究其组织对于缺陷的方法称为显微分析法。显微分析可以研究试样与化学成分的关系；确定各类材料经不同的加工方法和热处理后的显微组织；鉴别材料的优劣，如杂质的数量分布情况等。

一、 实验目的

了解晶体缺陷的特点；学会金相显微镜以及金相分析软件基本使用方法；了解图像处理的基本原理和方法。

二、 实验仪器

MR5000 倒置金相显微镜，计算机，《金相检验软件系统》

三、 实验原理.

原子绝对按晶格的周期性来排列的晶体是不存在的，实际晶体中或多或少都存在缺陷。晶体缺陷按线度分，有点缺陷、线缺陷和面缺陷。金属延展性的大小，晶体生长的快慢都直接与缺陷有关。点缺陷是由原子的热运动造成的，在平衡时这些缺陷的数目是一定的。缺陷的扩散不仅受晶格周期性的约束，还会发生复合现象。杂质原子的扩散系数比警惕原子的自扩散系数大。离子沿外电场方向的扩散便构成了离子导电。

晶体分单晶和多晶，多晶体是由许许多多的小晶粒构成，每个晶粒可以看成是小单晶。晶粒间界不仅原子排列混乱，而且是杂质聚集的地方。粒间界是一种性质复杂的晶体缺陷。本章只讨论单晶体的。单晶体的缺陷很多，在此只介绍一些基本的类型。

1、点缺陷

晶格中的填隙原子、空位、俘获电子的空位、杂质原子等，称为点缺陷。这些缺陷约占一个原子的尺寸，引起晶格周期性在一到几个原胞范围内发生紊乱。

(1) 弗仑克尔(Frenker)缺陷

正常格点上的原子，无时无刻不在做围绕平衡点的振动。由于存在热运动的涨落，振幅大的原子就会摆脱平衡位置而进入原子间界位置。这种由一个正常原子同时产生一个填隙原子和一个空位的缺陷称为弗仑克尔缺陷，如(图 2—9—1b)所示。可见弗仑克尔缺陷是成对产生的。空位和填隙原子是原子的热振动引起的，所以空位和填隙原子又称为热缺陷。

(2) 肖特基(Schottky)缺陷

某格点上的原子，由于热振动的涨落，某时刻它的振幅变得很大，会将最临近的原子挤跑，而自己占据着一最临近格点，在它原来的位置留下一个空位。由于该原子把能量传给了挤跑的原子，挤跑的原子也

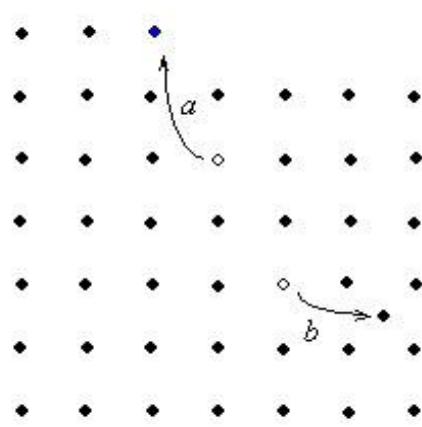


图 2—9—1 a 肖特基缺陷 b 弗仑
克尔缺陷

能将下一个原子挤跑，…，类似有一连串小球的碰撞一样，如（图 2—9—1a）所示，最表面上的一个原子位移到一个新的位置。晶体内这种不伴随填隙原子产生的空位，称为肖特基缺陷。由于肖特基缺陷产生时，伴随着表面原子的增多，所以肖特基缺陷数目较多时，晶体的质量密度会有所减小。

形成填隙原子时，原子挤入间隙所需的能量比产生肖特基空位缺陷大，一般来说，当温度不太高时，肖特基缺陷是数目要比弗仑克尔缺陷的数目大得多。

（3）替位式杂质原子

在晶体生长、半导体材料及电子陶瓷材料制备中，常常有目的地加入少量的杂质原子，让其形成替位式杂质。例如当在 $\text{Pb}[\text{Zr}_{x}\text{Ti}_{(1-x)}]\text{O}_3$ 铁电陶瓷中加入 La、Nd、Bi 等“软性”添加物，这些原子占据 Pb 的位置能提高该铁电陶瓷的介电常数，降低该材料的机械品质因数；当添加 Fe、Co、Mn 等“硬性”添加物 Zr 或 Ti 的格点，能显著提高该铁电材料的机械品质因数。

2、线缺陷

沿一平面晶体的一部分相对于另一部分发生滑移时，在滑移部分与未滑移部分的交界处，晶格容易发生错位，这种线缺陷称为位错。典型的位错有两种：一是刃位错，二是螺位错。

（1）刃位错

在滑移面上部，左边的部分已滑移了一个原子间距，而它的右边尚未动，这必然造成在这中间多挤进一层原子。从动画中最前面一层可以看出，在缺陷四周的原子基本上仍然保持了晶格排列。而在缺陷处处，由于上下两层原子数不同，局部地完全丧失了晶格排列。从整块晶体看在缺陷的最邻近都存在这种晶格缺陷。所以把在滑移面上已经滑移及尚未滑移部分的分界线称为位错，显然它是一种线状缺陷。从晶格排列情况看就好像在滑移面上部插进了一片原子，位错的位置正好是插入的一片原子的刃上，故将这种类型的位错称为刃型位错。

实际晶体的小倾角现象可以看成是由一系列刃位错排列所造成的。晶体是由倾斜角很小的两部分晶体结合而成。为了使结合部分的原子尽可能地规则排列，就得每隔一定距离多生长出一层原子面。这些多生长出来的半截原子面的顶端原子链就是刃位错，小角界晶位上的刃位错相互平行，人们曾用腐蚀法在锗单晶的小晶角上观察到了刃位错。

（2）螺位错

设想把晶体切开，使切开两部分晶体相对的滑移一个晶格后，然后再“粘牢”。经过这样的滑移后，除了 BC 线附近的部分原子外，其它绝大部分原子基本保持了原正常的晶格的排列。切线附近其它原子的错位可能比原子链的错位大，原子链是错位和非错位的分界线，我们统称原子链为螺位错。如果绕螺位错环行，就会像走坡度很小的台阶一样，从一层晶面走到另一层晶面。螺位错的名称就是由此而来。显然，螺位错就是螺旋面的旋转轴。不难看出，螺位错线与滑移方向平行，而刃位错与滑移方向垂直。

3、面缺陷

金属晶体常采取立方密积结构形式，而立方密积结构是原子球以三层为一循环的堆积方式，若把这三层原子面分别用 A、B、C 表示，则晶面的排列方式是

$$\cdots \text{ABCABCABCABC} \cdots$$

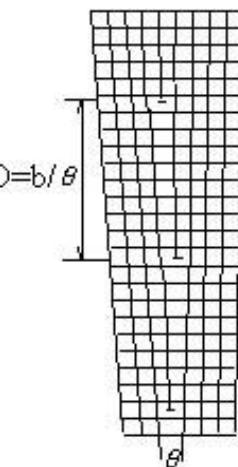


图 2-9-2 小角晶界

若某一晶面（比如 A）在晶体生长时丢失，原子面的排列为

$$\cdots \text{ABCABC} \dot{\text{B}} \text{CABCABC} \cdots,$$

加 \cdot 的 B 晶面便成了错位的面缺陷。若从某一晶面开始，晶体两部分发生了滑移，比如从某一 C 晶面以后整体发生了滑移，C 变成 A，则晶面的排列方式可能变为

$$\cdots \text{ABCAB} \dot{\text{A}} \text{BCABC} \cdots$$

加 \cdot 的 A 面成了面缺陷。

这一类整个晶面发生错位的缺陷称为堆垛层错。

四、金相显微镜原理及使用方法

1. 显微镜的成像原理

显微镜不象放大镜那样由单个透镜组成，而是由两级特定透镜所组成。靠近被观察物体的透镜叫做物镜，而靠近眼睛的透镜叫做目镜。借助物镜与目镜的两次放大，就能将物体放大到很高的倍数（~2000 倍）。图 2-9-3 所示是在显微镜中得到放大物像的光学原理图。

被观察的物体 AB 放在物镜之前距其焦距略远一些的位置，由物体反射的光线穿过物镜，经折射后得到一个放大的倒立实

象 A'B'，目镜再将实像 A'B' 放大成倒立虚像 A"B"，这就是我们在显微镜下研究实物时所观察到的经过二次放大后的物像。

在设计显微镜时，让物镜放大后形成的实像 A'B' 位于目镜的焦距 $f_{\text{目}}$ 之内，并使最终的倒立虚像 A"B" 在距眼睛 250mm 处成像，这时观察者看得最清晰。

透镜成像规律是依据近轴光线得出的结论。近轴光线是指与光轴接近平行（即夹角很小）的光线。由于物理条件的限制，实际光学系统的成像与近轴光线成像不同，两者存在偏离，这种相对于近轴成像的偏离就叫做像差。像差的产生降低了光学仪器的精确性。按像差产生原因可分为两类：一类是单色光成像时的像差，叫做单色像差。如球差、慧差、像散、像场弯曲和畸变均属单色像差；另一类是多色光成像时，由于介质折射率随光的波长不同而引起的像差，叫做色差。色差又可分为位置色差和放大率色差。

透镜成像的主要缺陷就是球面差和色差（波长差）。球面差是指由于球面透镜的中心部分和边缘部分的厚度不同，造成不同折射现象，致使来自于试样表面同一点上的光线经折射后不能聚集于一点（图 2-9-4），因此使映像模糊不清。球面像差的程度与光通过透镜的面积有关。光圈放得越大，光线通过透镜的面积越大，球面像差就越严重；反之，缩小光圈，限制边缘光线射入，使用通过透镜中心部分的光线，可减小球面像差。但光圈太小，也会影响成像的清晰度。色差的产生是由于白光中各种不同波长的光线在

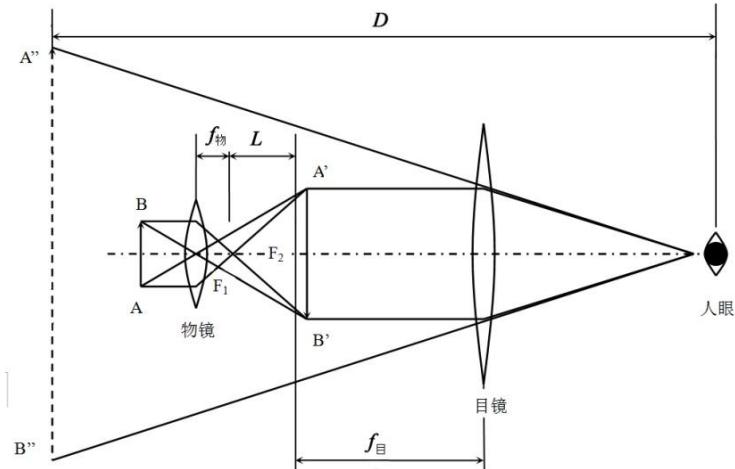


图 2-9-3 显微镜原理图

穿过透镜时折射率不同，其中紫色光线的波长最短，折射率最大，在距透镜最近处成像；红色光线的波长最长，折射率最小，在距透镜最远处成像；其余的黄、绿、蓝等光线则在它们之间成像。这些光线所成的像不能集中于一点，而呈现带有彩色边缘的光环。色差的存在也会降低透镜成像的清晰度，也应予以校正。通常采用单色光源（或加滤光片），也可使用复合透镜。如图 2-9-4 所示。

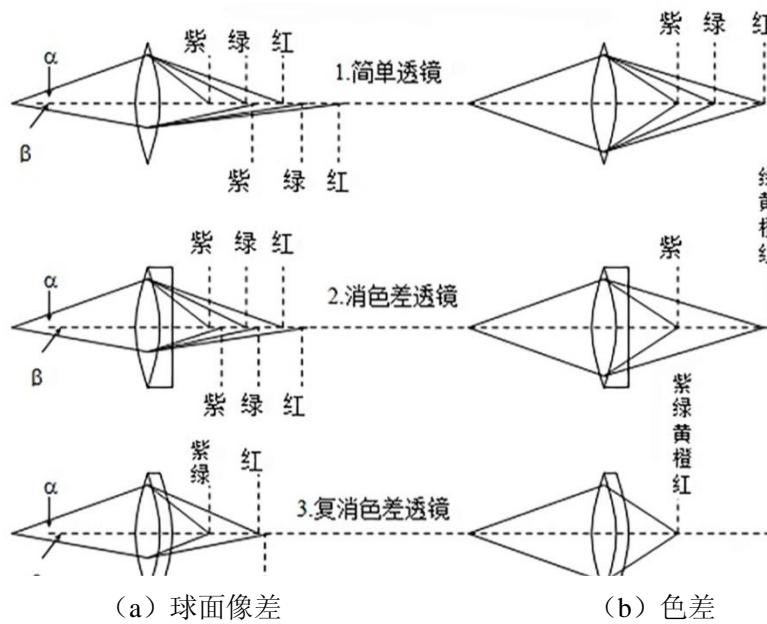


图 2-9-4 透镜产生像差的示意图

2. 金相显微镜结构及原理

MR5000 倒置金相显微镜系统如（图 2-9-5，图 2-9-6）所示。

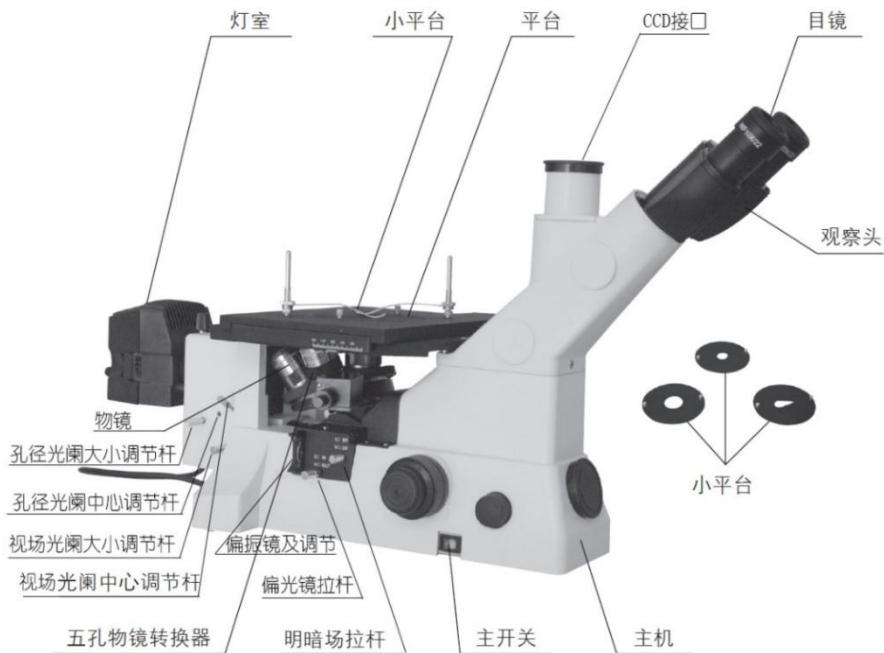


图 2-9-5 金相显微镜系统左视图

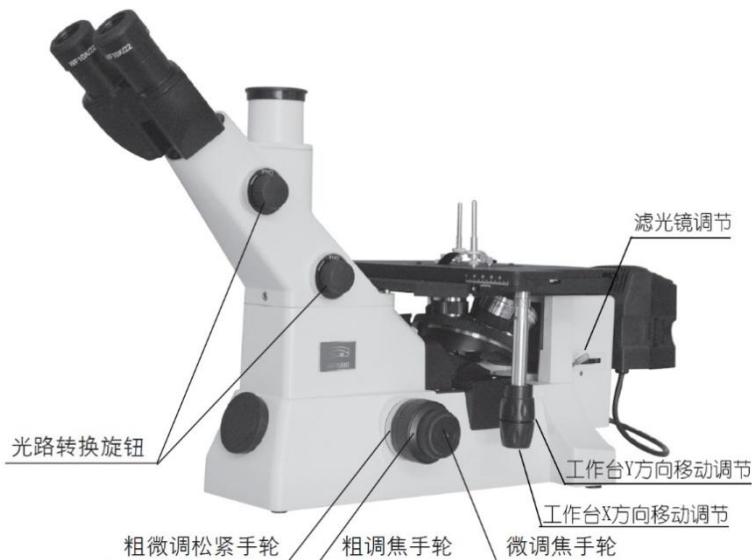


图 2—9—6 金相显微镜系统右视图

图 2—9—5 和图 2—9—6 中标示出了金相显微镜的主要部件和调整旋钮。

金相显微镜主要观察的是不透明物体，用以研究材料的金相组织。由于被观察的试样大小不一，因此，将载物台位于镜架上方，以利于试样放置并能使试样表面与仪器光轴的垂直。同时，被观察物体是不透明的材料表面，所以必须利用电源照明才能使用。

(1) 机械系统主要部件

金相显微镜的机械系统主要有显微镜的调焦装置和载物台。在显微镜的镜体两侧有粗调和微调调焦手轮，通过内部齿轮转动，使支撑载物台的弯臂作上下运动。载物台用于放置金相试样，与下面托盘之间有导架，可以在水平面的一定范围内十字定向运动，以改变试样的观察部位。

① 主机底座 起支撑整个镜体的作用

② 照明灯室 照明设备装于底盘内。光源前有聚光镜组(一)，反光镜及孔径光栏，安装在圆形底盘上，聚光镜组(二)及视场光栏安装在物镜支架上，它们组成显微镜的照明系统，使试样表面获得充分、均匀的照明。

③粗调焦装置 粗动手轮安装在镜体齿轮箱的两侧，使支承载物台的弯臂作上下升降。在粗动手轮之一侧，附设有制动环，用以紧固调焦正确后的载物台位置，使不易受到偶然震动而变异，尤以用于显微照相时的必要有效装置。如需紧固载物台不动，可将制动环按右螺旋方向旋紧，如需再调节粗动手轮，则必须先将此环以反方向旋松，否则易损坏机件。

④ 微调焦装置 微动手轮与粗动手轮同轴，用于使显微镜本体沿着滑轨缓慢移动。

⑤ 载物台(小平台) 放置试样用的机械载物台是显微镜的重要部件。常见的载物台为圆形，位于镜架上方，利于放置各种几何形状试样进行观察。通过 X(Y) 方向移动手柄可以使载物台在水平面上一定范围内作十字定向移动。载物台上还备有弹簧压片。

⑥ 孔径光栏和视场光栏 调整孔径光栏能够控制入射光束的粗细，以保证物像达到清晰的程度。视场光栏的作用是控制视场范围，使目镜中视场明亮而无阴影。可以调节视场大小，且使光栏中心与光轴重合。

⑦ 物镜转换器 这是快速更换物镜的装置。转换器呈球面形，上有三个螺孔符合互换性，可安装不同放大倍数的物镜，旋转转换器可使各物镜镜头进入光路，与不同的目镜搭配使用，可获得各种放大倍数。

⑧ 目镜 呈倾斜 45° 单管形式，可随时拆卸，也可接合照相设备作金相照相之用)。

⑨ 物镜 显微镜的物镜通常为本型号显微镜专用的，一般不适用于其他显微镜。不同倍率物镜的镜筒上又标识，以示区别。

(2) 照明系统

照明系统一般包括光源、照明器、光栏、滤色片等。金相显微镜中的照明法，对观察、照相、测定结果质量是重要的影响因素。正确的照明法不能降低亮度和分辨率，进行照明时不能有光斑和不均匀。

各组件的要求、结构(类型)及作用分述如下：

① 光源 对光源的要求是强度要高，亮度要均匀、稳定，发热程度不宜过高，在光源周围要有吸热、散热装置；光源位置(上、下、前、后、左、右)和光的强度可调节。

A. 光源的种类 目前金相显微镜中应用最多的是白炽灯和氘灯，此外还有碳弧灯、卤素灯、水银灯、单色灯等。

B. 光源的使用方法 显微镜光源有临界照明、科勒照明、散光照明和平行光照明四种不同的照明方法。

a. 临界照明 把光源的像聚焦在试样表面上，此法优点是亮度高，缺点是光源成像在试样表面，产生不均匀的照明(如图 2-9-7)。

b. 科勒照明 这种照明的特点是光源一次像借助于灯聚光器聚焦在孔径光栏处。孔径光栏与光源的一次像一起聚焦接近物镜的后焦面上，视场光栏成像在试样表面上。这种照明方式的光线比较均匀，不受灯丝开头影响，是常用的照明方式(图 2-9-8)。

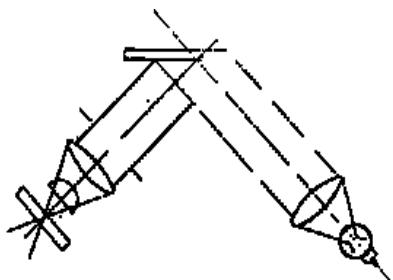


图 2-9-7 临界照明

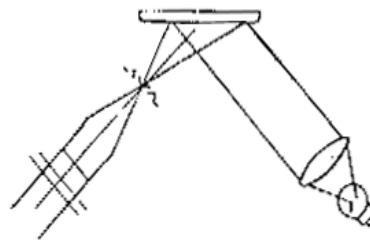


图 2-9-8 科勒照明

c. 散光照明 科勒照明用绕丝灯泡作光源，钨丝的投影必然重迭在物象中心，造成中心暗些。为克服此不足，在聚光透镜和孔径光栏之间放一毛玻璃，使发生散射，加强中心部分的照明，这就是散光照明，适用于强光源的低倍观察与摄影。

d. 平行光照明 将点光源置于透镜焦点上，经透镜后得到平行的光束，平行光照明效果差，主要用于暗场照明。

C. 照明器 金相显微镜的光源一般置于镜体侧面，与主光轴成直角相交。因此，需要一个垂直照明器，使光路垂直换向。由于观察目的不同，金相显微镜采光方式也不一样，可分为明场和暗场照明两种。

a.明场照明 它使显微组织的平面区为明亮区，倾斜面区为暗区，垂直照明器将来自光源的光线转向，垂直照射到试样表面，其反射光线再经物镜、目镜成像。如图 2-9-9 所示

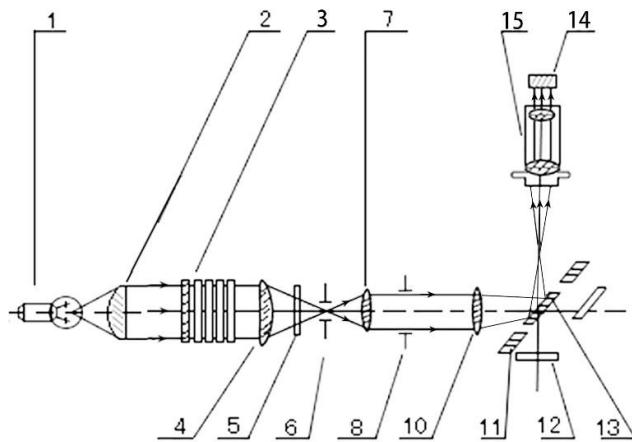


图 2-9-9 明场光路示意图

b.暗（视）场照明的光路行程 该方式所得映像的黑色白色区正好与明场相反，对于观察倾斜面区有较好的鉴别率，常用于非金属夹杂物的鉴定等。图 1-14 是暗（视）场工作原理的光路行程简图。光线经聚光镜获得平行光束，经环形光栏（或遮光反射镜）后变为环形光束，再由暗场环形反射镜垂直反射。环形光线不经物镜而直接照射到罩在物镜外面的曲面反射镜上，以极大的倾角反射到试样表面上。当试样表面为平整镜面时，射到试样上的光线仍以极大的倾角反射回来，它们不通过物镜，故目镜筒内看到一片黑暗；当试样表面有凹凸不平的显微组织或夹杂物时，会造成光线的漫反射，部分漫反射光线通过物镜，使黑暗的背景上显示出明亮的映像。暗场成像与明场成像的差别在于：明场中试样的入射光经物镜，反射光的倾角不大，也经物镜；而暗场中，试样的入射光不经物镜，反射光倾角极大。当试样表面平整时，反射光不经物镜，当试样表面凹凸不平、产生漫反射时才经物镜。如图 2-9-10 所示。

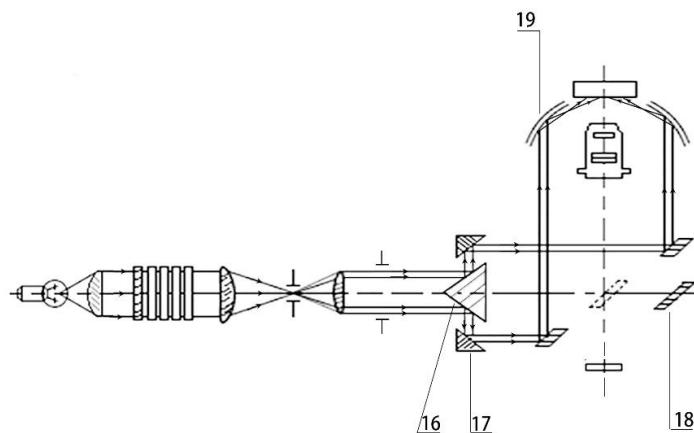


图 2-9-10 暗场光路示意图

② 光栏 在金相显微镜的光路系统中，一般装有两个光栏，靠近光源的称孔径光栏；另一个称视场光栏。光栏的作用是改善映象质量，控制通过系统的光通过量和拦截

系统中有害的杂散光等。

A. 孔径光栏 调节入射光束的粗细。缩小孔径光阑可减小球差和轴外像差，使映像清晰；但会使物镜的分辨能力降低。理论上合适的孔径光阑大小应以光束刚刚充满物镜后透镜为准。

B. 视场光栏 视场光栏在孔径光栏后，其所在位置为经光学系统后成像于金相磨面上。因此，调节视场光栏可改变视域的大小，而不影响物镜的分辨率。缩小视场光栏可减少镜筒内的反射光和眩光，提高映像衬度。观察时宜将视场光栏调节到与目镜内视域同样大小。有时为了集中观察试样上某一细微组织，会将视场光栏缩小到刚好能包围这一部分以提高观察效果。摄影时则以调节到画面尺寸为限。

③ 滤色片 滤色片的作用是允许白色光波中一定波长的光通过，吸收其它波长的光。滤色片是金相摄影时一种重要的辅助工具，用以得到优良的金相照片。使用滤色片的主要目的是：

A. 增加映像衬度，或提高某些彩色组织细微部分在黑白摄影时的分辨率，如经染色的金相试样在显微镜下可观察到鲜明的彩色映像。但采用黑白片摄影时，往往因其明暗差别小而得不到理想的衬度，此时需借助滤色片来改进衬度。

B. 校正残余像差，由于消色差物镜的像差校正仅在黄绿波段较完善，故使用时应配用黄绿色滤色片。

C. 得到较短波长的单色光以提高分辨率，光源的波长愈短，物镜的分辨率愈高。如采用 $\lambda=440\text{nm}$ 的蓝光，将比用 $\lambda=550\text{nm}$ 的黄绿光具有更高的分辨率。

五、实验内容与步骤

1、金相显微镜的调整：

(1) 显微镜体

打开光源：接通电源，顺时针转动调光手轮 2，升高电压，增加光强；逆时针转动调光手轮，降低电压，减弱光强。调节粗调松紧调节环，使调节粗调焦手轮的松紧度合适，物镜转换器不能自行下降，避免样品也很快自行偏离焦点。（逆时针方向转动粗调松紧调节环，粗调焦手轮紧度增加；顺时针方向转动时，紧度降低。）

(2) 载物平台调整

① 将试样放到小平台中心。（试样抛光面向下）

② 转动横向（X）移动手轮和纵向（Y）移动手轮移动试样，使试样移到所需的位置。（行程量： $40\text{mm} \times 40\text{mm}$ ）。

(3) 双目观察镜筒调整

① 调节视度

A. 用 10X 物镜通过旋转粗调焦手轮和微调焦手轮对样品聚焦；

B. 然后转至 5X 物镜观察，若不能聚焦则分别通过调节左右两目镜上的视度调节环达到聚焦；

C. 重复步骤 1、2 直到两眼同时看清样品的图像。

② 调节瞳距

双眼观察时，握住左右棱镜座绕转轴旋转，来调节瞳距，直到双目观察时，左右视场合二为一，观察舒适为止。

③ 切换光路

使用数码摄影，CCD，135 摄影时，应分别转动上下旋钮进行光路切换，选择所需要的光路。

进行普通观察时，把上下旋钮分别转至空位，确信移到了“咔哒”声的位置。当用上摄影接筒进行摄影或摄像时，把上旋钮转至“PHO”，也要确信移到了“咔哒”的位置。当用下摄影接筒 2 进行摄影或摄像时，把下旋钮转至“PHO”，确信移到了“咔哒”的位置。

适用情况见下表：

光路切换钮	光强比例	应用
上下旋钮均在空位	100%用于双目观察	暗样品观察
上旋钮在“PHO”位。	80%用于双目观察, 20%用于 摄像/摄影	亮试样观察、电视、显微 照相或数码摄像
下旋钮在“PHO”位	100%用于摄像/摄影	显微照相或数码摄像

(4) 照明装置调整

①灯丝的调整，如图 2-9-11 所示。

A. 将灯室调校物镜 1 旋入转换器的螺孔内，并将其转入光路(同转换其它物镜方法)。旋转 1 上的外壳将出射光方向调整到人眼能看到的位置。

B. 打开光源。旋转灯室上的调整螺钉 4，使在灯室调校物镜 1 中看到的灯丝的像在整个视场中心即可（目视）。

C. 将任意物镜转入系统，放上试样。拧松并拨动聚光镜调整螺钉 3，在目镜中观察，直到整个视场亮度均匀为止，然后拧紧聚光镜调整螺钉 3。

②滤色片的使用

根据需要选择使用合适的滤色片，可以更有效地对样品进行观察和照相。

③孔径光栏调节

观察时，孔径光栏决定了照明系统的数值孔径。只有照明系统的数值孔径与物镜的数值孔径相匹配，才能获得更好的图像分辨率与反差，并能加大景深。

A. 通过拉动孔径光阑大小调节杆，可以将孔径光阑调整到需要的大小位置。

B. 如需要调节孔径光阑中心，就需要去掉目镜，通过双目筒观察 50X 物镜，同时拉动孔径光阑大小调节杆，会看到视场中有亮光闪动，依据闪动的光圈与视场光栏的边缘比较判断其中心，然后用内六角扳手调节孔径光阑中心调节螺钉，直到视场光阑与孔径光阑大小相同时，几乎重合为止（此操作时视场光阑须调节到中心）。

④调节视场光栏

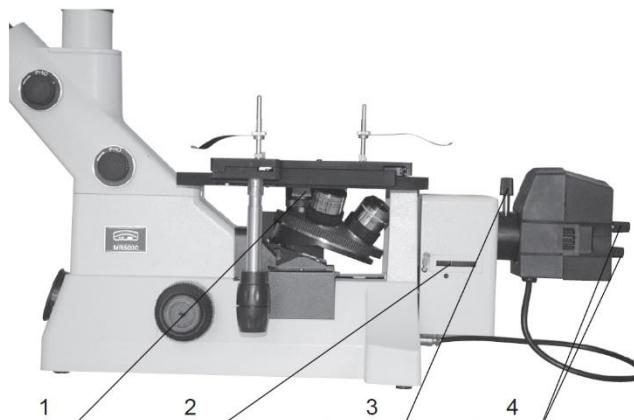


图 2-9-11 灯丝调节示意图

A. 调节视场光阑中心调节杆（两侧），通过双目观察，将视场光阑调节到中心（如果想更精确的调节视场光阑的中心，可将视场光阑打到适当的大小，然后用 10X 十字分划目镜精确测量其位置，通过视场光阑中心调节杆，把视场光阑调节到中心即可）。

B. 通过拉动视场光阑大小贴揭拉杆，可以将视场光阑调整到需要的大小位置。

⑤照明方式的选择和操作

A. 明视场垂直照明

a. 把孔径光阑调到光轴中心（出厂时已调好，若有变动，则按前述方法调节），打开到适当位置。

b、将垂直照明器调节到明场观察。如图 2-9-5 中偏振光拉杆处于 OUT 位置，明暗场拉杆处于 BF 位置。

★切忌：先将拉杆 2 处于 OUT 位置，再将拉杆 1 处于 BF 位置。

c、观察成像调整视场光阑中心并开到适当位置，在明场下所看到的是一片清晰平坦的图像，能真实的表示出样品的各种组织或结构。

B. 暗视场垂直照明

为了确定晶粒、小杂质的界限，它们的反光系数接近主要物件的反光系数，使用暗视场观察。

a、把孔径光阑开到最大。

b、把视场光阑开到最大。

c、将垂直照明器调节到暗视场观察。如图 2-9-5 中偏振光拉杆处于 OUT 位置，明暗场拉杆处于 DF 位置。

★切忌：先将拉杆 2 处于 OUT 位置，再将拉杆 1 处于 DF 位置。

在暗视场照明下，试样的平坦光泽部分应该是黑暗的，而在光线漫射的试样微小凹凸地区是明亮的，所以在暗场照明下视场的像与明场照明下的像黑白正好相反。

C. 偏振光

将图 2-9-5 中明暗场拉杆处于 BF 位置，偏振光拉杆处于 IN 位置。将起偏镜插入垂直照明器的槽内，转动偏振镜起偏手轮，视场成最大暗度时（起偏手轮刻度为 0° 或 180°）说明已正交（起偏镜只可在偏光和微分干涉状况下使用）。

（5）微分干涉的调节、物镜测微尺的使用等详见仪器说明书

2. 显微摄影与金相分析软件

（1）显微摄影设置

本实验中使用上接筒，将上旋钮旋至“PHO”位，下旋钮旋至空位。用 80% 的光强进行双目观察，成像清晰后，观察通过 CCD 与显微摄像系统连接的 CCTV 视频上的成像。

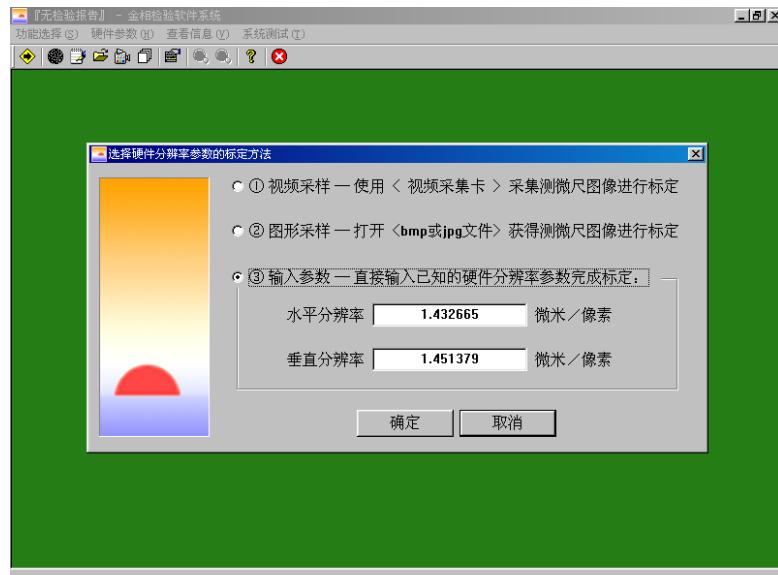
（2）金相分析软件使用

实验使用的金相显微镜配有《金相检验软件系统》，其是为从事金相检验的单位或个人专门开发的一套计算机软件系统，它的基本原理是：用视频采集卡或数码相机等硬件设备，采集到金相显微镜中的金相图片，再对该图片进行处理和分析，以检验标准为依据，具有百余个类别两百余种软件功能模块，用户可根据需要，选择检验项目，完成检验工作，得到相关检验结果。该软件的主要功能如下有：自动评级（自动评级、辅助评级和比较评级）、新建报告、打开报告、几何测量、查看图库、定倍打印、脱机拼图以及动态测量等。

在 DirectX 支持的采集卡和摄像头的视频影像上进行测量！无需将图片采集过后，可以直接在画面上进行实时、动态的测量，与静态测量相比较，增加了方便性和实用性！

①初始设置：

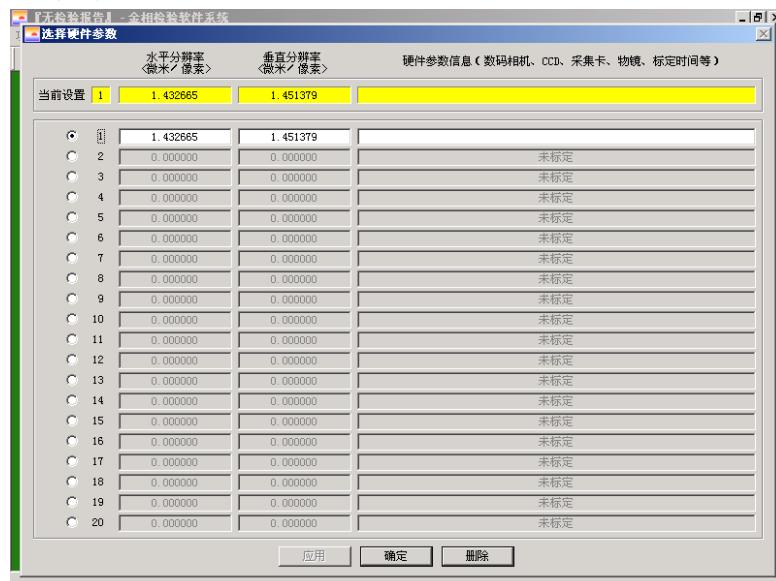
软件启动后，用户将根据提示，确定当前硬件参数值，可以立即进行测试，也可人工输入。具体界面如下图所示



根据需要选择功能。首次进入软件时需要设置硬件参数。

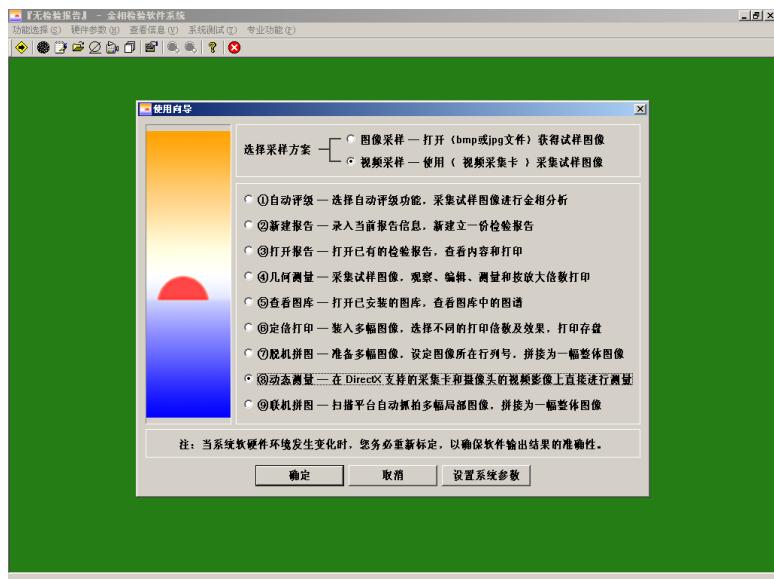
②设置硬件参数：

该主要功能包含“选择或输入硬件参数”和“采集测微尺图像标定”界面，“选择或输入硬件参数”，该功能可让用户选择已经保存的参数值，也可以输入具体的硬件参数值。界面如下图所示：



③软件核心功能

软件设立了“使用向导”(下拉菜单—工具选择中的第一项，也是工具条的第一项)，它将引导用户完成所需工作，软件的主要核心功能均集于其中，“使用向导”界面如下。



选择采样方案:

软件提供两种视频采集方案，用户必须选择一种，系统将采用此方案采集金相图片：

- A. 图像文件装入：装入保存在计算机磁盘上的 BMP 或者 JPE 格式的图像文件。
 - B. 视频采集卡方式：使用视频采集卡，捕捉 CCD 摄像头中的数码图像。

然后一般选择“几何测量”进行图像采集、图像预处理和图像编辑及测量等处理。

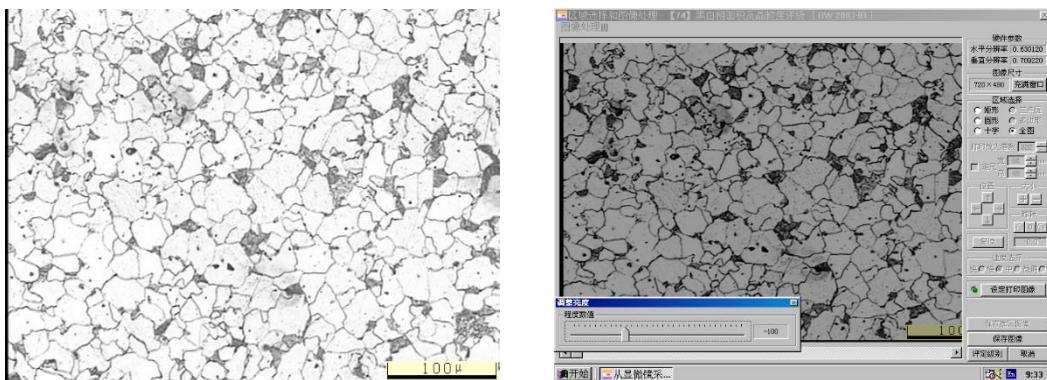
④实际操作示例

晶粒度评级 (模块 【74】黑白相面积及晶粒度评级):

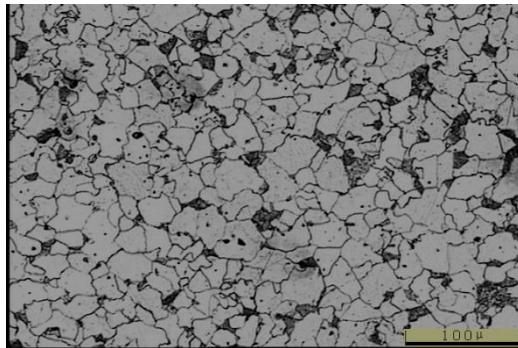
以下是分析一副金相图片的过程。使用者需要求得该金相图片的黑色和白色晶粒的晶粒度。本次分析使用软件的 74 号分析模块进行。

采集的原始图片：

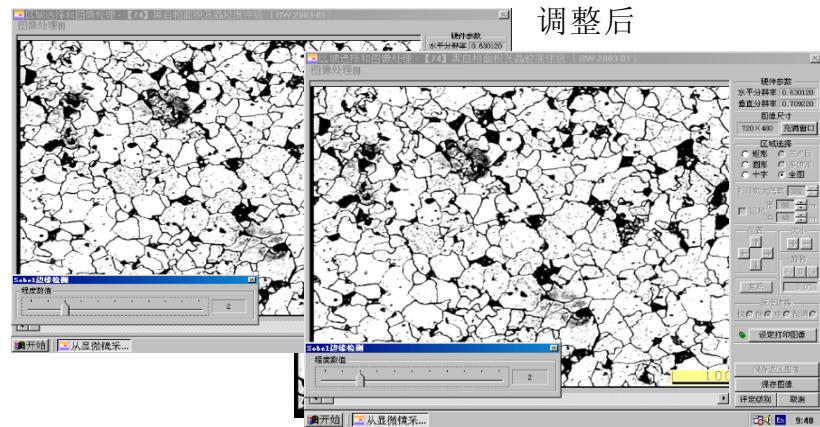
第1步，亮度调整到-100：



调整后效果如下：



第 2 步，对比度调整到 100：



调整后

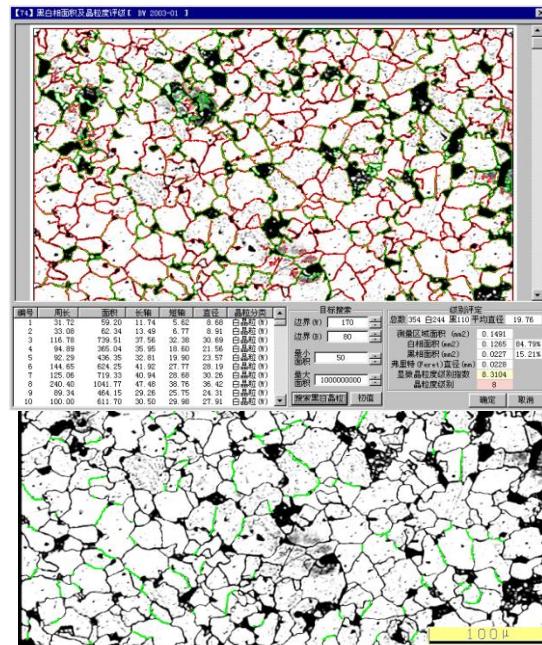
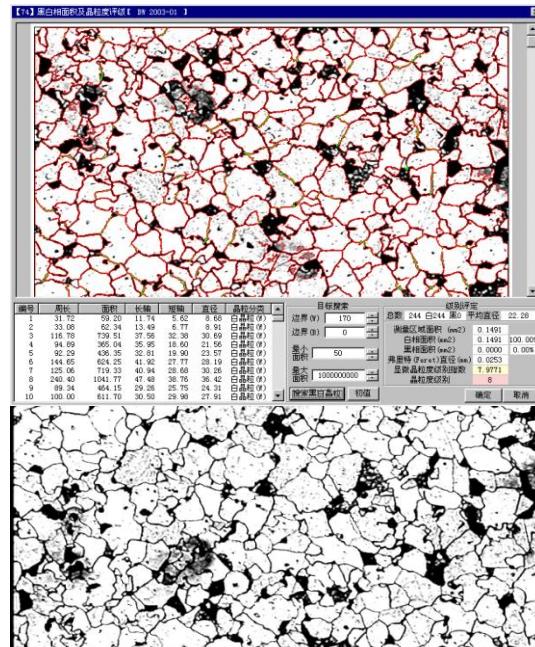
效果如下：

调整后效果如下：

第 3 步，Sobel 边缘检测：

第 4 步，手工描绘晶界（绿色部分）：

第 5 步，自动评级-搜索白晶粒（将边界 B 设为 0）： 第 6 步，自动评级-同时搜索黑白晶粒
(将边界 B 设为 80)



六、实验内容

- 参考金相显微镜使用说明书和金相检测软件系统使用说明书，学习和熟练掌握显微镜各项功能及调节方法；熟悉金相检测软件系统的功能和使用方法。
- 根据不同待测样品的表面性质，分别拍摄明场照明和暗场照明的样品表面图像。
- 利用金相检测软件对拍摄的图像进行相关的图像处理、分析和测量，判断样品的属性。
- 选择几幅拍摄的图像，用软件做噪声滤除、灰度及对比度调整、边缘检测等各种处理，了解数字图像处理方法及特点。

注：

- 金相检测软件中大量使用数字图像处理的方法，课前应自学一下数字图像处理的相关知识。

2. 金相显微镜使用说明书和金相检测软件系统使用说明书可到食盐市场是网站下载，或到实验室阅读。

附录：金相试样的制备

为了对金相显微组织进行鉴别和研究，需要将所分析的材料制备成一定尺寸的试样，并经过磨制、抛光、腐蚀等工序，最后通过金相显微镜来观察和分析金属显微组织状态和分布。

金相样品制备质量的优劣直接影响到观察的结果。如果样品的制备不符合特定的要求，就有可能由于出现假象而产生错误的判断，致使整个分析过程得不到正确的结论。为了得到满足要求的试样，需要一系列的制备过程，主要包括取样、磨制、抛光、腐蚀等几个主要工序。

1、取样：

显微试样的选取要根据研究的目的，取具有代表性的部位，如零件失效分析的试样，应该根据失效的原因，分别在材料失效部位和完好部位取样，以便于对比分析。对铸件，必须从表面到心部，从上部到下部观察其组织差异，以了解偏析情况，以及缩孔疏松及冷却速度对组织的影响。确定好部位后，就可以把试样拿下来。通常情况下，金相试样的大小以便于握持、易于磨制为准。通常显微试样为直径 15mm、高 15~20mm 的圆柱体或边长为 15~25mm 的立方体。

对于形状特殊或尺寸细小不易握持的试样，要进行镶嵌或机械夹持。

2、磨制：

磨制分为粗磨与细磨。

粗磨的目的是为了平整试样，同时去掉截取时有组织变化的部分。钢材试样的磨制一般在砂轮上进行，在磨制时应尽可能减少表层损伤，以便于进行下一道工序。此过程要注意防止金属过分发热。

试样表面平整后用水冲洗擦干，就完成了粗磨。

经过粗磨后的试样表面看起来虽然比较平整，但仍有很深的磨痕，细磨的目的是消除粗磨时留下的较深的磨痕，为下一步抛光打好基础。

细磨通常是在一套粗细不同的金相砂纸上进行的，金相砂纸的粒度由粗到细的号数依次为：180、280、320、0、01、02、03、04、05。金相砂纸的选择根据试样的材料和要求而定。

细磨时将砂纸平铺在玻璃板上，试样在砂纸上沿一个方向磨削，尽量使试样受力均匀，保证磨面平整，在向前推进时进行磨削，然后试样抬起，在回程中不与砂纸接触，直到在磨面上只剩下一个方向的磨痕为止；然后换细一级的砂纸，用下一级砂纸时将试样旋转 90°，与上一道磨痕垂直，直到把上一道砂纸产生的磨痕全部消除为止。在贴有不同型号的预磨机上磨制可以加快磨制速度。

3、抛光：

抛光的目的是要尽快把磨光留下的细微磨痕成为光亮无痕的镜面，金相试样的抛光基本分为机械抛光、化学抛光、电解抛光三类。

机械抛光要在专用的抛光机上进行，。抛光机主要由电动机和水平抛光盘组成，转速 300~500r/min。抛光盘上铺有细帆布、呢绒、丝绸等抛光织物。抛光上在抛光盘上不

断喷洒抛光液，抛光液要根据试样的材料选择。抛光时试样磨面均匀地压在旋转的抛光盘上，并沿盘的边缘到中心不断地做径向往复运动，一般需要3~5分钟。抛光结束后用水冲洗式试样，然后用棉花擦干或用吹风机吹干。

电解抛光是利用化学作用在试样表面形成一曾“薄膜层”而获得光滑平整的镜面。这种抛光方法在工厂和研究单位中已广泛运用。

化学抛光的原理与电解抛光类似，是化学药剂对试样表面不均匀溶解的结果。

4、浸蚀：

试样机械抛光后，在显微镜下，只能看到光亮的磨面及夹杂物等。要对试样的组织进行显微分析，还必须让试样经过浸蚀。

常用的浸蚀方法是化学浸蚀法。它的主要原理是利用浸蚀剂对试样表面的化学溶解作用或电化学作用来显示试样的组织。

纯金属及单相合金的浸蚀是一个化学溶解的过程。由于晶界上原子排列不规则，具有较高自由能，所以晶界易受浸蚀而呈凹沟，使组织显示出来，在显微镜下可以看到多边形的晶粒。若浸蚀较深，则由于各晶粒位向不同，不同的晶面溶解速率不同，浸蚀后的显微平面与原磨面的角度不同，在垂直光线照射下，反射进入物镜的光线不同，可看到明暗不同的晶粒。

两相以上合金的浸蚀主要是一个电化学浸蚀过程。由于组成相的成分不同，所以电极的电位也不相同，在浸蚀剂中，形成极多微小的局部电池。具有较高负电位的一相成为阳极，被溶入电解液中而逐渐凹下去；具有较高正电位的另一相为阴极，保持原来的平面高度。在光线的照射下，由于试样表面的凹凸不平，对光线的反射程度也不相同，因而在显微镜下可清楚地显示出合金的组织及组成相。

浸蚀方法通常是将试样磨面浸如浸蚀剂中，也可以用棉花沾上浸蚀剂擦拭表面，一般使试样表面发安就可以。浸蚀完以后立即用清水冲洗，然后用棉花沾上酒精擦拭磨面并吹干。

经过以上工序，金相试样制备完成，就可以在显微镜下进行组织的观察和分析。

实验 2-10 声光作用—液体中的超声光栅

超声波指的是频率高于音频的机械波，通常是以弹性纵波的形式在介质中传播。频率在 20KHZ 以上，一般可达 106MHZ，超声仍遵循声学规律，超声波比 X 光的穿透能力强得多，可以进入对电磁波吸收很强的介质。超声波通过介质时，介质中的原子或分子的异常信息，就会调制在声波上，可供观测。探索物质的声子效应与内部的精细结构，形成科学的研究的一种手段。同时，一门新兴科学——声光学已经迅速发展和应用。超声对光的衍射，就是这个领域具有代表性的实验。

超声在介质中的传播特性，一般用声速和声强衰减系数两个物理量来描述。测量超声速度有其重要意义。精确测量该物理量可以研究介质中能量的吸收和转移过程。由超声测量求得的温度和能量传输稀疏，已在喷气机的设计和核反应的快中子增殖方面得到了重要应用。氢气中声速的准确测定导致了声温度计的发明，使之成为低温温度的绝对标准。测量声速可以确定绝热压缩系数，计算比热等。

一、实验目的

- 1、用光学方法观测超声场
- 2、测量超声波在液体中传播的波长和波速
- 3、学习声光学的设计思想及其基本的观测方法。

二、实验原理

当一束平面超声波在液体中以纵波的形式传播时，其声压使液体分子产生周期性的变化，促使液体的折射率也相应的作周期性的变化，形成所谓疏密波。这种疏密波也是折射率梯度传播的一种模式，形成的层次结构就是超声场的图像。此时，若由平行单色光沿着垂直于超声波传播的方向通过这疏密相同的液体时，就会被衍射。这一作用，类似光栅，所以称为超声光栅。

由于光速远大于声速，光线很快地通过了超声场，而折射率不同层次所形成的“超声光栅”可以认为是不动的。这样形成的超声光栅对光的衍射可表示为：

$$\Lambda \sin \theta_k = k\lambda \quad (2-10-1)$$

上式中 Λ 和 λ 分别为超声和光的波长， θ 为 k 级衍射角。

如果已知光波波长 λ ，通过测量衍射 θ_k ，即可求出液体中超声波波长 Λ ，再测出超声振动的频率 v ，就能够求出声波在液体中的传播速度 v

$$v = \Lambda v \quad (2-10-2)$$

三、实验仪器

1. 组合光具（He-Ne 激光光源、扩束器、准直透镜、成像物镜、光具座，大屏幕及毛玻璃屏等）。
2. 超声源器具（高频信号发生器、高频功率放大器、式样杯及附件）。
3. 测量工具（米尺、钢卷尺、频率计[可用 E323A 型通用计数器]）。

四、实验装置

超声衍射实验观测使用的光路装置，类似于夫琅和费（Fraunhofer）衍射，如图 2-10-1。

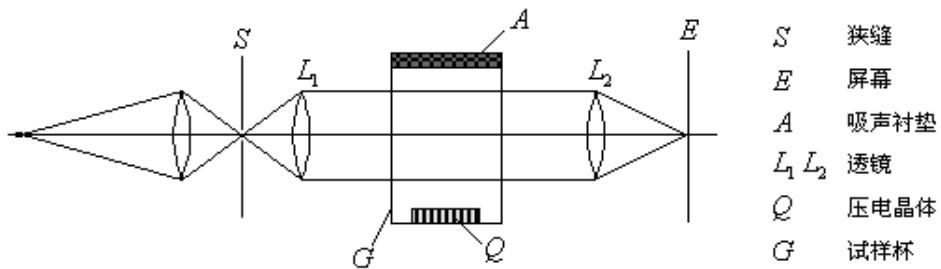


图 2-10-1 观察液体中超声单行波所引起的衍射花样装置

其装置观察行波场时，须在试样上加反射波吸收器（吸声衬垫），并在频闪器的配合下进行，否则难以避免回波干扰。驻波的衍射相当于往返两个行波衍射的叠加，其衍射光频谱的角分布与行波衍射相类似如图 2-10-2 所示。

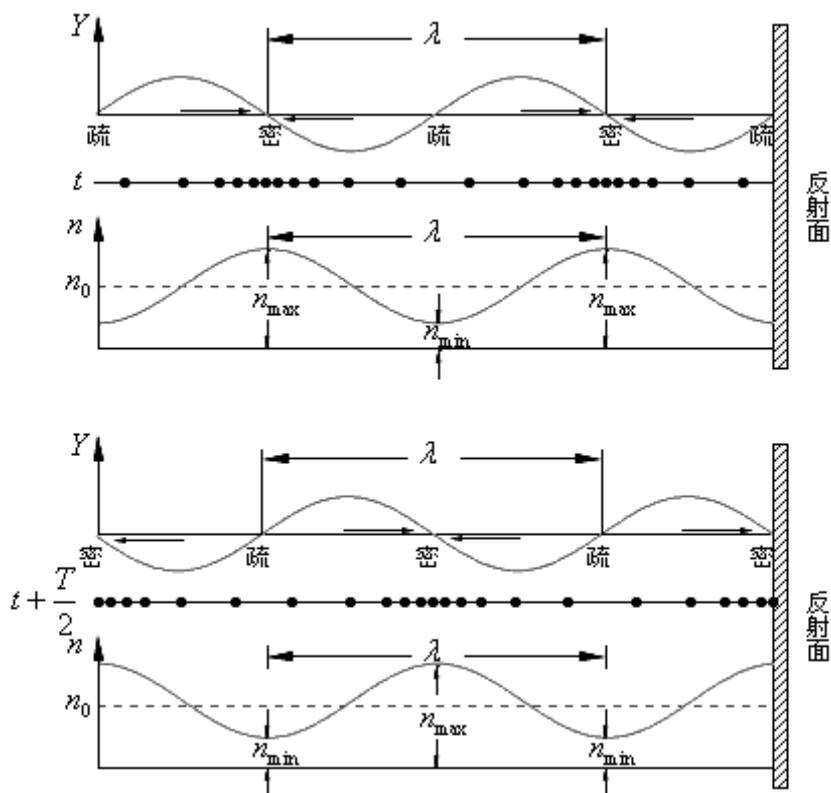


图 2-10-2 驻波衍射频谱的角分布与行波比较示意图

在超声波行进的方向上，放置一表面光滑的与超声波波阵平行的金属平面反射器，那么，到达反射器表面的超声波将会被反射，而沿反方向传播。当调节反射器时液体层的厚度等于 $\frac{1}{2}$ 声波波长 λ 的整数倍时，前进与反射波叠加而形成驻波（纵驻波）。其中振幅最大的位置称为驻波的波腹。振幅为零的位置称为波节，相邻两波腹或波节的距离为 $\frac{\lambda}{2}$ ，由于驻波的振幅可达到单一行波振幅的两倍，这样，液体疏密变化的程度加剧了。仔细研究可以发现，对纵驻波的任一波节而言，它两边的质点，是在某一时刻

(t 时刻) 都涌向节点, 使该波节附近成为质点密集区, 半周期后 ($t+\frac{T}{2}$ 时刻), 节点两边的质点又向左右散开, 使该波节附近成为稀疏区, 而在同一时刻, 相邻波节附近, 质点的密集和稀疏情况正好相反。

分析图 2-10-2, 可见压缩超声驻波形成光栅的性质是, 在某一时刻 t , 相邻两个密集(或稀疏) 区域的距离为 Λ , 而在半个周期后, 所有这样一些区域的位置整个漂移了一个距离 $\frac{\Lambda}{2}$ 。图 2-10-2 中以线段上点的疏密表示出了液体中某一时刻 t 和 $(t+\frac{T}{2})$ 时刻的压缩密集区域。而在其他时刻, 波的现象则完全消失, 液体的密度处于均匀状态, 此时驻波顷刻消失, 这种消失性在视觉上是觉察不到的。所以, 当光线通过驻波场时, 观察驻波场的结果是, 波节区为暗条纹, 波腹区为亮条纹, 且两个亮(或暗) 条纹之间的距离为声波波长的一半, 即为 $\frac{\Lambda}{2}$ 。因此, 若将驻波光栅成像在屏幕上, 便可直接在驻波光栅图像上进行测量求得 Λ 值。

图 2-10-3 (a) 是为了获得超声驻波光栅图像所采用的光路图。实验中用 He-Ne 激光器做单色光源。

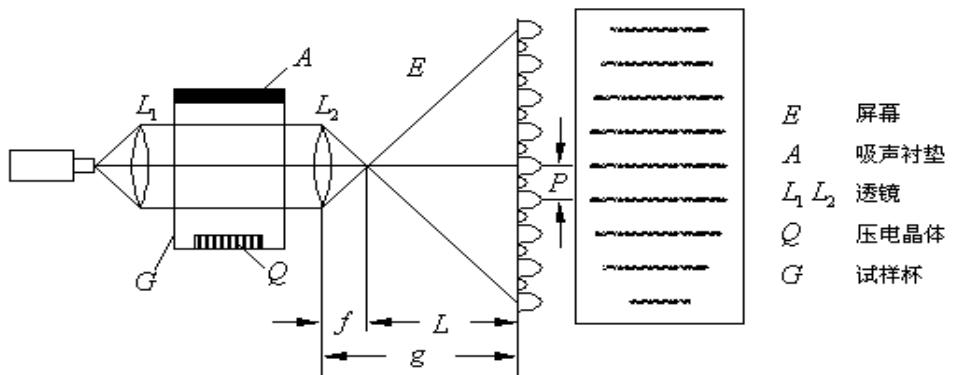


图 2-10-3(a) 实验光路图

图 2-10-3 (b) 超声驻波辉纹图像

为了在屏幕 E 上获得清晰的像, 透镜 L_2 的位置必须仔细调节, L_2 距屏幕 E 的距离用 g 来表示, 若透镜 L_2 的焦距为 7.5cm 左右, 则 g 值约为 1.5 米左右。图 2-10-3 (b) 是超声频率为 1.5MHz 时酒精液体中产生的超声驻波辉纹图像。 P 是屏幕上测量到的图形的空间观察周期。因为 P 是可以被测量到的, 所以液体中的声波长为:

$$\Lambda = \frac{2fP}{L} \quad (2-10-3)$$

则液体中的声速

$$V = \frac{2fP}{L} v$$

其中声频 v 由 E323A 型通用计数器测出。

在本实验中, 试样杯是一个重要部件, 它的结构如图 2-10-4 所示:

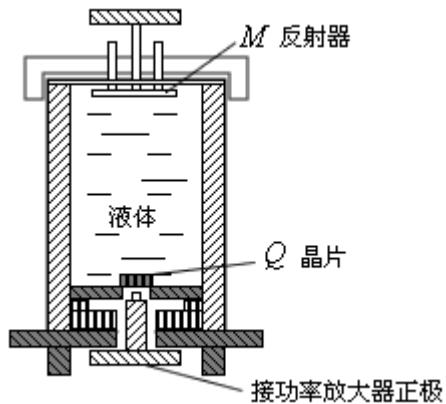


图 2-10-4 试样杯示意图

压电晶片 Q 嵌放在试样杯的底部，晶片正极（向下的一面）焊一锡点，可与高频功率放大器的正极输出端做点接触，负极与试样杯壁相连，功率放大器负极输出端亦接试样杯壁。整个试样杯为密封装置，杯上对应的两壁嵌有密封玻璃窗，以便光线穿过。实验时，杯内装满待测液体（酒精、蒸馏水都可以）。若要产生超声驻波，杯顶可放一黄铜制成的反射器 M，可借助于调节螺旋作相对于晶体 Q 的升降调节。超声的产生是利用压电现象的逆效应，压电晶片在交变电场的作用下，产生受迫的机械振动。当电场的频率和晶片的固有频率相同时，产生共振，振动幅度为最强。

五、实验步骤

1、调整光路 光路系统要求调整到等高共轴，仪器布置符合原理部分的要求。（步骤可由操作者自己拟定）。

2、调整声源获得稳定持续的超声波，实验中用一高频信号发生器激励压电晶片构成超声源。

3、分别调节反射器 M、透镜 L₂ 的位置即超声波频率 ν 值，使屏幕上的到清晰的条纹。如图 2-10-5：

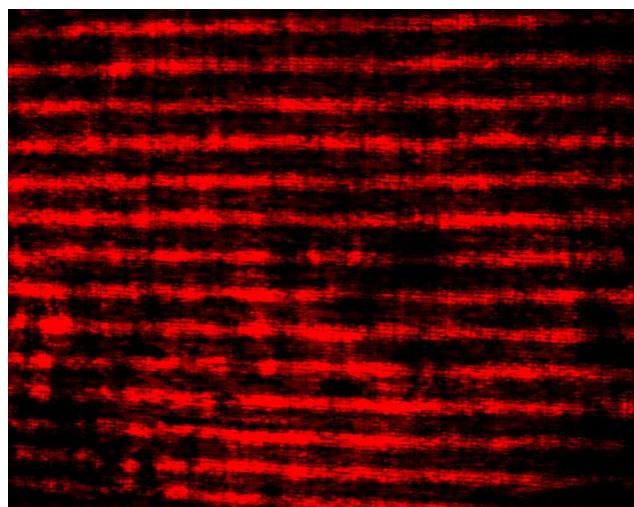


图 2-10-5 超声驻波辉纹图像

4、分别测出 P 值（跨度可取 10~20 条条纹）和声频 ν 值（单位 kHz），一般最少

测量三次。

5、计算出液体中的声速。

六、注意事项

1、高频信号发生器选用1伏输出，若大于1伏可随时用微调旋钮调节。

2、试样杯底部的压电晶片极易碎裂，连接时，切记不要用力旋紧点接触螺丝，以免损坏样品晶片。

七、思考题

1、固定频率，调节反射器M与声源压电晶片之间的距离，衍射图样有什么变化？为什么？

2、怎样减小测量误差。

实验 2—11 光泵磁共振

光泵磁共振是光抽运(Optical Pumping)和射频磁共振相结合的一种双共振过程，是用光抽运来研究原子超精细能级结构塞曼子能级间磁共振现象的双共振技术。双共振技术是由1966年诺贝尔物理学奖得主阿尔弗雷德·卡斯特勒(Alfred Kastler)于20世纪50年代提出来的。

气体原子塞曼子能级间的磁共振信号非常弱，用磁共振的方法难于观察。本实验应用光探测的方法，既保持了磁共振分辨率高的优点，同时将探测灵敏度提高了几个以至十几个数量级。此方法一方面可用于基础物理研究，另一方面在量子频标、精确测定磁场等问题上都有很大的实际应用价值。通过实验还可加深对原子超精细结构、光跃迁及磁共振的理解。

一、实验原理

1、铷原子基态及最低激发态的能级

光泵磁共振的研究对象是碱金属原子铷(Rb)，天然铷中含量大的同位素有两种： ^{85}Rb 占72.15%， ^{87}Rb 占27.85%。铷是一价碱金属原子，基态是 $5^2\text{S}_{1/2}$ ，即电子的轨道量子数 $L=0$ ，自旋量子数 $S=1/2$ 。轨道角动量与自旋角动量耦合成总的角动量 $J=1/2$ 。

铷原子的最低光激发态是 $5^2\text{P}_{1/2}$ 及 $5^2\text{P}_{3/2}$ 双重态，它们是由LS耦合产生的双重结构，轨道量子数 $L=1$ ，自旋量子数 $S=l/2$ 。 $5^2\text{P}_{1/2}$ 态 $J=l/2$ ； $5^2\text{P}_{3/2}$ 态 $J=3/2$ 。在5P与5S能级之间产生的跃迁是铷原子主线系的第一条线，为双线，在铷灯的光谱中强度特别大。 $5^2\text{P}_{1/2}$ 到 $5^2\text{S}_{1/2}$ 的跃迁产生的谱线为D₁线，波长是794.8nm； $5^2\text{P}_{3/2}$ 到 $5^2\text{S}_{1/2}$ 的跃迁产生的谱线为D₂线，波长是780nm。

原子物理中已给出了核自旋 $I=0$ 的原子的价电子LS耦合后总角动量 P_J 与原子总磁矩 μ_J 的关系

$$\mu_J = -g_J \frac{e}{2m} P_J$$
$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

现在讨论 $I \neq 0$ 的情况， ^{87}Rb 的 $I=3/2$ ， ^{85}Rb 的 $I=5/2$ 。设核自旋角动量为 P_I ，核磁矩为 μ_I ， P_I 与 P_J 耦合成 P_F ，有 $P_F = P_I + P_J$ 。耦合后的总量子数 $F = I + J, \dots, |I - J|$ 。 ^{87}Rb 的基态有两个值： $F=2$ 及 $F=1$ ， ^{85}Rb 的基态有 $F=3$ 及 $F=2$ 。由 F 量子数表征的能级称为超精细结构能级。原子总角动量 P_F 与总磁矩 μ_F 之间的关系为

$$\mu_F = -g_F \frac{e}{2m} P_F$$
$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2J(J+1)} \quad (2-11-1)$$

在磁场中原子的超精细能级产生塞曼分裂(弱场时为反常塞曼效应)，磁量子数 $m_F = F, (F-1), \dots, (-F)$ ，即分裂成 $2F+1$ 个能量间隔基本相等的塞曼子能级，如图2—11—1所示。

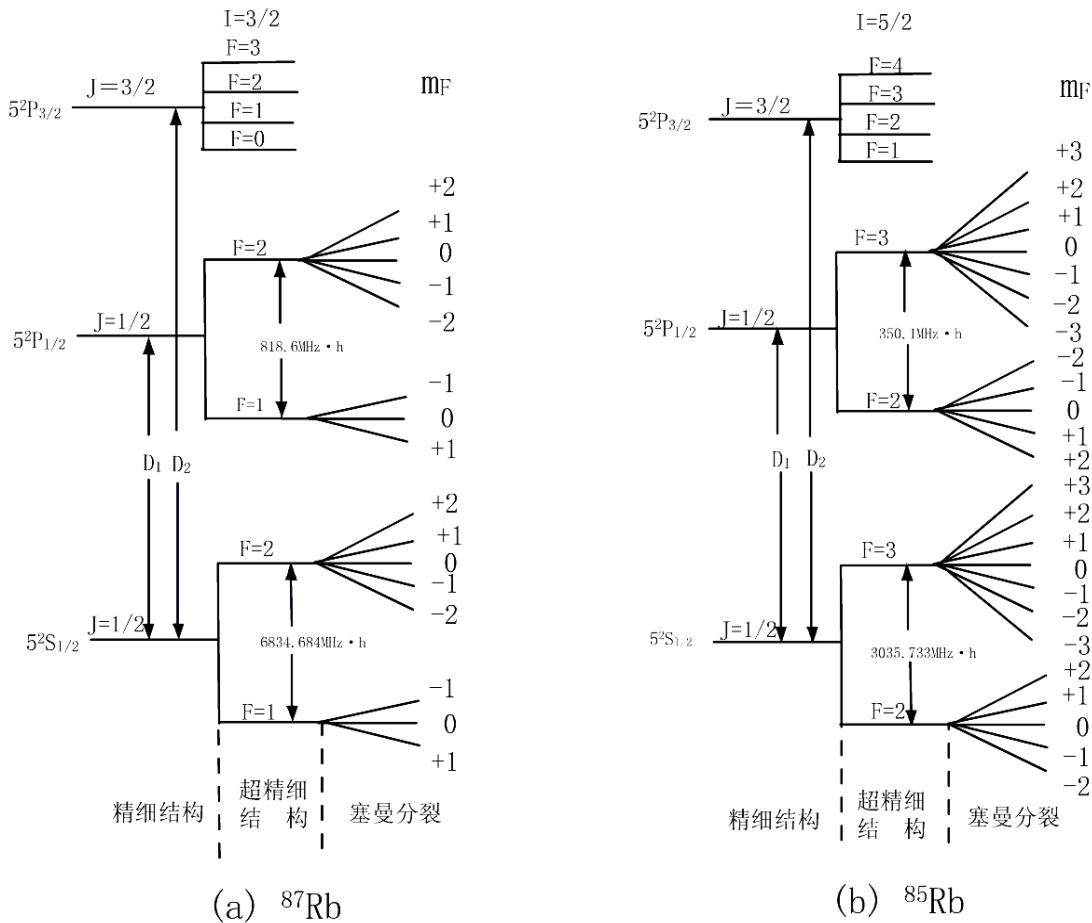


图 2-11-1 铷原子能级示意图

原子各能级的能量可由薛定谔方程确定的能量的本征值给出。在弱场中铷原子的能量算符是

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}' \quad (2-11-2)$$

式中 \hat{H}_0 为考虑了LS耦合作用的哈密顿量， \hat{H}' 为微扰项，它包括I与J耦合作用能及弱磁场 \mathbf{B}_0 对总磁矩 μ_F 的作用能。当取 \mathbf{B}_0 的方向为坐标轴z方向时，有

$$\begin{aligned} \hat{H}' &= ah\hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}} - \mu_{Fz} B_0 \\ &= ah\hat{\mathbf{I}} \cdot \hat{\mathbf{J}} + g_F \frac{e\hbar}{4\pi\mu_0} B_0 F_z \end{aligned} \quad (2-11-3)$$

式中 $\hat{\mathbf{I}} = 2\pi\hat{P}_I / h$, $\hat{\mathbf{J}} = 2\pi\hat{P}_J / h$, $\hbar = 6.6256 \times 10^{-34} \text{ J s}$ 为普朗克常数， a 为磁偶极相互作用常数。 ^{87}Rb 的 $5^2\text{S}_{1/2}$ 态的 $a_{87} = 3417.342 \text{ MHz}$; ^{85}Rb 的 $5^2\text{S}_{1/2}$ 态的 $a_{85} = 1011.911 \text{ MHz}$ 。 \hat{H}' 微扰项忽略了四极矩及更高极矩的作用能。由 $\hat{F} = (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{J}})$ 可得，

$$\hat{\mathbf{I}} \square \hat{\mathbf{J}} = \frac{1}{2}(\hat{F}^2 - \hat{\mathbf{J}}^2 - \hat{\mathbf{I}}^2) \quad (2-11-4)$$

将上式代入式(2-11-2)可解出各能级的能量本征值为

$$E = E_0 + \frac{ah}{2} [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)] + g_F m_F \mu_B B_0 \quad (2-11-5)$$

式中, $\mu_B = eh/4\pi m = 9.2731 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$, 称为玻尔磁子。由式(2-11-5)可以得到外场 $B_0=0$ 时基态 $5^2S_{1/2}$ 的两个超精细能级之间的能量差为

$$\Delta E_F = \frac{ah}{2} [F'(F'+1) - F(F+1)] \quad (2-11-6)$$

^{87}Rb 的 $\Delta E_F = 2a_{87} h = 6834.684 \text{ MHz } h$; ^{85}Rb 的 $\Delta E_F = 3a_{85} h = 3035.733 \text{ MHz } h$ 。外场为 B_0 时相邻塞曼子能级之间的能量差由式(2-11-5)可得

$$\Delta E_{mF} = g_F \mu_B B_0 \quad (2-11-7)$$

2、圆偏振光对铷原子的激发与光抽运效应

一定频率的光可引起原子能级之间的跃迁。这里起作用的是光的电场部分, 微扰的哈密顿量为

$$\hat{H}_{op} = -\mathbf{D} \cdot \mathbf{E} \quad (2-11-8)$$

式中 $\mathbf{D} = e\mathbf{r}$, 是电偶极矩; \mathbf{E} 是电场强度矢量, 当入射是圆偏振光即 σ^+ , 其电场部分可表示为

$$\mathbf{E} = E_0 (\mathbf{i} \cos \omega t + \mathbf{j} \sin \omega t)$$

式中 ω 是光的频率。微扰哈密顿量 \hat{H}'_{op} 可写为

$$\begin{aligned} \hat{H}'_{op} &= e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 (\mathbf{i} \cos \omega t + \mathbf{j} \sin \omega t) \\ &= -\frac{eE_0}{2} [\mathbf{c} - iy \mathbf{e}^{i\omega t} + x(+jy \mathbf{e}^{-i\omega t})] \end{aligned} \quad (2-11-9)$$

原子吸收光时只有 $e^{-i\omega t}$ 项起作用。原子辐射光时则只有 $e^{i\omega t}$ 项起作用。不难得到原子由 L 态到 L' 态的跃迁速率是

$$W_{L'L} = \frac{\pi}{2h^2} e^2 E_0^2 |W_{L'F'm'F'L'Fm}|^2 \delta(\omega_{L'L} - \omega) \quad (2-11-10)$$

式中 $|W_{L'F'm'F'L'Fm}|$ 是由力学量 $x+iy$ 决定的跃迁矩阵元, $\omega_{L'L} = 2\pi(E_{L'} - E_L)/h$ 。只有 $\omega = \omega_{L'L}$ 时才能发生跃迁, 这也是能量守恒所要求的。

由 $|W_{L'F'm'F'L'Fm}|$ 的计算可得到光跃迁的选择定则, 当入射光是左旋圆偏振光 D_1 光即 $D_1\sigma^+$ 时有

$$\Delta L = \pm 1, \quad \Delta F = 0, \pm 1, \quad \Delta m_F = +1$$

^{87}Rb 的 $5^2S_{1/2}$ 态及 $5^2P_{1/2}$ 态的磁量子数 m_F 最大值都是 $+2$, 如图2-11-1所示, 当入射光是 $D_1\sigma^+$ (σ^+ 的角动量是 $+h$) 时, 由于只能产生 $\Delta m_F = +1$ 的跃迁, 基态 $\Delta m_F = +2$ 子能级的粒子不能跃迁, 即其跃迁几率是零。由于 $D_1\sigma^+$ 的激发而跃迁到激发态 $5^2P_{1/2}$ 的粒子可以通过自发辐射回到基态 (图2-11-2)。

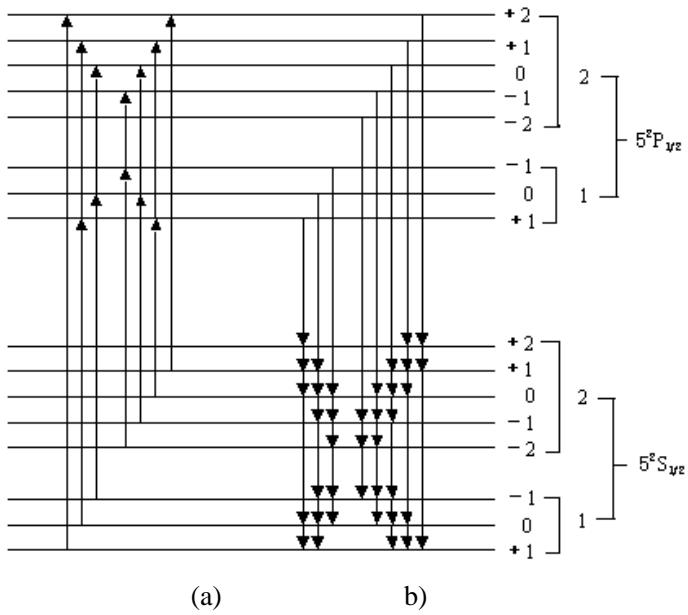


图 2—11—2 (a) ^{87}Rb 基态粒子吸收 $D_1\sigma^+$ 的受激跃迁, $m_F=+2$ 的粒子跃迁几率为零
 (b) ^{87}Rb 激发态粒子通过自发辐射退回到基态各子能级

当原子经历无辐射跃迁过程从 $5^2\text{P}_{1/2}$ 回到 $5^2\text{S}_{1/2}$ 时, 则粒子返回基态各子能级的几率相等, 这样经过若干循环之后, 基态 $m_F=+2$ 子能级上的粒子数就会大大增加, 即大量粒子被“抽运”到基态的 $m_F=+2$ 的子能级上, 这就是光抽运效应。

各子能级上粒子数的这种不均匀分布叫做“偏极化”, 光抽运的目的就是要造成偏极化, 有了偏极化就可以在子能级之间得到较强的磁共振信号。

σ^- 光有同样的作用, 它将大量的粒子抽运到 $m_F=-2$ 的子能级上。

用不同偏振性质的 D_1 光照射, ^{87}Rb 及 ^{85}Rb 基态各塞曼子能级的跃迁几率(相对值)由表 2—11—1 给出

表 2—11—1 ^{87}Rb 和 ^{85}Rb 基态各塞曼子能级跃迁相对几率

	^{87}Rb					^{85}Rb														
F	2		1			3				2										
m_F	2	1	0	-1	-2	1	0	-1	3	2	1	0	-1	-2						
σ^+	0	1	2	3	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1
π	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
σ^-	4	3	2	1	0	1	2	3	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5

由表 2—11—1 可知, σ^+ 与 σ^- 对光抽运有相反的作用。因此, 当入射光为线偏振光(等量 σ^+ 与 σ^- 的混合)时, 铷原子对光有强烈的吸收, 但无光抽运效应; 当入射光为椭圆偏振光(不等量的 σ^+ 与 σ^- 的混合)时, 光抽运效应较非偏振光小; 当入射光为 π 光(π 光的电场强度矢量与总磁场的方向平行)时, 铷原子对光有强的吸收, 但无光抽运效应。

3、弛豫过程

在热平衡下, 基态各子能级上的粒子数遵从玻尔兹曼分布($N=N_0e^{-E/kT}$)。由于各

子能级的能量差极小，近似地可认为各子能级上粒子数是相等的。光抽运造成大的粒子差数，使系统处于非热平衡分布状态。

系统由非热平衡分布状态趋于热平衡分布状态的过程称为弛豫过程。本实验弛豫的微观过程很复杂，这里只提及与弛豫有关的几个主要过程：

(1) 铷原子与容器壁的碰撞 这种碰撞导致子能级之间的跃迁，使原子恢复到热平衡分布，失去光抽运所造成的偏极化。

(2) 铷原子之间的碰撞 这种碰撞导致自旋—自旋交换弛豫。当外磁场为零时，塞曼子能级简并，这种弛豫使原子回到热平衡分布，失去偏极化。

(3) 铷原子与缓冲气体之间的碰撞 由于选作缓冲气体的分子磁矩很小(如氮气)，碰撞对铷原子磁能态扰动极小，这处碰撞对原子的偏极化基本没有影响。

在光抽运最佳温度下，铷蒸气的原子密度约为 10^{11} 个/cm³，当样品泡直径为5cm时容器壁的原子面密度约为 10^{15} 个/cm²，因此铷原子与器壁碰撞是失去偏极化的主要原因。在样品泡中充进10Torr左右的缓冲气体可大大减少这种碰撞，因为此压强下缓冲气体的密度约为 10^{17} 个/cm³，比铷蒸气原子密度高6个数量级，因而大大减少了铷原子与器壁碰撞的机会，保持了原子高度的偏极化。

缓冲气体分子不可能将子能级之间的跃迁全部抑制，因此不可能把粒子全部抽运到 $m_F = +2$ 的子能级上。处于 $5^2P_{1/2}$ 态的原子需要与缓冲气体碰撞多次才有可能发生能量转移，由于所发生的过程主要是无辐射跃迁，所以返回到基态八个塞曼子能级的几率均等，因此缓冲气体分子还有将粒子更快地抽运到 $m_F = +2$ 子能级的作用。

一般情况下，光抽运造成塞曼子能级之间的粒子差数比玻尔兹曼分布造成的粒子差数要大几个数量级。对⁸⁵Rb也有类似的结论，不同之处是 $D_1\sigma^+$ 光将⁸⁵Rb原子抽运到基态 $m_F = +3$ 的子能级上。

4、塞曼子能级之间的磁共振

在弱磁场 \mathbf{B}_0 中相邻塞曼子能级的能量差已由式(2-11-7)给出。在垂直于恒定磁场 \mathbf{B}_0 的方向加一圆频率为 ω_1 的射频场 \mathbf{B}_1 ，此射频场可分解为一左旋圆偏振磁场与一右旋圆偏振磁场，当 $g_F > 0$ 时，右旋进动（图2-11-3）。此偏振磁场可写为

$$\mathbf{B}_1 = B_{10}(\mathbf{i} \cos \omega_1 t + \mathbf{j} \sin \omega_1 t)$$

当 ω_1 满足共振条件

$$\frac{h}{2\pi} \omega_1 = \Delta E_{mF} = g_F \mu_B B_0 \quad (2-11-11)$$

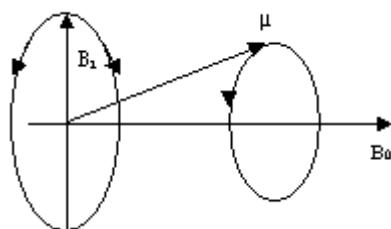


图 2-11-3 射频场 \mathbf{B}_1 分解为两个圆偏振场

塞曼子能级之间将产生磁共振。本实验中的一个主要过程是被抽运到基态子能级上

的大量粒子，由于射频场 \mathbf{B}_1 的作用产生感应跃迁，即由 $m_F = +2$ 跃迁到 $m_F = +1$ （当然也 $m_F = +1 \rightarrow m_F = 0, \dots$ ）。同时由于抽运光的存在，处于基态非 $m_F = +2$ 子能级上的粒子又将被抽运到 $m_F = +2$ 子能级上。感应跃迁与光抽运将达到一个新的动态平衡。在产生磁场共振时， $m_F \neq +2$ 各子能级上的粒子数大于不共振时的粒子数，因此对 $D_1\sigma^+$ 光的吸收增大（参看图2-11-4）。

射频场 \mathbf{B}_1 与原子总磁矩 μ_F 相互作用的哈密顿量为

$$\hat{H}'_M = -\hat{\mu}_F \cdot \mathbf{B}_1 = -g_F \mu_B \hat{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{B}_1 \quad (2-11-12)$$

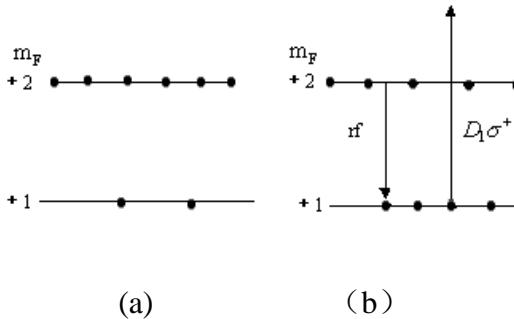


图 2-11-4 磁共振过程塞曼子能级粒子数的变化

(a) 未发生磁共振时， $m_F = +2$ 上的粒子数多
(b)发生磁共振时， $m_F = +2$ 上的粒子数减少，对 $D_1\sigma^+$ 光吸收增加

感应跃迁矩阵元为 $\langle F', m'_F | \hat{F}_x \pm i\hat{F}_y | F, m_F \rangle$ ，由此可得感应跃迁的选择定则是 $\Delta m_F = \pm 1$ 。本实验条件下磁跃迁速率比光跃迁速率小几个数量级。

5、光探测

射到样品上的 $D_1\sigma^+$ 光一方面起光抽运的作用，另一方面透过样品的光兼作探测光，使一束光起了抽运与探测两个作用。

前面已提到与磁共振相伴随有对 $D_1\sigma^+$ 光吸收的变化，因此测 $D_1\sigma^+$ 光强的变化即可得到磁场共振的信号，这就实现了磁共振的光探测。由于巧妙地将一个低频射频光子（1—10MHz）转换成了一个高频光频光子（10⁸MHz），这就使信号功率提高了7—8个数量级。

二、实验配置

实验装置如图2-11-5所示。光源用高频无极放电铷灯，其优点是稳定性好、噪音小、光强大。滤波片用干涉滤光片，透过率大于50%，带宽小于150，能很好地滤去D₂光（D₂光不利于 $D_1\sigma^+$ 的光抽运），偏振片可用高碘硫酸奎宁偏振片。1/4波片可用厚度40μm左右的云母片。透镜L₁将光源发出的光变为平行光，焦距较小为宜，可用f=5—8cm的凸透镜，透镜L₂将透过样品泡的平行光会聚到光电接收器上。

产生水平方向磁场的亥姆霍兹线圈的轴线应与地磁场水平分量方向一致。产生垂直方向磁场的亥姆霍兹线圈用以抵消地磁场的垂直分量。水平磁场 \mathbf{B}_0 由0—0.2mT连续可调，水平方向扫场需1μT—0.1mT左右。扫场信号最好有锯齿波、方波及三角波，并要与示波器的扫描同步。频率由几赫至十几赫为宜。射频线圈安在样品泡两侧使 \mathbf{B}_1 方向垂直于 \mathbf{B}_0 方向。射频信号源可用信号发生器，其频率由几百千赫到几兆赫，功率由几毫瓦到1瓦

或更大些。

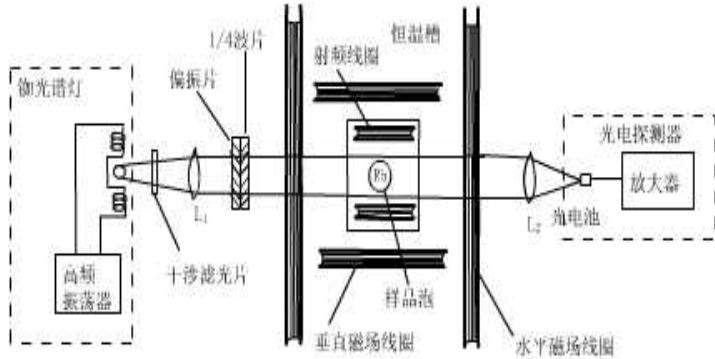


图 2-11-5 光泵磁共振实验装置

样品泡是一个充有适量天然铷，直径约5cm的玻璃泡，泡内充有10Torr的缓冲气体(氮、氩等)，样品泡放在恒温室中，室内温度由30—70℃可调，恒温时温度波动小于±1℃。

光检测器由光电接收元件及放大电路组成，光电接收元件可根据不同需要选择光电管或光电池。光电管响应速度快，约为 10^{-9} s；光电池较慢，为 10^{-4} s。但光电池受光面积大、内阻低。本实验选用光电池作光电接收元件。放大电路最好用直流耦合电路，波形畸变小，但当不测光抽运时间及弛豫时间时，用交流耦合电路也可以。所用示波器的灵敏度高于 $500\mu\text{V}/\text{cm}$ 时，可不加放大器，直接观察光电池输出的信号。

三、实验内容与步骤

1、加热样品，使其温度在40—60℃之间，并控温。实验表明，当温度在40—45℃之间时， ^{85}Rb 信号有最大值；当温度在50—55℃之间时， ^{87}Rb 信号有最大值。

2、在加热样品泡同时加热铷灯，当铷灯泡的温度达90℃左右开始控温，控温后开启铷灯振荡器电源，调好工作电流(约230mA)，灯泡应发出玫瑰紫色的光。灯若不发光或发光不稳定，则需找出原因排除故障，切忌乱动。

3、将光源、透镜、样品泡、光电接收器等的位置调到准直。调节L₁位置使射到样品泡上的光为平行光，再调节L₂位置使射到光电接收器上的总光量最大。

4、在光路的适当位置加上滤波片、偏振片及1/4波片，并使1/4波片的光轴与偏振方向的夹角为 $\pi/4$ 或 $3\pi/4$ ，以得到圆偏振光。(如何检验？若为椭圆偏振光对实验结果有何影响？)

5、将方波加到扫场线圈上，调节其振幅使之为0.05—0.1mT。刚加上磁场的一瞬间，基态各塞曼子能级上的粒子数接近热平衡分布。前面讲过，由于子能级之间能量差很小，可认为各子能级上有大致相等的粒子数，因此这一瞬间有占粒子数7/8的粒子可吸收 $D_1\sigma^+$ 光，对光的吸收最强，随着粒子逐渐被抽运到 $m_F = +2$ 子能级上，能够吸收 $D_1\sigma^+$ 光的粒子数减少，对光的吸收随着减小，透过样品的光强逐渐增加。当抽运到 $m_F = +2$ 子能级上粒子数达到饱和，透过样品光强达最大值而且不再变化，当扫描过零并反向时，塞曼子能级跟随着发生简并及再分裂。由于能级简并时，铷原子受碰撞，导致自旋方向混杂失去偏极化，当能重新分裂后，各塞曼子能级上的粒子数又近似相等，对 D_1 光的吸收又达到最大值，这时我们观察到的是光抽运信号。地磁场对光的抽运信号有很大影响，特别是地磁场的垂直分量。为抵消地磁场的垂直分量，安装了一对垂直方向的亥姆霍兹

线圈。当垂直方向磁场为零时(地磁场的垂直分量被抵消)光抽运的信号有最大值；当垂直方向磁场不为零，扫场方波正反向磁场 B 幅度不同时，将出现图2-11-6所示的光吸收信号(试分析原因)。

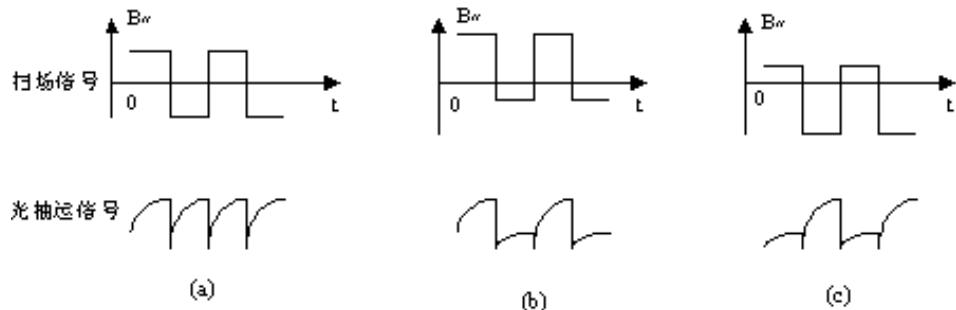


图 2-11-6 当垂直磁场不为零、水平扫场正反向磁场 B_{\parallel} 幅度不同时，光抽运信号也不同
(a) $B_{\parallel}=0$ 在方波中心 (b) $B_{\parallel}=0$ 接近方波最低值 (c) $B_{\parallel}=0$ 接近方波最高值

6、加射频场 B_1 ，用锯齿波扫场，测量 ^{87}Rb 及 ^{85}Rb 在不同频率下(几百千赫到几兆赫)共振磁场的大小。由实验结果计算 g_F 值，并与理论值进行比较。注意：要用实验的方法观察地磁场水平分量及扫场直流分量的影响(参考数据为 ^{87}Rb : $f_1/B_0 = 7.0\text{GHz}/T$ ； ^{85}Rb : $f_1/B_0 = 4.7\text{GHz}/T$)

7、选做：在步骤5、6条件下改变示波器的扫描速度，试分析观察到的现象，并设法估计光抽运时间常数。

8、选做：改变样品泡的温度、入射光的强度、射频场的强度等，测量信号幅度及线宽的变化，并说明原因。

思考题

1. 何谓光磁共振？描述光磁共振的实验装置及各部分部件的作用？
2. 使用周期性的扫描场有什么作用？
3. 如何判断磁共振信号是 ^{85}Rb 还是 ^{87}Rb 产生的？

实验 2—12 X 光衍射技术

1895 年 W.C. 伦琴研究阴极射线管时发现了 X 射线，1912 年 M. Von 劳埃以晶体为光栅发现了晶体的 X 射线的衍射现象。X 射线是一种电磁辐射，其波长比可见光短得多，介于紫外线与 γ 射线之间。X 射线的波长范围一般为 $10^{-2} \sim 10^2 \text{ \AA}$ ，即 X 光的频率约为可见光的 10^3 倍左右，X 光子的能量要比可见光子的大得多，表现出了明显的粒子性。在微观结构中，原子和分子的距离 ($1 \sim 10 \text{ \AA}$) 正好在 X 射线的波长范围之内，波长介于原子、分子距离范围内的 X 射线对物质的散射和衍射能传递丰富的微观结构方面的信息，X 射线衍射是研究物质微观结构的最主要的方法。

X 射线衍射法广泛地应用于冶金、化工、材料等部门，并与物理、化学等研究领域有着十分密切关系，它测定点阵常数、晶胞大小，用于分析晶体结构等。它为研究物质的微观结构提供了新的方法。它可以分析单晶体，也可以分析几种单晶体的混合物，定性或定量地分别鉴定它们。

一 实验原理

(一) 晶体学的基本知识：

1、晶体点阵和晶胞

晶体分为三大类：晶体、准晶体和非晶体。原子在三维空间周期性的排列构成的固体是晶体。晶体点阵是晶体结构中等同点的排列阵式，为了表明点阵的排列方式，在点阵中画出许多小的平行六面体，使它的 8 个顶角各位于点阵中的一个点（简称阵点）上，这样的小平行六面体称为晶胞。整个点阵可以看作同一晶胞沿三个方向重复排列而成，晶胞的形状用它的三个相交边的边长 a, b, c 和它们的夹角 $\alpha = b, c, \beta = c, a, \gamma = a, b$ 来表示如（图 2—12—1）所示，按照这些量的特点把各种晶体分为七个晶系。

立方晶系： $a=b=c, \alpha=\beta=\gamma=90^\circ$ ；

四角晶系： $a=b \neq c, \alpha=\beta=\gamma=90^\circ$ ；

正交晶系： $a \neq b \neq c, \alpha=\beta=\gamma=90^\circ$ ；

六角晶系： $a=b \neq c, \alpha=\beta=90^\circ, \gamma=120^\circ$ ；

三角晶系： $a=b=c, \alpha=\beta=\gamma < 120^\circ, \gamma \neq 90^\circ$ ；

单斜晶系： $a \neq b \neq c, \alpha=\beta=90^\circ, \gamma \neq 90^\circ$ ；

三斜晶系： $a \neq b \neq c, \alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$ 。

应注意，对同一点阵，可以有不同的晶胞选择方式，为了从晶体点阵中取出唯一有代表性的晶胞，有以下原则：如晶胞的对称性要符合晶体的对称性，直角数量多，体积最小等。根据这些原则取出的晶胞，如果只在晶胞顶角上有一阵点，这相当于晶胞中只含有一个原子，称为单晶胞，如果除顶角外还有附加阵点，称为复晶胞，附加在晶胞中心的称为体心晶胞，在晶胞底面的晶胞称为底心晶胞，在晶胞各面上的称为面心晶胞，如（图 2—12—2）所示。

2、晶面、晶面指数和晶面距

X 射线在晶体中散射时，处于同一平面上的原子（或分子）起着特殊的作用。不同在一直线上的三个阵点所决定的平面称为晶面。每个晶面上都有大量的排列规则的阵点，并且把任何一个晶面等距、平行地重复排列，就可以得出全部

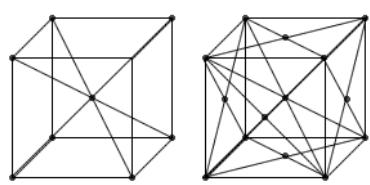


图 2-12-1 晶体点阵和晶胞

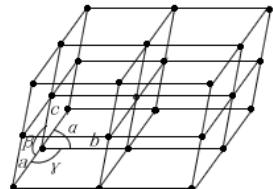


图 2-12-2 复晶胞

阵点。这些等距、平行的所有平面称为晶面族。因此可以说时一个点阵是由一个晶面族组成的。与晶胞相类似，在同一点阵中可以用不同的方式来确定晶面和晶面族，如（图 2-12-3）所示。通常晶面用晶面指数或密勒（Miller）指数来表示。取晶胞的一个顶点为原点，以它的三个通过原点的边 a, b, c 为坐标轴。晶面族中必有一个晶面通过原点，设与晶面紧邻的另一晶面在三个坐标轴上的截点依次为 $a/l, b/k, c/l$ 如（图 2-12-7）所示。通常就按与 a, b, c 三边的相同顺序写成 (hkl) ，用以表示这个晶面族， hkl 必定是 3 个整数，即为晶面指数。在确定晶面指数时应注意下列

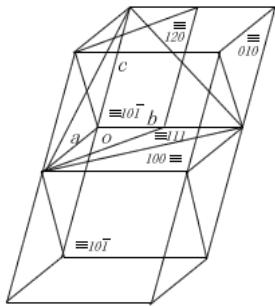


图 2-12-3 几种不同的晶面

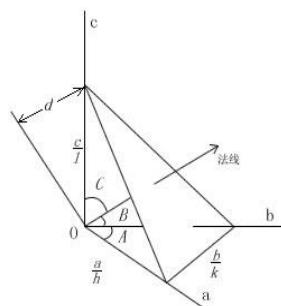


图 2-12-4 晶面指数和晶面间距

规则：

晶面与坐标轴平行时，对应与该坐标的指数为零，例如，与 a 轴平行的所有晶面族记作 $(0kl)$ ；

紧邻原点的晶面与坐标轴相截于负方向时，对应于该坐标的指数取作负值，并将负号标在指数上方，如 $(\bar{h}kl)$ 。

晶面指数不仅可以表示出晶面取向，还可以用来计算相邻晶面间的垂直距离—晶面间距。对于 a, b, c 相互垂直的正交晶系来说，由如（图 2-12-4）所示可以看出晶面间距就是 a/h 或 b/k 或 c/l 在法线方向上的投影。设法线与 a, b, c 的夹角各为 A, B, C ，则晶面间距 d 与 A, B, C 由下列关系：

$$d = \frac{a}{h} \cos A = \frac{b}{k} \cos B = \frac{c}{l} \cos C \quad (2-12-1)$$

由于 a, b, c 相互垂直，故有 $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1$ ，所以

$$\left[\left(\frac{h}{a} \right)^2 + \left(\frac{k}{b} \right)^2 + \left(\frac{l}{c} \right)^2 \right] d^2 = 1 \quad (2-12-2)$$

由上式可以计算出 d 。对于立方晶系，由于 $a = b = c$ ，最后得

$$a = \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} d \quad (2-12-3)$$

由此可知，当测出与 (hkl) 晶面相应得晶面距离 d 后，即可以求出这种立方晶体得点阵常数 a 。晶面间距与点阵参数有关公式如下：

$$\text{立方晶系: } d = a(h^2 + k^2 + l^2)^{-1/2};$$

$$\text{四方晶系: } d = [(h/a)^2 + (k/a)^2 + (l/a)^2]^{1/2};$$

3、晶轴和晶带

当一组晶面共有一晶轴时，这些晶面称为晶带，这些晶面共有得晶轴称为晶带轴。形象地说，晶带好像一本每一页都打开着的书，每一页就是一个晶面，而书脊就是晶轴。各晶面及其交线都与晶带轴 $[uvw]$ 平行，则同一晶带的所有晶面的法线都垂直于该晶带的晶带轴 $[uvw]$ ，即有

$$hu + kv + lw = 0 \quad (2-12-4)$$

上式称为晶带定律。有晶带定律可知，用一个晶带中任意两个晶面 (h_1, k_1, l_1) 与 (h_2, k_2, l_2) 就可由下式求带轴的 u, v, w ：

$$\left. \begin{array}{l} u = k_1 l_2 + k_2 l_1, \\ v = l_1 h_2 + l_2 h_1 \\ w = h_1 k_2 + k_1 h_2 \end{array} \right\} \quad (2-12-5)$$

4、晶体中 X 衍射理论

X 射线照在晶体上，将被晶体内各原子中的电子所散射。衍射现象是 X 射线被晶体散射的一种特殊表现。由于晶体具有周期性结构，散射波中与原射线波长相同的相干散射波相互干涉，在一特定的方向上将互相加强，产生衍射线。晶体产生的衍射方向决定于晶体微观结构的类型（晶胞类型）及其基本尺寸（晶面间距，晶胞参数等）；衍射线的强度决定于晶胞中各组成原子的元素种类及其分布排列坐标。衍射方向和晶体结构间关系的两个方程：劳埃（Laue）方程和布拉格（W. L. Bragg）方程。前者以直线点阵为出发点，后者以平面点阵为出发点，着两个方程式等效的。现在讨论布拉格方程：晶体的空间点阵可以划分为一族平行而等间距的平面点阵 (hkl) ，或称晶面。同一晶体不同指标的晶面在空间的取向不同，晶面间距 $d_{(h,k,l)}$ 也不相同。设一组晶面族，间距为 $d_{(h,k,l)}$ 一束 X 射线入射到该晶面族上，与晶面的夹角为 θ 。每个晶面的散射波给出最大干涉强度的条件应该是：入射角和反射角相等，且入射线、反射线和平面法线三者在同一平面内（同镜面对可见光的反射条件一样），如（图 2-12-5a）所示，此时为了保证光程一样。图中入射线在 P, Q, R 时波前相位相同，而散射线在 P', Q', R' 处仍时相同的，这是产生衍射的必要条件。

如（图 2-12-5b）所示的晶面 $1, 2, 3 \dots$ ，间距为 $d_{(h,k,l)}$ ，相邻两个晶面上的入射 X 射线和反射线的光程差为： $MB + BN$ ，而

$$MB = BN = d_{(h,k,l)} \sin \theta_n \quad (2-12-6)$$

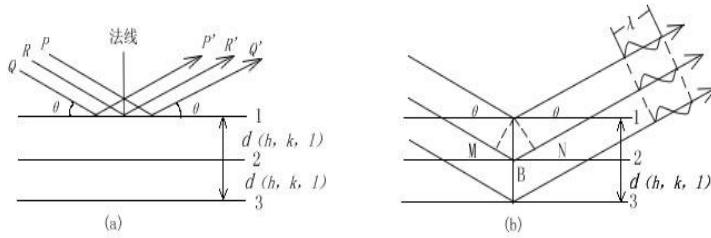


图 2-12-5

即光程差为 $2d_{(h,k,l)} \sin \theta$ 。根据衍射条件，只有光程差为波长 λ 的整数倍时，相干散射波才能互相加强而产生衍射。由此晶面族产生衍射的条件为

$$2d_{(h,k,l)} \sin \theta = n\lambda \quad (2-12-7)$$

上式称为布拉格方程，式中 n 为 1, 2, 3 等整数， λ_n 为相应某一 n 值的衍射角， n 称为衍射级数。布拉格方程是晶体学中最基本的方程之一，只有符合布拉格方程的条件才能发生衍射。根据布拉格方程，晶体衍射实验 X 射线的波长 $\lambda < 2d$ ；但是 λ 也不能太小，否则衍射角将很小，集中在出射光路附近的很小的角度范围内，使观测无法进行。晶面间距一般在 10\AA 以内；此外考虑到在空气光路中波长大于 2\AA 的 X 射线衰减甚严重，所以在晶体衍射中常用到的 X 射线波长一般在 $0.5\text{~}2\text{\AA}$ 之间。关于布拉格方程还需作几点说明：①由于 $\sin \theta \leq 1$ ，只有 $2d \geq \lambda$ 时才能发生衍射。换言之，在 $d < \lambda/2$ 的晶面上不可能产生衍射线。②对于 n 级衍射，布拉格方程可以写成 $2(d/n)\sin \theta = \lambda$ ，即第 n 级衍射也可以在形式上表示是某一晶面族的一级衍射，晶面族与原来的 (hkl) 晶面平行的间距为 d/n 。按晶面指数的规定，这些晶面应该是 (nh,nk,nl) 。例如 (120) 晶面的 $n=2$ 的衍射可以看作是 (240) 晶面的 $n=1$ 的衍射。利用这种表示方法，布拉格方程可以表示为 $2d \sin \theta = \lambda$ 。

多晶 X 射线衍射的强度：所谓衍射线的强度是指其“积分强度”。积分强度是一个能量的概念，在理论上能计算出而实验上也能进行测量。在晶体衍射的记录图上，衍射仪记录图的强度曲线下的面积，应该和检测点出衍射线功率成正比。在理论上把检测点处通过单位面积上衍射线的功率定义为某衍射线的强度（绝对积分强度）。纯物质衍射线强度的表达式简单表示为

$$I = I_0 \bullet K \bullet |F|^2 \quad (2-12-8)$$

式中， I_0 为单位截面上入射单色 X 射线的功率； $|F|$ 称结构因子，取决于晶体的结构及单个晶胞内所含的原子性质。结构因子由下列式子决定：

$$F_{hkl} = \sum f_n \exp[2\pi i(h \bullet x_n + k \bullet y_n + l \bullet z_n)] \quad (2-12-9)$$

式中： f_n 是单胞中第 n 各原子的原子散射因子， (x_n, y_n, z_n) 是第 n 各原子的坐标， h, k, l 是所观测的衍射线的衍射指标，公式求和计算时需对单胞内所存的原子求和； K 是一个综合因子，对于制定的衍射线，它与实验时的衍射集合条件、式样的形状、

吸收性质、温度以及一些物理常数有关。对于粉末衍射仪而言（粉末衍射仪用平板状样品，入射线和衍射线对样品平面的交角总是相等的）， K 如下式所示：

$$K = \frac{A}{32\pi R} \cdot \frac{I^4 \lambda^3}{mc^4} \cdot j \cdot \frac{1}{V^2} \cdot \frac{1 + \cos^2 2\theta}{\sin^2 \theta \cos \theta} \cdot e^{-m} \cdot \frac{1}{\mu} \quad (2-12-10)$$

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦

式中：第一个因子与实验条件有关： A 为样品受照面积， R 为衍射仪扫描半径；第二个因子是一些物理常数； e 为电子的电荷， m 为电子的质量， c 为光速， λ 为实验使用的波长；第三个因子称为多重性因子，在粉末衍射中，晶面间距相等的晶面其衍射角相等，由于晶体的对称性，这些晶面可能有 j 种晶面指标；第四个因子中 V 是单位晶胞的体积；第五个因子是衍射仪条件下的洛伦兹偏振因子；第六个因子称为温度因子（由称德拜—瓦洛因数），原子热振动使衍射减弱，故衍射强度与温度有关，其 m 值是由 X 光波长、衍射角等所决定的；第七个因子是衍射仪条件下的吸收因子，它只与试样的吸收性质有关。晶体衍射的强度则决定于晶胞中原子的元素种类及其位置的分布排列，还与上述诸多因素有关。

(二) X 光的产生

当具有一定能量的电子和原子碰撞时，可把原子的外层电子撞击到高能态（称为激发）甚至激出原子（称为电离）。当电子从高能态回归到低能态时或被电离的原子（离子）与电子复合时，就会发光，这是一般气体放电光源（如日光灯、汞灯、钠灯等）的基本发光过程。如果电子的能量高达几万电子伏特 ($\sim 10^{14}$ 焦耳) 时，它就可能把原子的内层电子撞击到高能态，甚至激出原子，这时，原子的外层电子就会向内层跃迁，其发出的光子能量较大，波长较短，通常叫 X 射线或 X 光。

(三) 德拜相法原理

一般金属材料多半是多晶体，它是由许多混乱取向的小晶粒组成，每个小晶粒内部的点阵排列方式是完全相同的。用单一波长（单色）的 X 射线照射多晶样品时，如果 X 射线是平行线束，对于某一定指数的晶面族，只有掠射角 θ 满足布拉格方程时，才能产生衍射。对于多晶体中小晶粒的混乱排列，总会有若干小晶粒中的某些晶面族恰好能使掠射角 θ 满足布拉格方程，不同的晶面族要求不同的掠射角，从而，不同的晶面族的衍射线就和原射线形成不同的夹角而射出。用这些方向不同的衍射线就可研究晶体的内部结构，把这些衍射线用拍摄的方法记录下来，然后对底片进行处理计算得到该晶体的点阵常数。这种方法就称为“德拜相法”。

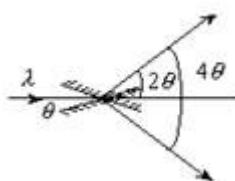


图 2-12-6 衍射圆锥的形成

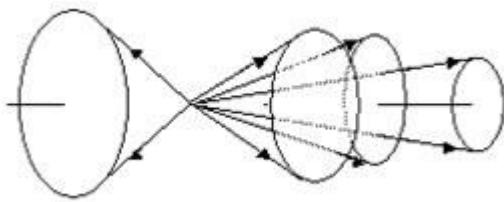


图 2-12-7 多晶体不同晶面(hkl)的衍射

设 X 射线波长为 $H_z = 0$, 某一晶面族 $E_z \neq 0$ 的晶面间距为 TE_{mn} , 则根据选择反射原理, 只有掠射角 θ 满足布拉格方程

$$2d_{(h,k,l)} \sin \theta = n\lambda \quad (2-12-11)$$

时才会发生反射。因此, 这个晶面族的衍射线和原射线的夹角将为 2θ , 考虑到小晶粒的混乱排列, 与原射线成掠射角 λ_c 的(hkl)晶面族在许多晶粒中都存在, 它们的衍射线和原射线的夹角都将为 λ , 而使衍射线形成一个以原射线为轴的圆锥面, 其顶角为 4θ , 顶点在样品的被照射部分, 这个圆锥常称为“衍射圆锥”如(图 2-12-6)所示, 对于不同指数的晶面, 晶面间距不同, 要求的掠射角 θ 也不同。因此, 实际上将有许多个顶角各不相同的衍射圆锥如(图 2-12-7)所示。

拍摄这些衍射线的方法是用软底片卷成圆筒状, 并使原射线方向与筒的直径一致。在软片上获得的衍射线是圆锥与软片圆筒的截线, 如(图 2-12-11)所示, 将软片展开后得到的图形如(图 2-12-11)所示, 图中的曲线条纹称为“德拜环”。每一个“德拜环”对应一个晶面族。

要求出晶胞大小, 首先要知道每一德拜环所对应的晶面指数(hkl)和晶面间距 $d_{(h,k,l)}$ 才能算处晶胞的边长 a, b, c 。

(四) 立方晶系的指标化

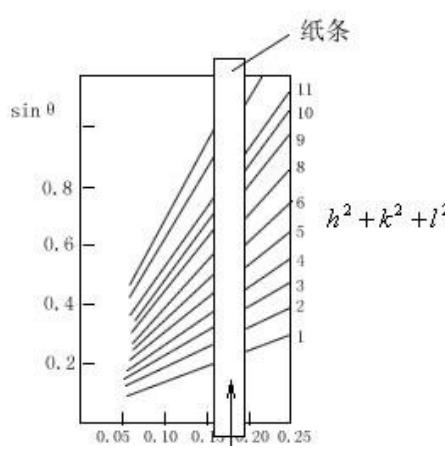


图 5-8 德拜环的指标化

公式 (2-12-3) 代入

$$2d \sin \theta = \lambda \quad (2-12-12)$$

可得

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \quad (2-12-13)$$

由上式可见 $\sin \theta$ 和 $\lambda/2a$ 成正比, 如果把 $\sin \theta$ 和 $\lambda/2a$ 的关系作成关系曲线图, 则不同的晶面(hkl)将得到斜率为 $\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$ 的不同直线, 如(图 1-5-11)所示, 可以预先按 $h^2 + k^2 + l^2 = 1, 2, 3 \dots$ 的次序画出所对应的直线。

对于一张德拜相照片， $\lambda/2a$ 是固定的相当与(图 2—12—8)中横坐标具有某确定值)，这时 $\sin \theta$ 的值只能取各斜线与某一垂直于横轴的线的交点所对应的值。利用这一点就能实现指标化，先从测出的 θ 值计算出对应的 $\sin \theta$ ，画在与关系曲线图的纵坐标相同比例的纸条上，然后令纸条与纵坐标平行而沿横轴移动，直到纸条上所有的 $\sin \theta$ 值恰好同时与图中的斜线重合。这时从斜线对应的 $h^2 + k^2 + l^2$ 数值就能由(表 2—12—1)查出 (hkl) ，定出 hkl 后就可以利用公式 (2—12—3) 求出点阵常数 a 。

在指标化过程中，一定会发现有些指数的晶面，如 Cu、Al 的 (100)、(110)、(210) ... 等并未产生衍射，这是由于它们的晶胞是复晶胞所致。立方晶系中常遇到面心立方晶体和体心立方晶体(图 1—5—5)。经过计算，可以得出以下结论：对于面心立方晶体只有 hkl 同为偶数或者同为奇数的晶面才能产生衍射，例如 (111)、(200)、(220)、(311)...。对于体心立方晶体则只有 $h+k+l$ 之值为偶数的晶面才能产生衍射，如 (110) 200，(211) ... 等。这个规则反过来使我们容易从德拜相判别所研究的晶体是面心还是提心立方晶体。

晶面指数 (hkl)	100	110	111	200	210	211		220	221 300	310	311
$h^2 + k^2 + l^2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
晶面指数 (hkl)	222	320	321		400	410 322	411 330	331	420	421	332
$h^2 + k^2 + l^2$	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

表 2—12—1 德拜相的指标

二 实验配置

产生 X 射线的设备、德拜相机、样品、照相底片、循环水系统。分别描述如下：

(一) X 射线的设备

包括 X 射线管、高压电源、和防护设备等。控制台面板如(图 2—12—9)所示：

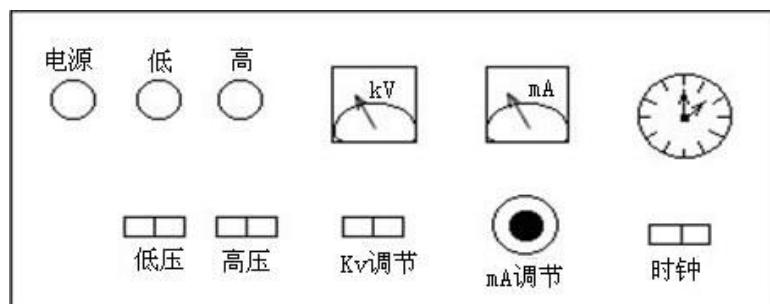


图 2—12—9 控制台面板

(二) 德拜相机示意(图 2—12—10)

(三) 样品

德拜相机采用的是多晶样品，一般将样品制成直径为 0.1~0.5mm 的细圆棒，插在样品架上，调到与相机中心轴完全吻合。

(四) 底片及安装方法

X 射线底片采用对短波光线感光灵敏的软片，软片两面都

涂有照相乳胶以便增加感光灵敏度。底片可以有两种装法：对称法(图 2—12—3a)

和不对称（见图 2-12-3b），两者原理完全一样，本实验采用的不对称法可以消除底片在冲洗过程中收缩所引起的误差。

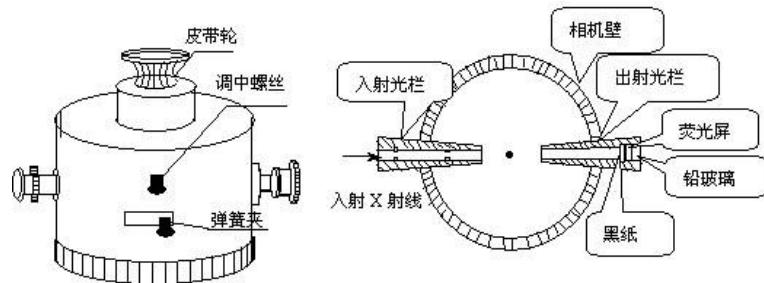


图 2-12-10 德拜相机示意图

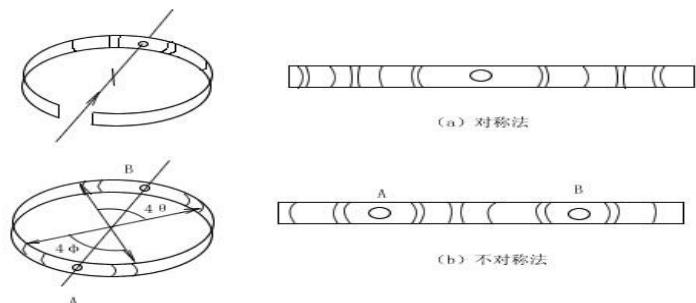


图 2-12-11

三 实验内容与步骤

(一) 开机

1. 接通总电源，总电源指示灯亮。
2. 打开 X 光管循环冷却水系统的电源（接通冷却水，并使水流正常）；
3. 将管压预置、管流预置均拨至最低档，按下主机面板上的“低压电源”键，接通整机的工作低电压。若冷却水通，此时“水冷”、“正常”指示灯亮，预热 2—3 分钟。
4. 开高压，（当 X 光管首次使用或长期停机后再使用，或工作不稳定时，应先在 10kV、3mA 条件下工作 10 分钟，再转入正常工作），将电压升高到所需要的数值（一般 1kVA 的 X 光管工作电压为 35kV 为宜）；
5. 将电流升到所需要的数值，本机用 15mA。每升高一档要停 2 秒钟。
6. 调好计时器。按规定的时间进行曝光（本实验需要曝光 1 小时）。

(二) 相机的调整

拍摄德拜相需要用德拜相机，它的结构如（图 2-12-2）所示。它是一个厚壁圆柱形金属盒，盒盖可以打开以便安装样品和放置底片。盒壁中央前后有两个孔，相应装有前、后光阑，前光阑是使 X 射线成为窄平行光束，并正对相机的中心轴。样品安装在可转动的样品架上，要求样品调到与转动轴共轴。底片可以圆筒上的夹子将其紧贴在盒壁上，底片要先打好孔，以便容纳前后光阑。后光阑是为了避免很强的原射线照射在底片上，同时后光阑中的荧光屏可以用来观察 X 射线，以便进行调节。

(三) 关机

1. 将电流降至 3mA；
2. 将电压降至 10kV；

3. 关高压;
4. 关低压;
5. 关稳压电源;
6. 停机 5 分钟后关冷却水。

注意：

1. 仪器运行时应该经常观察冷却水的流量是否正常，以防止保护装置失灵而烧坏 X 光管。冷却水进水口温度不得超过 37°C 。

2. 不得随意加大 X 光管的工作电流和电压，以免过载烧坏管子。经常观察稳压电源输出是否保持在 220V。

3. 不用的窗口关闭好，不让 X 射线逸出伤害身体。

4. 保护好相机，不要让洗相液等污染相机，光阑插紧以防落在地上而损坏。

(四) 根据德拜相图测定晶胞的大小 德拜相中每一个德拜环代表一个晶面族，我们要求晶胞大小，首先要知道每一德拜环所代表晶面族的指数 (hkl) 和晶面间距 $d_{(h,k,l)}$ 后才能计算出晶胞的晶格常数。

(五) 求出布拉格角与面间距；

(六) 德拜相的指标化，晶格常数；

(七) 误差分析。

思考与讨论

1. 对于一定的 X 射线，是否面间距 α 为任何值的晶面都可产生衍射？
2. 德拜相是如何形成的？如何由德拜相计算出立方晶体的晶格常数 α ？
3. 为什么宜选用高角度衍射线的参数计算晶格常数？试从 α 的误差分析说明之。
4. 如果试样在相机中没有转动，对德拜相中的衍射线有何影响？

附录：X 射线防护

X 射线对人体和组织能造成伤害，人体受 X 光伤害的程度，与受辐射的量（强度和面积）和部位有关，眼睛和头部较容易受伤害。衍射分析用的 X 射线（软 X 射线）比医院用的 X 射线（硬 X 射线）波长长，穿透弱，吸收强，危害更大。实验人员必须对 X 射线“要注意防护”。一定要避免受到 X 光束的直接照射，对散射也需要加以防护。直接 X 光束的光路必须用重金属板完全屏蔽起来。防护 X 射线可以用各种铅的或含铅制品（如铅版、铅玻璃、铅橡胶板）或含重金属元素的制品。必须遵守以下注意事项：

1. X 光机的屏蔽部件不可以随便移去；每次实验时，防护罩必须四周都关严，以防不必要的“吃 X 光”；
2. 当需要开防护罩们进行操作时，一定要注意 X 射线出射们是否关闭，决不可以受到 X 光的直接照射。更换样品时，必须关窗；
3. X 光机是一种高压设备，因此要注意高压防护。当维修 X 光机的高压部分时，必须完全切断电源，并且使高压电容完全放电，为了保证安全，应注意不要随意拆下发生器的面板。

实验 3—1 紫外/可见/近红外光谱测量

和晶体的 J-0 吸收参数计算

当一束具有连续波长的光通过一种物质时，光束中的某些成分便会有所减弱，当经过物质而被吸收的光束由光谱仪展成光谱时，就得到该物质的吸收光谱。几乎所有物质都有其独特的吸收光谱。原子的吸收光谱所给出的有关能级结构的知识同发射光谱所给出的是互为补充的。一般来说，吸收光谱学所研究的是物质吸收了那些波长的光，吸收的程度如何，为什么会有吸收等问题。研究的对象基本上为分子。吸收光谱的光谱范围是很广阔的，大约从 10 纳米到 1000 微米。在 200 纳米到 800 纳米的光谱范围内，可以观测到固体、液体和溶液的吸收，这些吸收有的是连续的，称为一般吸收光谱；有的显示出一个或多个吸收带，称为选择吸收光谱。分子振动光谱的研究表明，许多振动频率基本上是分子内部的某些很小的原子团的振动频率，并且这些频率就是这些原子团的特征，而不管分子的其余的成分如何。吸收光谱的研究普遍应用于化学、国防、气象等部门的研究工作中。

稀土离子激活的发光晶体在现代科学技术中有着广泛的应用。许多发光粉、上转换材料及激光材料就是掺稀土离子的。三价自由稀土离子的 $4f^n$ 组态的电子波函数具有相同的宇称，没有电偶极辐射和吸收。当三价稀土离子掺入晶体后，看到了发光，对此早有一些定性的解释。Judd 和 Ofelt 由其中一种解释即静态晶场引起相反宇称的组态混杂出发，推导了越迁几率表达式，后来被称为 J-0 理论或 J-0 模型，用于对实际稀土发光体进行定量计算。到目前为止，J-0 模型是能够在一定的精度内定量计算稀土离子发光强度的唯一理论方法。因此，掌握 J-0 理论公式，了解实际计算的详细步骤很有必要。

本实验目的是利用比较先进的紫外/可见/近红外光分光光度计来测量晶体的吸收谱，学习用三参量 J-0 公式对实验结果进行理论分析，计算出晶体样品的吸收参数，并用计算的参数对实验样品的光谱性能进行评价。

一 实验原理

(一) 吸收定律

如图 3—1—1 所示，光强为 I_0 的单色平行光束沿 x 方向穿过均匀各项同性介质，通过距离为 x 附近厚度为 dx 的介质薄层后，因介质的吸收，光强由 I 衰减到 $I-dI$ 。实验证明，若入射光不是很强，则光强的相对减少量与介质薄层厚度 dx 成正比，与入射光强的大小无关，即：

$$-\frac{dI}{I} = \alpha dx \quad (3-1-1)$$

式中比例系数 α 是与光强无关的量，称为该物质的吸收系数，负号表示随传播距离的增加，光强减小。对上式积分并令 $x=0$ 处 $I=I_0$ ，可得到出射光强为：

$$I = I_0 e^{-\alpha x} \quad (3-1-2)$$

上式即为 1729 年布格 (P. Bouguer) 从实验中得出的吸收定律，1760 年朗伯用简单的假设推倒出相同的结果，因此吸收定律也称为布格—朗伯定律。

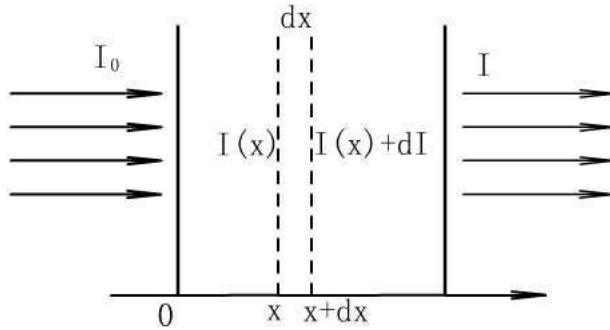


图 3-1-1 光的吸收

介质的吸收系数 α 的量纲是长度的倒数，单位是 cm^{-1} ，它表示因介质的吸收，光强衰减到原来的 $e^{-\alpha l} \approx 36.8\%$ 时，光所通过的介质厚度的倒数。在线性光学范围内，这个反映光的吸收的规律相当精确，但对于强光源，上述规律不再成立，须用非线性光学理论处理。

对于溶液，吸收系数 α 与其浓度 C 成正比，有

$$\alpha = AC, \quad (3-1-3)$$

A 只与吸收物质的分子特性有关而与溶液浓度无关，因而吸收定律可以写成如下形式：

$$I = I_0 e^{-ACl} \quad (3-1-4)$$

上式由比尔 (Beer) 在 1852 年推出，称为比尔定律。比尔定律表明，被吸收的光能是与光路中吸收的分子数成正比的，比尔定律仅在溶液浓度较小时成立，在溶液浓度相当大时，分子间平均距离减小，每个分子对光能的吸收能力都受到邻近分子的影响，比尔定律不再成立。在比尔定律成立的情况下，可根据式 (3-1-3) 来测定溶液的浓度。这就是吸收光谱分析的原理。

为了说明介质的吸收，还可以引入衰减系数 k ，它与吸收系数 α 的关系为：

$$\alpha = \frac{4\pi}{\lambda_n} k = \frac{4\pi}{\lambda} nk \quad (3-1-5)$$

式中 λ_n 和 λ 分别为入射光在介质中和真空中的波长， n 为介质折射率，于是布格—朗伯定律可表示为：

$$I = I_0 e^{-\frac{4\pi n k l}{\lambda}} \quad (3-1-6)$$

如果介质对各种波长的光具有几乎相同的吸收程度，即介质的吸收系数 α 与光的波长无关，称为普遍吸收。如果介质对某些波长的光具有强烈的吸收，则称为选择吸收。普遍吸收的光谱是连续光谱，而选择吸收的光谱则为线光谱、带光谱或部分连续光谱。让具有连续谱的光通过吸收介质后，再由光谱仪将不同波长的光被吸收的情况显示出来，就得到该介质的吸收光谱。

(二) 稀土钒酸盐晶体的吸收光谱

稀土离子的特点是拥有未完全充满的 $4f$ 层。 $4f$ 轨道处于离子的内部，被外部的 $5s^2$ 和 $5p^6$ 轨道所屏蔽。因此，基质晶格对 $4f^n$ 电子组态的光吸收跃迁的影响非常小（但不可忽略）。图 3-1-2 是钕离子的吸收谱，光谱项表示了其本征态，图 3-1-3 是

钕离子掺杂在钒酸镥晶体中的吸收谱，比较两图中的吸收峰，可以看出弱晶体场的影响，尤其是其引起的吸收峰的斯塔克分裂特别显著。两图中跃迁的基态都是钕离子的基态 $^4I_{9/2}$ 。理论上说来， $4f^n$ 组态内的电子跃迁是被宇称选律严格禁戒的，但是由于稀土离子邻近环境的对称性、所处格位及其不同对称性的格位数目对它的影响，使得禁戒跃迁被允许。当稀土离子处于偏离反演对称中心的基质格位时，晶体场势能展开式中出现奇次项。这些晶体场奇次项将少量的相反宇称的波函数例如5d混入到 $4f$ 波函数中，使晶体中的宇称禁戒选律放宽。通过这种方式，使 $4f^n$ 组态内部的电子跃迁获得一些强度。波谱学家曾作过这样的描述：禁戒的 $4f-4f$ 跃迁强度是从允许的 $4f-5d$ 跃迁强度中窃取来的。

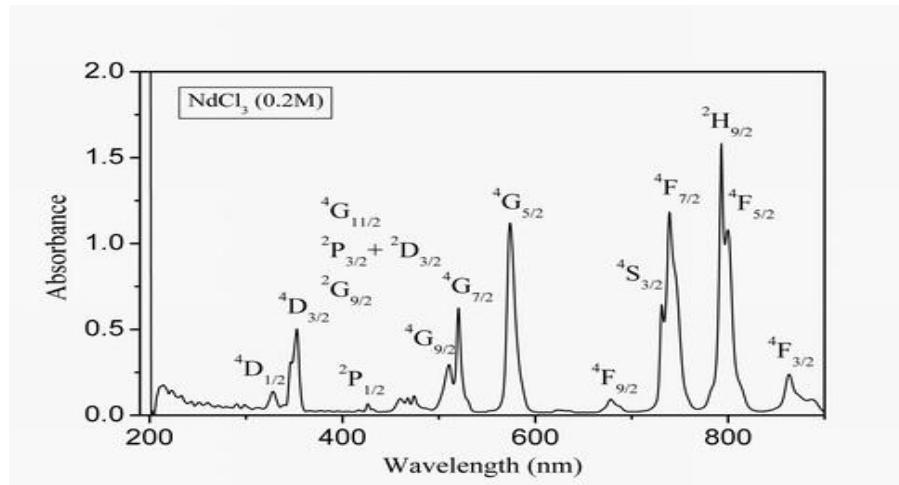


图 3-1-2 自由状态的钕离子的吸收谱

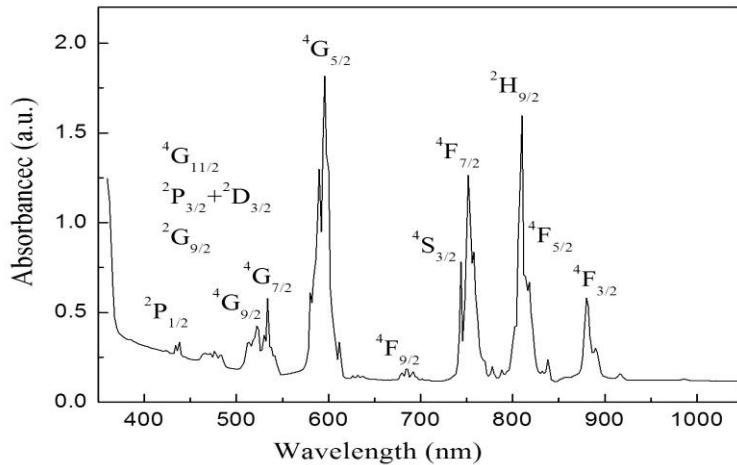


图 3-1-3 Nd:LuVO₄ 晶体中钕离子的吸收谱

(三) 三参量 J-0 公式

我们知道，稀土离子掺入晶体后，量子数J仍然是个较好的量子数，属于同一J值的斯塔克能级靠得很近形成一个J簇能级。与此相应地，两个J簇能级间的越迁($J \rightarrow J'$)给出一组靠得很近的谱线(线簇)，往往不能把每根单线清晰地分辨开来。这时，可以利用三参量J-0公式计算线簇的总强度。对于发光晶体，知道总强度就够了。已知的光谱学公式把吸收系数、自发发射系数同谱线强度 $S_{JJ'}$ 联系了起来。

一般地说，Judd-Ofelt 强度参数 Ω_2 反映了玻璃结构和配位对称性，有序性等特征， Ω_2 越大，玻璃的共价性越强，反之，离子性越强，而 Ω_4 / Ω_6 的比值与奇晶场项的大小

及跃迁分支比有密切关系，比值越大说明晶场的五次项相对于晶场的三次项较小。

二 实验配置

(一) 分光光度计的类型

一般来说以光学系统对分光光度计进行分类：

1、单光束分光光度计

从光源到检测器只有一个测量光束。测量时，将参比样品和待测样品交替送入光路。它要求光源和检测器的供电电压有高的稳定性。因此光源的不稳定等会影响测量精度，但是其光学系统简单，能量损失较双光束仪器小。这种简易型分光光度计结构简单，操作方便，维修容易，适用于常规分析。

2、双光束分光光度计

经单色器分光后经反射镜分解为强度相等的两束光，一束通过参比池，一束通过样品池。光度计能自动比较两束光的强度，此比值即为试样的透射比，经对数变换将它转换成吸光度并作为波长的函数记录下来。这类仪器克服了单光束仪器由于光源不稳定而引起的误差，还可以方便地对被测组分在整个波段范围内做连续扫描，获得精细的吸收光谱。双光束分光光度计一般都能自动记录吸收光谱曲线。

3、双波长分光光度计

由同一光源发出的光被分成两束，分别经过两个单色器，得到两束波长可以任意调节的的单色光；利用切光器使两束光以一定的频率交替照射同一吸收池，然后经过光电倍增管和电子控制系统，最后由显示器显示出两个波长处的吸光度差值（ ΔA ）， ΔA 则和被测组分的浓度成正比。用双波长法测量，可消除两个样品池不匹配和参比及样品溶液组成不一致而引起的误差。对于多组分混合物、混浊试样（如生物组织液）分析，以及存在背景干扰或共存组分吸收干扰的情况下，利用双波长分光光度法，往往能提高方法的灵敏度和选择性。利用双波长分光光度计还能获得导数光谱。另外，通过光学系统转换，使双波长分光光度计能很方便地转化为单波长工作方式。

(二) 常用分光光度计组成部件

紫外/可见/近红外光谱测量所用的分光光度计通常由光源、单色器、样品池、检测器及其信号指示系统 5 个部分组成。

1、光源

对光源的基本要求是应在仪器操作所需的光谱区域内能够发射连续辐射，有足够的辐射强度和良好的稳定性，而且辐射能量随波长的变化应尽可能小。分光光度计中常用的光源有热辐射光源和气体放电光源两类。热辐射光源用于可见光区，如钨丝灯和卤钨灯；气体放电光源用于紫外光区，如氢灯和氘灯。钨灯和碘钨灯可使用的范围在 340—2500nm。这类光源的辐射能量与施加的外加电压有关，在可见光区，辐射的能量与工作电压 n 次方成正比。光电流与灯丝电压的 n 次方 ($n > 1$) 成正比。因此必须严格控制灯丝电压，仪器必须配有稳压装置。氢灯和氘灯常用在在近紫外区测定。它们可在 160—375nm 范围内产生连续光源。氘灯的灯管内充有氢的同位素氘，它是紫外光区应用最广泛的一种光源，其光谱分布与氢灯类似，但光强度比相同功率的氢灯要大 3—5 倍。

2、单色器

单色器是能从光源辐射的复合光中分出单色光的光学装置，其主要功能：产生光谱纯度高的波长且波长在紫外可见区域内任意可调。单色器一般由入射狭缝、准光器（透镜或凹面反射镜使入射光成平行光）、色散元件、聚焦元件和出射狭缝等几部分组成。

其核心部分是色散元件，起分光的作用。单色器的性能直接影响入射光的单色性，从而也影响到测定的灵敏度、选择性及校准曲线的线性关系等。能起分光作用的色散元件主要是棱镜和光栅。

3、样品池样品池用于盛放分析试样，一般有石英和玻璃材料两种。石英池适用于可见光区及紫外光区，玻璃吸收池只能用于可见光区。为减少光的损失，吸收池的光学面必须完全垂直于光束方向。在高精度的分析测定中（紫外区尤其重要），吸收池要挑选配对。因为吸收池材料的本身吸光特征以及吸收池的光程长度的精度等对分析结果都有影响。4、检测器检测器的功能是检测信号、测量单色光透过溶液后光强度变化的一种装置。常用的检测器有光电池、光电管和光电倍增管等。硒光电池对光的敏感范围为300—800nm，其中又以500—600nm最为灵敏。这种光电池的特点是能产生可直接推动微安表或检流计的光电流，但由于容易出现疲劳效应而只能用于低档的分光光度计中。光电管在紫外-可见分光光度计上应用较为广泛，其中光电倍增管是检测微弱光最常用的光电元件。5、输出系统

它的作用是放大信号并以适当方式指示或记录下来。常用的信号指示装置有直读检流计、电位调节指零装置以及数字显示或自动记录装置等。很多型号的分光光度计装配有微处理机，一方面可对分光光度计进行操作控制，另一方面可进行数据处理。

（三）V570 光学系统

我们采用的实验仪器为 JASCO V570 UV/VIS/NIR 分光光度计，其分辨率在紫外/可见部分为0.1nm，近红外范围为0.5nm。整个装置由光源、分光系统、样品、检测、显示5个部分组成。光源为一个氘灯（190—350nm）和一个卤灯（330—2500nm）。V570为双光束型分光光度计，其光学系统如图3—1—4所示。

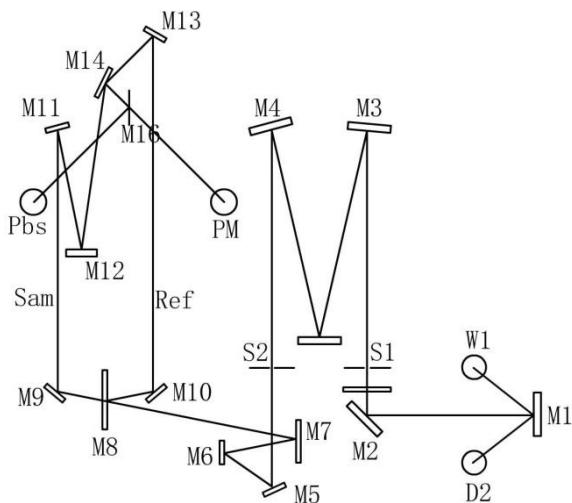


图3—1—4 V570 光学系统。W1, D₂: 光源；M: 反射镜；S: 狹缝；M8: 分束器；PM: 紫外/可见探测器；Pbs: 近红外探测器；Sam: 样品光路；Ref: 参比光路。

来自光源W₁（可见光用）或D₂（紫外光用）的光用反射镜M₁反射，用经过滤光器消除散射光后通过狭缝S₁，经单色器后通过出射狭缝S₂，经反射镜后到分束器M₈把光一分为二。然后两束光强相等的光分别通过样品池Sam和参比池Ref，又经过反射镜入射到检测器PM或Pbs，最后检测器产生的光电流经放大输入到显示装置。

三 实验内容与步骤

1、仔细阅读仪器使用说明，了解仪器的工作原理及操作步骤；

- 2、将晶体样品放入样品槽，注意透光方向；
- 3、按仪器操作步骤测量该样品的透过和吸收谱，并进行对比；
- 4、用最小二乘法拟和下列 Sellmeier 方程的色散参数：

$$n^2(\lambda) = A + B / (\lambda^2 - C) - D \lambda^2;$$
- 5、J-O 公式用于吸收谱，与实验吸收强度进行拟合得出最佳 Ω_t ($t=2, 4, 6$) 参量；
- 6、算晶体的吸收参数，包括谱线强度(S)、振子强度(P)以及吸收截面($\sigma_a(\lambda)$)等；
- 7、对计算结果进行分析。

附：J-O 理论

一、J-O 理论简介

在现有的 300 多种激光晶体中，有 290 多种是以稀土作为激活离子的。因此，研究固体中的稀土光谱在理论和实用上都有重要意义。在离子和原子状态， $4f^n$ 组态内各种状态的宇称是相同的，电偶极子跃迁矩阵元为零，故 $4f$ 组态内各个状态之间的跃迁是禁戒的。但在固体材料中，由于奇次晶场的作用，使相反宇称的 $4f^{t-1} n^1 l^1$ 组态之中，这时原 $4f^n$ 组态内的状态不再是单一宇称，而是两种宇称的混合态，从而在固体材料中 f 组态内的电偶极跃迁才成为可能。

稀土离子的晶场哈密顿量 V 可写成：

$$V = V_{\text{偶}} + V_{\text{奇}} = \sum_{t,p} A_{t,p} D_p^{(t)} \quad (t = 1, 3, 5, \dots, p = t, t-1, \dots) \\ D_p^{(t)} = \left[\frac{4\pi}{(2t+1)} \right]^{1/2} Y_{tp}(\theta_j \Phi_j); \quad (j \text{ 为电子标号}) \quad (1)$$

其中 t 为奇数的系数 A_{tp} 不全为零（非中心配位场）。把自由离子哈密顿连同 $V_{\text{偶}}$ 同时对角化得到的波函数作为零级近似波函数，而把加进 $V_{\text{奇}}$ 微扰后的一级近似波函数作为晶场本征函数，这样，电偶极算子 $D_q^{(1)}$ 在晶体本征函数之间的矩阵元就会出现不为零的值。零级近似波函数 $|A\rangle$ 认为是已知的。若不考虑 J—混杂，则 $|A\rangle$ 有如下的形式：

$$\langle A | = \sum_M \langle f^n \Psi, JM | \cdot \alpha_M \quad (2)$$

其中 $\langle f^n \Psi, JM |$ 代表居中偶合态，所以它能进一步表达成 (SL) 耦合的本征态 $\langle f^n \alpha S L J M |$ 按 α, S, L 的组合。

为了解除宇称禁戒的需要，Judd 引入一级近似的宇称混杂波函数即晶体波函数为：

$$\langle B | = \sum_M \langle f^n \Psi, JM | \cdot \alpha_M + \sum_M \frac{\alpha_M \langle f^n \psi, JM | V | f^{n-1}(n'l')\psi'', J''M'' \rangle}{E(\psi J) - E(n'l', \psi'' J'')} \langle f^{n-1}(n'l')\psi'', J''M'' | \quad (3)$$

此处， $\psi = (\alpha SL)$ ， $E(\psi J)$ 和 $E(n'l' \psi'' J'')$ 为基组态 J'' 和反宇称虚激发组态 J''^{-1} 中相应的能级。晶体中稀土离子 ($4f^n$) 的状态就是 (3) 式描述的态，Judd-Ofelt 推导了在这样的两个态之间的电偶极算子矩阵元。利用球张量技术，可得到晶场能级间电偶极子跃迁矩阵元：

$$\langle B | D_q^{(1)} | B' \rangle = \sum_{t,p,\lambda} (2\lambda+1)(-1)^{p+q} A_{tp} \Xi(t, \lambda) \begin{pmatrix} 1 & \lambda & t \\ q & -(p+q) & p \end{pmatrix} \langle A | U_{p+q}^\lambda | A' \rangle \quad (4)$$

其中

$$\Xi(t, \lambda) = 2 \sum_{n'l'} (2l+1)(2l'+1)(-1)^{l+l'} \begin{Bmatrix} 1 & \lambda & t \\ l & l' & l \end{Bmatrix} \quad \begin{pmatrix} l & 1 & l' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} l' & t & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\langle n' | r | n'l' \rangle \langle nl | r^t | n'l' \rangle}{\Delta(n'l')}$$

式中 t 为奇数, λ 为偶数。显然, 在考虑零级近似波函数有 j —混杂:

$$\langle A | = \sum_{\alpha, S, L, J, M} A(\alpha SLJM) \langle f^n, \alpha SLJM | \quad (2')$$

时仍然可以得到 (4) 式。

(4) 式叫做 J-0 公式, 它把对晶体斯塔克能级间求电偶极矩阵元的问题转化成了对相应的零级近似态间求张量算子 $U^{(\lambda)}$ 矩阵元的问题。 $\langle A |$ 和 $\langle A' |$ 能从晶场计算得到, 由于它们是 $4f^n$ 组态的线性组合, 因此, $\langle A | U_{p+q}^\lambda | A' \rangle$ 可按标准的张量子算法加以约化和计算。有关三价稀土离子的光谱线强度的计算都以 (4) 式为基础。

二、三参量 J-0 公式

Judd 假定粒子数在初能级 J 的子能级上平均地分布而进行了求和, 结果为:

$$S_{JJ'} = \sum_{t=2,4,6} \Omega_t \left| \langle f^n \psi, J | U^{(t)} | f^n \psi', J' \rangle \right|^2 \quad (5)$$

式中, Ω_t 与 J 无关, 只含晶场参数, 所以作为可调节参量。张量算子的性质限定 $t=2, 4, 6$ 。在计算 J 簇能级间的跃迁时用到 (9) 式, 它只含有三个参量 $\Omega_2, \Omega_4, \Omega_6$, 因此把公式 (5) 称为三参量 J-0 公式。

实验计算所用到的 J0 公式如下:

$$\int K(\lambda) d\lambda = N_0 \frac{8\pi^3 e^2 \bar{\lambda}}{3hc} \frac{(n^2 + 2)^2}{9n} \frac{1}{(2J+1)} S_{\text{exp}}(J \rightarrow J') \\ = N_0 \frac{\pi \bar{\lambda}^2 e^2}{mc^2} P_{\text{exp}}(J \rightarrow J'), \quad (6)$$

$$\int K(\lambda) d\lambda = \frac{1}{l \lg e} \int D(\lambda) d\lambda, \quad (7)$$

$$\sigma_a(\lambda) = \frac{D(\lambda)}{N_0 l \lg e}, \quad (8)$$

$$S_{\text{exp}}(J \rightarrow J') = \sum_{t=2,4,6} \Omega_t \left| \langle 4f^n \psi J | U^{(t)} | 4f^n \psi' J' \rangle \right|^2, \quad (9)$$

上述公式中, J 和 J' 分别表示基态和激发态; $\int K(\lambda) d\lambda$ 为积分吸收系数; $\int D(\lambda) d\lambda$ 为积分吸收率, 其值等于吸收峰的面积; $\sigma_a(\lambda)$ 为吸收截面; S 是谱线强度, P 为振子强度, 下标 exp/cal 分别表示实验值和计算值; N_0 为掺杂的 Nd^{3+} 离子浓度; e 为电子电

量; h 为普朗克常数; c 为光速; $\langle 4f^n\Psi J \| U^{(t)} \| 4f^n\Psi' J' \rangle$ 为约化矩阵元; $\bar{\lambda}$ 为 $J \rightarrow J'$ 跃迁的平均波长; n 为晶体在此波长下的折射率; l 为晶体的厚度。

利用以上公式可以计算出晶体的吸收强度参数, 见表 3-1-1。

由计算出的吸收谱线强度用最小二乘法拟合得到三个晶场调节参数 Ω_t ($t=2, 4, 6$)。三个晶场调节参数 Ω_t ($t=2, 4, 6$) 拟合具体过程如下:

将 J0 公式用于吸收谱, 即与实验吸收强度 S 拟合, 以便得出最佳 Ω_t 参量。即令

$$\sum_t \Omega_t U_{JJ'}^{(t)} = S_{JJ'} \quad (10)$$

其中, $S_{JJ'}$ 为根据吸收谱计算出的实验值, 约化矩阵元 $U_{JJ'}^{(t)}$ 为 $\langle f^n\Psi, J \| U^{(t)} \| f^n\Psi', J' \rangle^2$ 的简写。目前, 所有的三价稀土离子的吸收跃迁矩阵元都可从文献中查到, 如果谱带重迭大于 25%, 则算作一个带, 对应的矩阵元相加。表 3-1-2 为 Nd^{3+} 离子的跃迁和发射时各个能级的约化矩阵元数值。

拟合运算相当于解一个矩阵方程, 写为向量形式如下:

$$S_{J1} = \Omega_2 U_{J1}^{(2)} + \Omega_2 U_{J1}^{(4)} + \Omega_2 U_{J1}^{(6)}$$

$$S_{J2} = \Omega_2 U_{J2}^{(2)} + \Omega_2 U_{J2}^{(4)} + \Omega_2 U_{J2}^{(6)}$$

$$S_{J3} = \Omega_2 U_{J3}^{(2)} + \Omega_2 U_{J3}^{(4)} + \Omega_2 U_{J3}^{(6)}$$

.....

$$S_{Jn} = \Omega_2 U_{Jn}^{(2)} + \Omega_2 U_{Jn}^{(4)} + \Omega_2 U_{Jn}^{(6)}$$

$$\text{即: } \bar{S}_{\text{实验}} = U \bar{\Omega} \quad (11)$$

表 3-1-1 晶体的吸收光谱参数

末态 $4f^n\Psi' J'$	平均波长 λ/nm	n	$S_{\text{exp}}(J \rightarrow J')$ ($\times 10^{-20} cm^2$)	$S_{\text{cal}}(J \rightarrow J')$ ($\times 10^{-20} cm^2$)	$P_{\text{exp}}(J \rightarrow J')$ ($\times 10^{-7} cm^2$)	$\sigma_a(\lambda)$ ($\times 10^{-20} cm^2$)
$^2P_{1/2}$						
$^4G_{11/2}, ^2P_{3/2},$ $^2D_{3/2}, ^2G_{9/2}$						
$^4G_{9/2}, ^4G_{7/2}$						
$^4G_{5/2}$						
$^4F_{9/2}$						
$^4S_{3/2}, ^4F_{7/2}$						
$^2H_{9/2}, ^4F_{5/2}$						
$^4F_{3/2}$						

表 3—1—2 Nd³⁺离子的跃迁和发射时各个能级的约化矩阵元

Nd ³⁺ Transitions from the ground state $^4I_{9/2}$			
$^4I_{11/2}$	0.0194	0.1073	1.1652
$^4I_{13/2}$	0.0001	0.0136	0.4557
$^4I_{15/2}$	0	0.0001	0.0452
$^4F_{3/2}$	0	0.2293	0.0549
$^4F_{5/2}$	0.0010	0.2371	0.3970
$^2H_{9/2}$	0.0092	0.0080	0.1154
$^4F_{7/2}$	0	0.0027	0.2352
$^4S_{3/2}$	0.0010	0.0422	0.4245
$^4F_{9/2}$	0.0009	0.0092	0.0417
$^2H_{11/2}$	0.0001	0.0027	0.0104
$^4G_{5/2}$	0.8979	0.4093	0.0359
$^2G_{7/2}$	0.0757	0.1848	0.0314
$^2K_{13/2}$	0.0068	0.0002	0.0312
$^4G_{7/2}$	0.0550	0.1570	0.0553
$^4G_{9/2}$	0.0046	0.0608	0.0406
$^2K_{15/2}$	0	0.0052	0.0143
$^2G_{9/2}$	0.0010	0.0148	0.0139
$(^2D, ^2P)_{3/2}$	0	0.0188	0.0002
$^4G_{11/2}$	≈ 0	0.0053	0.0080
$^2P_{1/2}$	0	0.0367	0
$^2D_{5/2}$	≈ 0	0.0002	0.0021
$(^2P, ^2D)_{3/2}$	0	0.0014	0.0008
$^4D_{3/2}$	0	0.1960	0.0170
$^4D_{5/2}$	0.0001	0.0567	0.0275
$^2I_{11/2}$	0.0049	0.0146	0.0034
$^4D_{1/2}$	0	0.2584	0
$^2L_{15/2}$	0	0.0248	0.0097
Nd ³⁺ Transitions from the excited state $^4F_{3/2}$			
$^4I_{15/2}$	0	0	0.028
$^4I_{13/2}$	0	0	0.212
$^4I_{11/2}$	0	0.142	0.407
$^4I_{9/2}$	0	0.230	0.056

Origin 拟合具体步骤如下：

- 1、打开 Origin 软件，输入谱线强度 S 和三个约化矩阵元数值，并选定矩阵元，如图 3—1—5 所示。

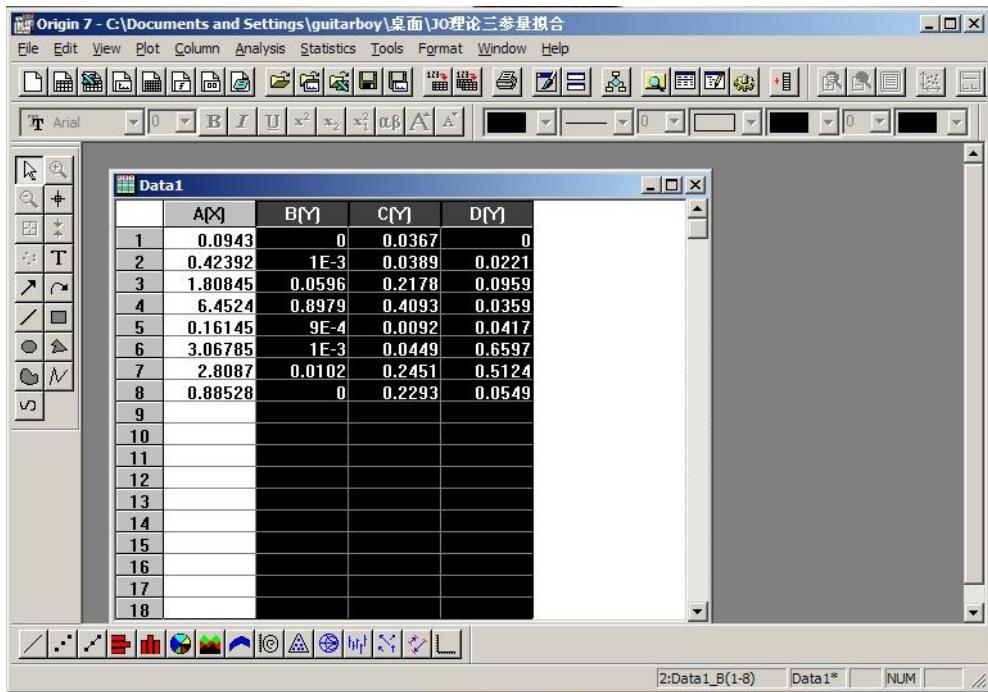


图 3-1-5 数据输入

2、对选定的数据进行拟合，在 Origin 中选择 Multiple Regression，如图 3-1-6 所示。

3、点击“确定”，得到拟合结果，如图 3-1-7 所示，其中 B , C , D 的值即为三个 Ω_t 参量的拟合值。

由晶场调节参数可以计算出谱线强度的理论值。由于磁偶极跃迁对谱线强度贡献不大，与电场相比较要弱近一个数量级，所以我们在计算时将其忽略不计。得到了 Ω_t 可进一步计算发光谱线强度 $S_{J''J}$ ，此部分详细内容见实验 3-2。

三参量 J-O 公式应用方便，对于单晶或容易得到吸收谱的发光体都可以用这个公式，结果的误差约为 15%。正是这些实际计算证明了 J-O 理论的正确性并显示了它的价值。然而三参量公式也有它的缺点，对于粉末不太方便，另外，由于假定基态被占据等为前提，故对基态分裂较大的材料误差增大。它还抹掉了单个斯塔克跃迁的那些细节，这对有些应用来说是不能够令人满意的。

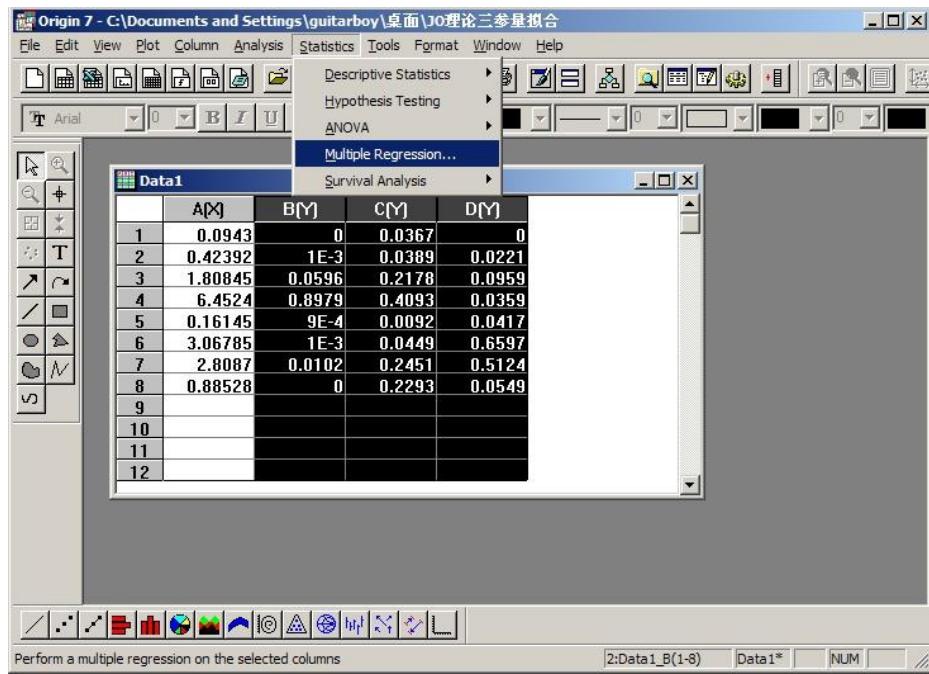


图 3-1-6 数据拟合

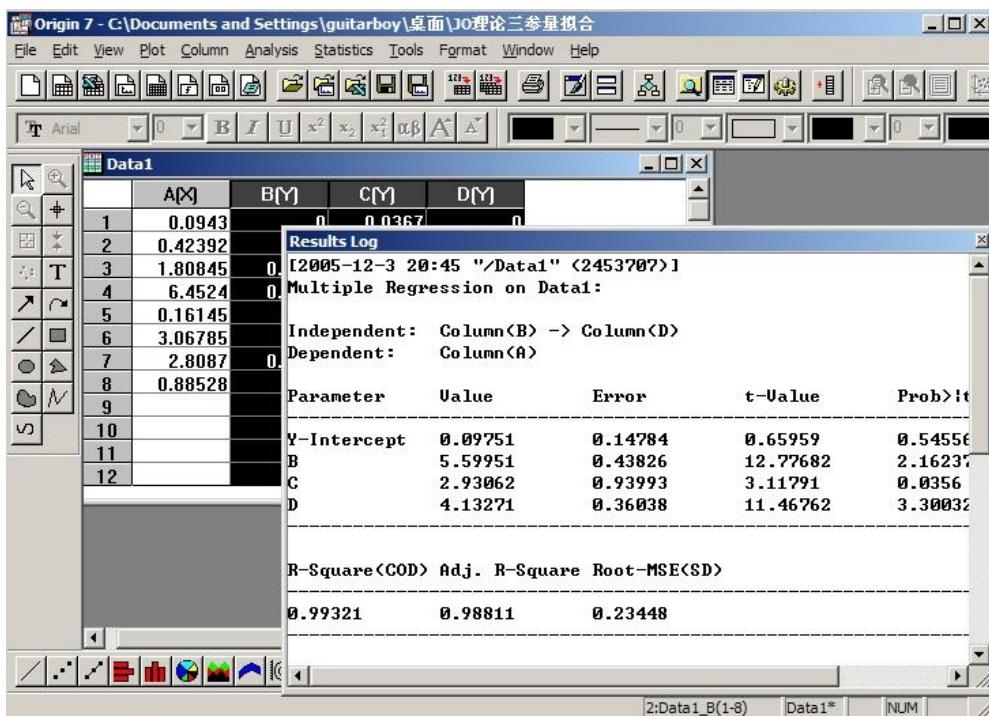


图 3-1-7 拟合结果

实验 3—2 激发谱和稳态荧光光谱测量 及晶体的 J-0 发光参数计算

荧光光谱法是利用物质吸收可见—紫外光成为激发态而又返回到原来基态而发生的光辐射现象。荧光光谱辐射峰的波长与强度包含许多有关样品物质分子结构与电子状态的信息。但外界因素对这些结果有很大的影响，解释结果时应予注意。荧光光谱包含光吸收和荧光辐射两个过程，其灵敏度要比通常的可见—紫外吸收光谱高 1—3 个数量级。激发光谱是指发光材料在不同波长光的激发下，该材料的某一发光谱线与谱带的强度或发光效率与激发光波长的关系。根据激发光谱可以确定该发光材料发光所需的激发光波长范围，并可以确定某发光谱线强度最大时，最佳的激发光波长。

正常状态下，原子中的电子在最低能级的轨道上运动。这时，原子处于最低的能量状态——基态。原子的基态是一种稳定状态。在外界的影响下，如果原子获得了能量，电子就处于较高的能级——激发态。电子由一个能级过渡到另一能级称为跃迁。原子获得能量后，电子由低能级向高能级跃迁称为激发。原子在光的作用下激发称为受激吸收。光的发射过程有两种，一种是在没有外来光子的情况下处在高能级的原子有一定的几率自发地向低能级跃迁，从而发出一个光子来，这种过程叫做自发辐射过程。另一发射过程是在满足上述频率条件的外来光子的激励下高能级的原子向低能级跃迁，并发出同一频率的光子来，这种过程叫做受激辐射过程。自发辐射是个随即过程，处在高能级的原子什么时候自发地发射光子带有偶然性，所以气体中各原子在自发辐射过程中发出的光子其相位、偏振态、传播方向都没有确定的联系。换句话说，自发辐射的光波是非相干的。然而受激辐射的光波，其频率、相位、偏振状态和传播方向都与外来的光波相同。

在稀土功能材料的发展中，尤其以稀土发光材料格外引人注目。稀土因其特殊的电子层结构而具有一般元素所无法比拟的光谱性质，稀土发光几乎覆盖了整个固体发光的范畴，只要谈到发光，几乎离不开稀土。稀土元素的原子具有未充满的收到外界屏蔽的 4f5d 电子组态，因此有丰富的电子能级和长寿命激发态，能级跃迁通道多达 20 余万个，可以产生多种多样的辐射吸收和发射，构成广泛的发光和激光材料。稀土发光材料具有许多优点：发光谱带窄，色纯度高，色彩鲜艳；光吸收能力强，转换效率高；发射波长分布区域宽；荧光寿命从纳秒跨越到毫秒达 6 个数量级；物理和化学性能稳定，耐高温，可承受大功率电子束、高能辐射和强紫外光的作用。正是这些优异的性能使稀土化合物成为探寻高新技术材料的主要研究对象。

稀土离子激活的发光晶体在现代科学技术中有着广泛的应用。许多发光粉、上转换材料以及激光材料就是掺稀土离子的。三价自由稀土离子的 4f 组态的电子的波函数具有相同的宇称，没有电偶极辐射和吸收。当三价稀土离子掺入晶体后，看到了发光。对此有人解释为静态晶场引起的相反宇称的组态混杂，并由此观点出发推倒了跃迁几率表达式。我们知道，跃迁几率决定光谱线的强度；两个能级之间的跃迁几率、跃迁截面、辐射寿命，荧光强度、荧光分之比、量子效率等，这些标志强度的参数都是十分重要的发光参数，但是它们的实验测量有时不太容易。如果能够计算出跃迁几率，这些参数也就都可以得到了。

一 实验原理

分子吸收入射光能量跃迁到激发态，然后又从激发态回到稳定的基态的过程。通常

来说这种过程是热释放能量的非辐射跃迁或分子能量的转移，但是，对具有某些特定结构的分子来说，有时把能量再以光的形式释放出来。如果这种跃迁发生在同样的多重态之间，则将这类物质叫做荧光物质，发出的光称为荧光。由于荧光是同一多重态间的电子跃迁，是容许跃迁，几率大，辐射过程是瞬间的，辐射退活时，以振动的形式失去一部分吸收的光能。因此通常荧光的波长大多是向比吸收的波长更长的一侧移动。

(一) 跃迁几率的计算

下面以能级寿命为例进行简单演绎说明跃迁几率的计算。

设能级 E_2 上的粒子数为 N_2 ，由于自发辐射 N_2 将随时间减少。设时间 dt 内的 N_2 的改变量为 dN_2 ，则

$$dN_2 = -dN_{21} = -A_{21}N_2 dt \quad (3-2-1)$$

$$\text{或 } \frac{dN_2}{N_2} = -A_{21}dt \quad (3-2-2)$$

$$\text{积分后得 } N_2 = N_{20} e^{-A_{21}t} \quad (3-2-3)$$

式中 N_{20} 为 $t=0$ 时的 N_2 值。上式表明， N_2 减少的快慢与几率系数 A_{21} 的大小有关， A_{21} 越大，则 N_2 减少的越快。不难看出， A_{21} 具有时间倒数的量纲，它的倒数为

$$\tau = \frac{1}{A_{21}} \quad (3-2-4)$$

$$\text{因此 } N_2 = N_{20} e^{-t/\tau} \quad (3-2-5)$$

τ 反映了粒子平均来说在能级 E_2 上停留的时间长短，它叫做粒子在该能级上的平均寿命，或简称寿命，也可理解为在能级 E_2 上的粒子数减少到初始的 $1/e$ （约为 36%）所经历的时间。

各种原子的各个能级的寿命 τ 与原子结构有关，一般激发态能级的寿命数量级为 10^{-8} 秒。也有些激发态的能级寿命特别长，可达 10^{-3} s 甚至 1s，这种寿命特别长的激发态叫亚稳态。在激光晶体中，亚稳态在激光的产生过程中起着特殊的重要作用。

以上讲的只是与自发跃迁过程对应的寿命，更确切地应叫它为能级的自然寿命。实际上由于原子间的碰撞或其他外界干扰，都会使原子的跃迁几率大大增加，从而能级的实际寿命一般比自然寿命 (10^{-8} s) 小几个数量级。

(二) 稀土的光谱性质

晶体材料的发光性能由构成它的化合物的组成和晶体结构所决定，而且往往是在组成和结构上的微小变化就会引起材料性能上的巨大差异。不同发光材料有着不同的发光过程和发光机制。对各类材料发光机制的研究，对于寻找和发现新型的功能更为优异的发光材料具有指导意义，但至今对许多发光材料的作用机制尚未真正了解。物质的微观结构决定了它的宏观性质，了解稀土发光材料及其应用，从稀土元素及其离子独特的电子层构型来认识其光谱性质是必要的途径。

发光的本质是能量的转换，稀土之所以具有优异的发光性能就在于它具有优异的能量转换功能，而这又是由其特殊的电子层结构决定的。大部分稀土离子的吸收和发射光谱源于内层的 $4f-4f$ 跃迁，根据光谱选律这种电偶极跃迁原本是属于禁戒的。但是实际上可观察到这种跃迁，这主要是由于 $4f$ 组态与宇称相反的组态发生混合，或对称性偏离反演中心，使得原来禁戒的 $f-f$ 跃迁变为允许的。这种强制性的 $f-f$ 跃迁产生如

下影响：光谱呈狭窄线状；谱线强度较低，在激发谱中，这种特点不利于吸收激发能量，这是+3价镧系离子发光效率不高的原因之一；在4f之间的跃迁概率很小，激发态寿命较长，有些激发态的平均寿命长达 10^{-6} — 10^{-2} s，而一般原子或离子的激发态的平均寿命只有 10^{-10} — 10^{-8} s；由于4f轨道处于内层，外层还有5s6p轨道包围，因此f-f跃迁几乎不受外部场的影响，所以f-f跃迁发射波长是稀土离子自身的特有行为，而与周围环境无关。除了f-f跃迁外，+3价镧系离子Ce³⁺、Pr³⁺、Tb³⁺等还有d-f跃迁，根据光谱选律这种跃迁是允许的。d-f跃迁的特点与f-f跃迁几乎完全相反，其光谱呈现宽带，强度较高，荧光寿命短。由于5d处于外层，d-f跃迁受晶场影响较大。

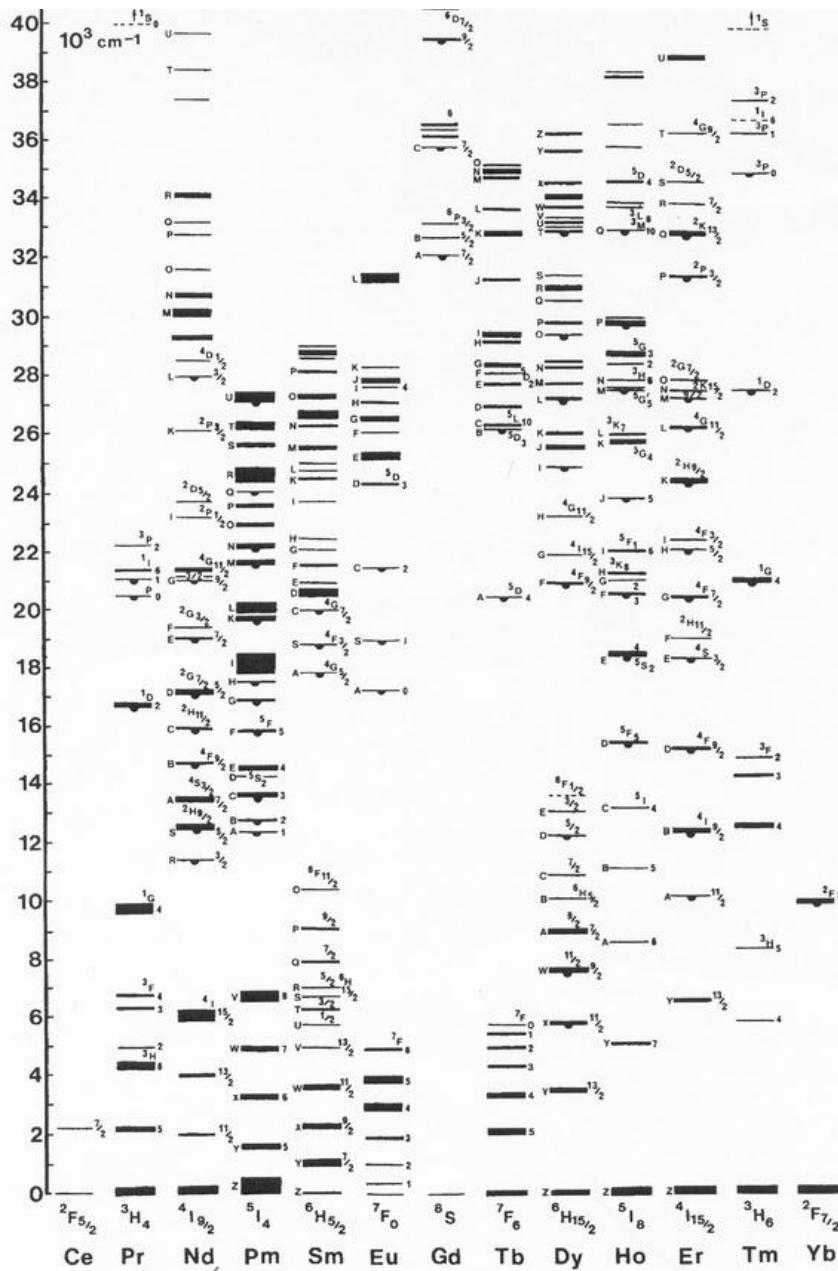


图3-2-1 Dieke能级图

镧系离子发光特性来源于其电子结构的特殊性。发射与激发主要源于4f能级间或5d-4f能级间的电子跃迁，换言之，研究稀土发光材料，实际是研究4f轨道上与f电子的物理性质相关的材料。稀土离子的轨道角动量 $l=3$ ，故轨道数目为 $2l+1=7$ ，依据洪特定则，4f轨道最多可容纳14个电子，每个轨道上4f电子数目为0，7个或14时最稳

定。为了描述多电子原子中电子的运动状态和能级，除了电子组态外，还必须考虑光谱项。光谱项是采用若干量子数对电子某种能量状态的一种表征方式。用符号表示为 $^{2S+1}L_J$ ， $2S+1$ 为自旋多重性，其中 S 为总自旋量子数， L 为总轨道量子数。 $L=0, 1, 2, 3, 4, \dots$ 时一次表示为 S, P, D, F, G, \dots 等。按洪特定则确定能量状态或能级高低。基态时，自旋量子数 S 与轨道量子数 L 混合得到总角量子数 J ，写成 $^{2S+1}L_J$ ，称为光谱支项。每一个光谱支项相当于一个能量状态或能级。 J 的数目为 $(2S+1)$ 个， J 的取值，当 $4f$ 电子数目大于7时， $J=L+S$ ， $4f$ 电子数目小于7时， $J=L-S$ 。例如： Eu^{3+} ，6个 $4f$ 电子平行自旋排列， $S=\sum S=(1/2)\times 6=3$ ， $L=|\sum m_z|=|-3|+(-2)+(-1)+0+(+1)+(+2)|=3$ ， $J=|L-S|=|3-3|=0$ 。因此 Eu^{3+} 基态光谱项写作 $^{2S+1}L_J=^7F_0$ 。 Eu^{3+} 的光谱支项有 $2S+1=7$ 个，即 $J=(L+S), (L+S-1), (L+S-2) \dots (L-S)=6, 5, 4, 3, 2, 1, 0$ 。即写作 $^7F_6, ^7F_5, ^7F_4, ^7F_3, ^7F_2, ^7F_1, ^7F_0$ 。严格地说一个真实电子状态实际上是采用一个中间耦合态来表示的，是几个 $^{2S+1}L_J$ 态通过自旋—轨道相互作用产生的混合态。

我们熟悉的 Dieke 图是三价镧系离子在 LaCl_3 晶体中 $4f$ 电子的能级图。由于能级变化值仅几百个波数，所以这个能级图对任何格位环境中的离子都是适用的。Dieke 图中稀土离子能级数目由该离子所处晶场对称性决定，能级劈裂的子能级数最多为 J 的整数倍 $(2J+1)$ 或半整数 $(J+1/2)$ 倍。能级间的电子跃迁要符合某些选择定则。一般地，电偶极跃迁容易发生，其次是磁偶极矩跃迁，难以发生的是电四级跃迁。 $4f$ 能级间的电偶极跃迁概率可通过 Judd-Ofelt 理论计算求得，虽然是近似值，但计算结果与实验数据却能很好吻合，可以有效说明镧系离子的光谱特性。

(三) 掺钕晶体材料的荧光谱

掺 Nd 的激光工作物质是研究最广泛的激光材料。Nd 离子掺杂到基质材料中，在晶体场的作用下，Nd 离子的能级发生分裂，图 3-2-2 为 Nd 离子的能级示意图。其中 Nd 离子在 808nm 左右的吸收峰（吸收泵浦光后，从基态 $^4I_{9/2}$ 能级激发到 $^4F_{5/2}$ 能级）能很好地与 GaAlAs LD 的发射波长相匹配。Nd 离子吸收泵浦光能量后，被激发到 $^4F_{5/2}$ 能级，然

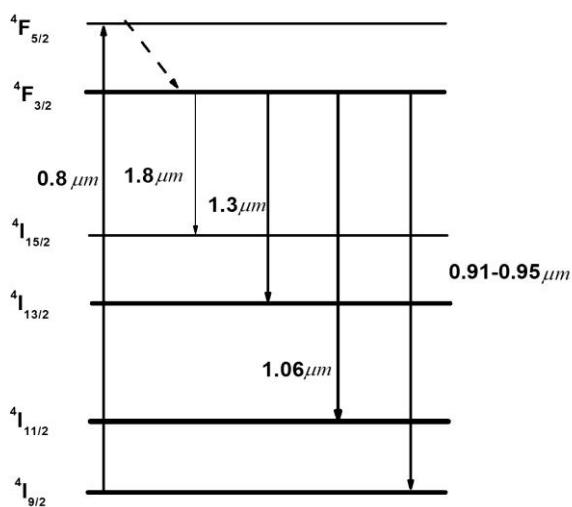


图 3-2-2 Nd 离子的能级分裂示意图

后自发辐射到 $^4F_{3/2}$ 能级，通常 Nd 可以从 $^4F_{3/2}$ 能级实现四个能级跃迁： $^4F_{3/2}\rightarrow^4I_{9/2}$ ， $^4F_{3/2}\rightarrow^4I_{11/2}$ ， $^4F_{3/2}\rightarrow^4I_{13/2}$ ， $^4F_{3/2}\rightarrow^4I_{15/2}$ ，其中 $^4F_{3/2}\rightarrow^4I_{15/2}$ 的跃迁很弱，一般不能实现激光输出。通常情况下，广泛研究的有三个跃迁： $^4F_{3/2}\rightarrow^4I_{9/2}$ ， $^4F_{3/2}\rightarrow^4I_{11/2}$ ， $^4F_{3/2}\rightarrow^4I_{13/2}$ ，但是并不是所

有的掺 Nd 的激光工作物质都能实现三个波长的激光输出。

Nd³⁺ 离子的 $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{11/2}$ 和 $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{13/2}$ 跃迁的激光输出为四能级系统, 泵浦阈值较三能级系统的低, 容易形成激光振荡。三能级系统和四能级系统示意图见图 3—2—3。在三能级系统中, 激光下能级就是基态, 或是非常靠近基态的能级, 由于热发射而有较多的粒子数; 在四能级系统中, 激光下能级和基态之间仍然存在着一个跃迁, 通常为无辐射跃迁。参与激光工作能级数目的意义在于: 在稳定状态下, 三能级系统需要较高的泵浦功率以获得粒子数反转。因此三能级系统的阈值功率较四能级的高。这是通常愿意采用四能级系统的原因所在。

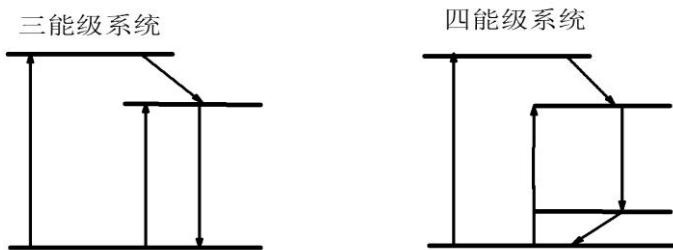


图 3—2—3 三能级系统和四能级系统示意图

二 实验配置

(一) 常见荧光分析仪器各部分简介

1、激发光源

对于简单的荧光计, 低压汞灯是最常用的光源。波长为 254nm、312nm 和 365nm 处的强发射对许多分子来说都是合适的激发波长。荧光分光光度计的光源有高压氙灯、高压汞灯、氙-汞弧灯、闪光灯和激光器, 应用最广泛的是高压氙灯。高压氙灯是一种短弧气体放电灯, 外套为石英, 内充氙气, 室温时其压力为 0.5MPa (5atm), 工作时压力为 2MPa。在 250—800nm 波长内光谱分布比较平滑。为了避免高压汞灯产生有毒的臭氧, 应该把灯室密封或提供把臭氧破坏掉或从实验室中排出去的措施。脉冲氙灯作为激发光源正在逐渐流行, 与以直流模式工作的电弧灯相比, 脉冲 Xe 灯能提供较大相对发光强度灯 300nm 以下波长的光束。低于 300nm 的波长也可采用氘灯激发, 在这一波长区域直流供电的 Xe 和 Hg 弧灯的发射强度都明显下降。

2、波长选择器件 (单色器)

激发和发射波长选择器 (例如滤光片或单色仪) 的中心波长通常应加以选择, 以使荧光信号最佳和使背景信号最小。为了防止直接观察到弹性散射的光源辐射, 由激发和发射波长选择器所通过波长范围应不重叠。用连续光源增加激发有利于使入射辐射功率增加。

3、样品池

与吸收光谱用样品池不同。荧光光谱样品室必须严格地防止漏光。用于激发辐射成像或收集发射辐射的一些光学元件也放在样品室里面。有时加偏振器。对于简单的荧光计最常用的是采用标准方形石英样品池 (1cm × 1cm × 4.5cm), 所有各面都要求抛光。

4、检测器

最常用的检测器是光电倍增管 (PMT)。对应光量以不到 1 μ s 的响应速度产生光电流, 将其放大输入显示装置。

(二) FS920 荧光光谱仪

我们采用的实验仪器为英国 Edinburgh 公司的 FS920 系列荧光光谱仪，其探测范围为 190—1700nm，信噪比为 6000: 1 (水峰 Raman)，光源为 450W 的 Xe 灯。该仪器采用单光子计数的操作模式，系统光路结构为 T 型，使用 300mm 单色仪做激发、发射单色仪，其分辨率为 0.05—18nm，波长准确度为 $\pm 0.2\text{nm}$ ，波长重复性为 $\pm 0.1\text{nm}$ ，图 3—2—4 为该仪器稳态荧光光谱光学系统部分的原理图。整个装置由氙灯用作激发光源部分、激发单色器、样品室、荧光单色器、光电倍增管检测器组成。荧光分光光度计工作原理可简述为：光源光束经入射单色器色散，提取所需波长单色光照射于样品上，由样品发出的荧光经发射单色器色散后照射光电倍增管，光电倍增管把荧光强度信号转变为电信号并经放大器放大后由记录器记录或读出。溶液的荧光测量是在与激发光垂直的方向进行的。对于固体样品，是以样品表面的反射光与激发光成 45° 角或 90° 角的方向进行测量。通常的狭缝是激发光一侧的狭缝宽，而荧光一侧的狭缝窄。但有时也会因测量的目的而异。

(三) 荧光测量技术

1、同步扫描

根据激发和发射单色器在扫描过程中彼此间所保持的关系，同步扫描技术可分为固定波长差 ($\Delta \lambda$)、固定能量差 (Δv) 和可变角 (可变波长) 同步扫描三类。同步扫描技术具有使光谱简化、谱带窄化、提高分辨率、减少光谱重叠、提高选择性、减少散射光影响等诸多优点。在应用同步扫描荧光技术时，波长差的选择是个关键，不同的要求选择的波长差不同，一般可在 3—100nm 之间。对于同一种物质也可以选择几个不同的波长差。同步荧光法的灵敏度除了与波长差有关外，也与狭缝的宽度有关。为了得到分离度好、选择性高的谱峰，必须选择窄的狭缝宽度，以免发生光的散射和外来光的干扰，但同时降低了灵敏度；适当加宽狭缝提高了灵敏度，但又往往难以得到分离度好的峰形，降低了选择性。因此，通常需要在得到选择性好的谱峰前提下，适当加宽狭缝，提高灵敏度。

2、三维光谱

三维荧光光谱技术与常规荧光分析的主要区别是能获得激发波长和发射波长同时变化的荧光强度信息。三维荧光光谱常用的有两种表示形式：等高线图（以激发波长、发射波长为坐标，画出等荧光强度的曲线）和等角三维投影图（以激发波长、发射波长、荧光强度为坐标的三维图）。前者容易体现与常规荧光光谱和同步光谱的关系。获得三维荧光光谱可采用逐线合成或同步扫描的方式，数据可由人工或计算机处理。

三维荧光光谱技术能获得完整的光谱信息，是一种很有价值的光谱指纹技术。在石油勘探中可用于油气显示和矿源判定；在环境监测和法庭判证中用于类似可疑物的鉴别；临床中用于癌细胞的辅助诊断和不同细菌的表征和鉴别；作为一种快速检测技术，对化学反应的多组分动力学研究也有独特的有点；采用三维光谱技术进行多组份混合物的定性、定量分析，是分析化学的热点之一。

3、荧光偏振及各项异性测量

在偏振光激发下，荧光物质所发射的荧光在空间不同取向上强度不同，也是偏振光。通常，荧光偏振 (p) 和各项异性 (r) 的测量只需在荧光光度计的激发和发射光路中分别加上起偏器和检偏器即可。

$$p = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}} \quad (3-2-6)$$

$$r = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + 2I_{\perp}} \quad (3-2-7)$$

其中, I_{\parallel} 和 I_{\perp} 分别为检偏器的取向平行或垂直于起偏器取向时所观察到的荧光强度。由于荧光偏振不仅与荧光物质分子形状、荧光物质吸光对偏振激发的取向、光选择性等有关, 而且许多外界因素, 如环境的黏度等都会影响和改变其偏振度, 从而在生化领域中获得了广泛的应用。如果采用脉冲偏振光或调制偏振光激发荧光物质, 还可进行荧光偏振及其各向异性的时间分辨或偏振相差测量。

4、时间分辨荧光光谱

时间分辨荧光光谱技术是基于不同发光体发光衰减速率寿命的不同, 所以在进行这种测量时要求带有时间延迟设备的脉冲光源和带有门控时间电路的检测器件, 从而可固定延迟时间和门控宽度, 用发射单色器进行扫描, 可得到时间分辨发射光谱, 从而可对光谱重叠但寿命有差异的组分进行分辨和分别测定; 也可疑固定发射波长, 对门控时间进行扫描, 从而可得到荧光强度随时间的衰变曲线和给定时间处的荧光发射普, 可用于荧光寿命的测量和溶剂松弛时间的测量等。另外, 时间分辨荧光技术还能利用不同发光体形成速率的不同进行选择性测定。

(四) 新物质荧光光谱测量注意事项

需要注意的是, 当测量新物质的荧光光谱时, 首先必须选择最适宜的激发波长及荧光光谱的测量范围。为此, 通常可按如下顺序进行测量:

1、假设的激发光谱。先将检测的荧光波长设定适当的值, 然后进行激发波长扫描, 测量激发光谱。激发光谱的测量波长范围是根据所使用的样品及设定的荧光波长自动确定的。

2、假设的荧光光谱。是由第一步确定的最佳激发波长来扫描荧光波长, 测量荧光光谱。

3、激发光谱测量。是把检测的荧光波长设在第二步测得的呈最大荧光强度的波长, 测量激发光谱。

4、荧光光谱测量。是测定第三步测得的最佳激发光波长, 测量荧光光谱。

通常荧光光谱的横坐标表示波长, 纵坐标表示荧光强度。在同一条件下测量做定量分析可直接读取荧光强度值。但与用其他装置测量的荧光光谱相比, 各荧光光谱包含有仪器常数需做校准。

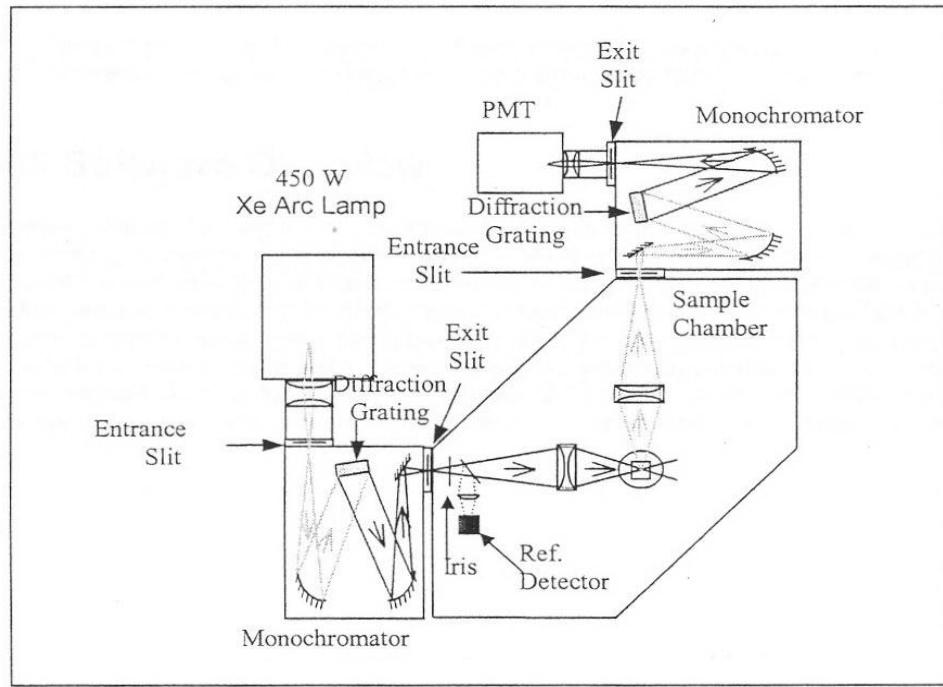


图 3—2—4 FS920 稳态荧光光谱仪光学系统示意图

三 实验内容与步骤

- 1、细阅读仪器使用说明，了解仪器的工作原理及操作步骤；
- 2、将晶体样品放入样品槽，注意透光方向；
- 3、按仪器操作步骤及新物质荧光光谱测量注意事项测量样品的激发谱，并确定改样品的最佳吸收峰位置；
- 4、根据激发谱调整入射光波长进而测量该样品的荧光谱。
- 5、用 J-0 公式计算晶体的发光参数，包括谱线强度 (S)、振子强度 (P)、积分发射截面 ($\Sigma(J'' \rightarrow J')$)、辐射寿命 (τ_{rad})、荧光分支比 ($\beta_{J''J'}$) 以及发射截面 ($\sigma_e(\lambda)$) 等。
- 6、对计算结果进行分析，对该样品的发光性能进行评价。

表 3—2—1 晶体样品的发光参数

Radiation transition $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_J$	Radiation wavelength λ (nm)	$S_{el}(J'' \rightarrow J')$ ($\times 10^{-30} \text{ cm}^2$)	$P_{el}(J'' \rightarrow J')$ ($\times 10^7$)	$A(J'' \rightarrow J')$ (s^{-1})	$\Sigma(J'' \rightarrow J')$ ($\times 10^{-18} \text{ cm}$)	$\beta_{J''J'}$ (%)	$\sigma_e(\lambda)$ ($\times 10^{-19} \text{ cm}^2$)
$^4I_{9/2}$	870						
$^4I_{11/2}$	1060						
$^4I_{13/2}$	1350						
$^4I_{15/2}$	1880						
τ_{rad} (μs) :							

思考题：

1、测量样品的荧光谱时，激发波长可根据样品的吸收率谱自己选定，说明选定的依据。

2、有人认为具有较大的振子强度和积分发射截面（大于 10^{-18}cm ）的跃迁可产生激光输出。试讨论能级寿命和荧光分之比对激活离子的激光通道可能产生激光输出的意义。

附：三参量 J-0 模型发光参数的计算公式：

$$S_{cal}(J'' \rightarrow J') = \sum_{t=2,4,6} \Omega_t \left| \left\langle 4f^n \Psi'' J'' \middle\| U^{(t)} \middle\| 4f^n \Psi' J' \right\rangle \right|^2,$$

$$A(J'' \rightarrow J') = \frac{64\pi^4 e^2}{3h\bar{\lambda}^3} \frac{n(n^2+2)^2}{9} \frac{1}{(2J''+1)} S_{cal}(J'' \rightarrow J')$$

$$= \frac{8\pi^2 e^2 n^2}{mc\bar{\lambda}^2} P_{cal}(J'' \rightarrow J'),$$

$$\Sigma(J'' \rightarrow J') = \frac{\bar{\lambda}^2}{8\pi c n^2} A(J'' \rightarrow J'),$$

$$\sigma_e(\lambda) = \lg e \frac{\eta_c}{\eta_q} \frac{n_i \bar{\lambda}_j^5}{8\pi c \lambda_i D(\lambda_i) \Delta \lambda_j} A(J'' \rightarrow J').$$

上述公式中， J 和 J' 分别表示基态和激发态， S 是谱线强度， P 为振子强度， cal 表示计算值； N 为掺杂的 Nd^{3+} 离子浓度； e 为电子电量； h 为普朗克常数； c 为光速； $A(J'' \rightarrow J')$ 是爱因斯坦自发发射系数； $\langle 4f^n \Psi J \middle\| U^{(t)} \middle\| 4f^n \Psi' J' \rangle$ 为约化矩阵元； $\bar{\lambda}$ 为 $J \rightarrow J'$ 跃迁的平均波长； n 为晶体在此波长下的折射率； I 为晶体的厚度； $\Sigma(J'' \rightarrow J')$ 是积分发射截面； τ_{rad} 是辐射寿命； $\beta_{J'' J'}$ 是荧光分支比； $\sigma_e(\lambda)$ 是激发发射截面， η_q 为荧光的量子效率， η_c 为晶体的光光转换效率。受激辐射表明晶体所辐射出的光子具有相同的量子能级。因为晶体内部的能量保持不变，因此晶体吸收的光子和受激辐射的光子数目相等，因此，量子效率 η_q 理论上在一个激光通道的受激辐射中近似为 1，而晶体的光光转换效率一般为 10 - 30%。以上相关计算可用计算机中的 Origin 软件，也可手算，其中约化矩阵元可查表获得， P_{cal} 、 S_{cal} 以及 $\Omega_t (t=2, 4, 6)$ 参量的值可以参考实验 3-1 中的计算值。

实验 3—3 共聚焦显微拉曼光谱实验

光照射到介质的时候，除了介质吸收、反射和透过外。总有一部分被散射，散射光按照频率可以分为三类。第一类，是由某种散射中心(分子或尘埃粒子)引起，其波数变化小于 10^{-5}cm^{-1} 或者基本不变，这类散射称为米氏散射；第二类，由入射光波场与介质内的弹性波发生相互作用而产生的散射，其波数变化大约 0.1cm^{-1} ，称为布里渊(Brillouin)散射；以上两类散射通常难以分辨合称为瑞利散射。第三类，波数变化大于 1cm^{-1} 的散射，相当于分子转动、振动能级和电子能级间跃迁范围，称为拉曼散射。

拉曼谱是以印度物理学家拉曼(C. V. Raman)命名的一种散射光谱。1928年拉曼和克利希南(K. S. Krishnan)在研究单色光在液体中散射时，不仅观察到与入射光频率相同的瑞利散射，而且还发现有强度很弱，与入射光频率不同的散射光谱。同年，前苏联的曼迭利斯塔姆和兰兹贝尔格在石英的散射中也观察到了这一现象。这种新谱线对应于散射分子中能级的跃迁，为研究分子结构提供了一种重要手段，引起学术界极大兴趣，拉曼也因此荣获1930年的诺贝尔物理学奖。

但由于拉曼光谱很弱，受当时光源和检测手段的限制，它的发展曾停滞了一段时期。19世纪60年代激光技术的出现使拉曼光谱得以迅速发展，再加上近年来发展的高分辨率的单色仪和高灵敏度的光电检测系统，使拉曼光谱学进入崭新的阶段，应用领域遍及物理、化学、生物、医学等。利用各种类型的材料作为散射物质，几乎都可能得到相应的拉曼谱。这种新型的实验技术正日益显示其重要意义。在各种分子振动方式中，强力吸收红外光的振动能产生高强度的红外吸收峰，但只能产生强度较弱的拉曼谱峰；反之，能产生强的拉曼谱峰的分子振动却产生较弱的红外吸收峰。因此，拉曼光谱与红外光谱相互补充，才能得到分子振动光谱的完整数据，更好地解决分子结构的分析问题。进一步，由于拉曼光谱的一些特点，如水和玻璃的散射光谱极弱，因而在水溶液、气体、同位素、单晶等方面的应用具有突出的优点。另外，拉曼光谱可以研究固体中的各种元激发的状态，当改变外部条件(如温度和压力等)时，可以研究固体内部状态的变化。近年来由发展了傅里叶变换拉曼光谱仪、表面增强拉曼散射、超拉曼、共振拉曼、时间分辨拉曼等新技术，激光拉曼光谱在材料分子结构研究中的作用正在与日俱增。

一、实验原理

当一束单色光入射在固、液或气态介质上时，从介质中有散射光向四面八方射出。散射光中较强的是瑞利散射，其频率与入射光频率 ν_0 相同，其强度和数量级约为入射光强 $10^{-4}\sim 10^{-3}$ 。除瑞利散射外还有拉曼散射，拉曼散射的散射光频率 ν 与入射光频率相比有明显的变化，即 $\nu = \nu_0 \pm |\Delta\nu|$ ，其强度数量级约为瑞利散射的 $10^{-8}\sim 10^{-6}$ ，最强的也只是瑞利散射的 10^{-3} 。瑞利线 ν_0 长波一侧出现的散射线 $\nu = \nu_0 - |\Delta\nu|$ 称为斯托克斯(Stokes)线，又称为红伴线；把短波一侧出现的 $\nu = \nu_0 + |\Delta\nu|$ 称为反斯托克斯(anti-Stokes)线，又称紫伴线。斯托克斯线比反斯托克斯线通常要强一些。

散射光频率 ν 相对于入射光频率 ν_0 的偏移，即拉曼光谱的频移 $\Delta\nu$ ，是拉曼谱的一个重要特征量。散射线的 $\pm|\Delta\nu|$ 相对于瑞利线是对称的，而且这些谱线的频移 $\Delta\nu$ 不随入射光频率而变化，只决定于散射物质的性质。换句话说，在不同频率单色光的入射下都能得到类似的拉曼谱。拉曼散射是由分子振动，固体中的光学声子等元激发与激发光相互作用产生的非弹性散射。由液体或固体的声学声子产生非弹性散射称为布里渊散射。用拉曼光谱可以研究固体中的各种元激发的状态，当改变外部条件(如温度和压力等)

时，可以研究固体内部状态的变化。拉曼谱的这个特征是拉曼光谱技术的一大优点，它使得有可能在可见光区研究分子的振动和转动等状态，因此在很多情况下它已成为分子谱中红外吸收方法的一个重要补充。拉曼光谱的应用范围很广，这里主要介绍应用较多的晶格振动的一级拉曼光谱。下图是四氯化碳的拉曼谱，图中央瑞利线的上部已截去，两侧为拉曼线。频率差 $\Delta \nu$ 也可以通过波数差 $\Delta \tilde{\nu}$ 来表示，二者之比为光速 c ，即 $\Delta \nu = c \Delta \tilde{\nu}$ 。

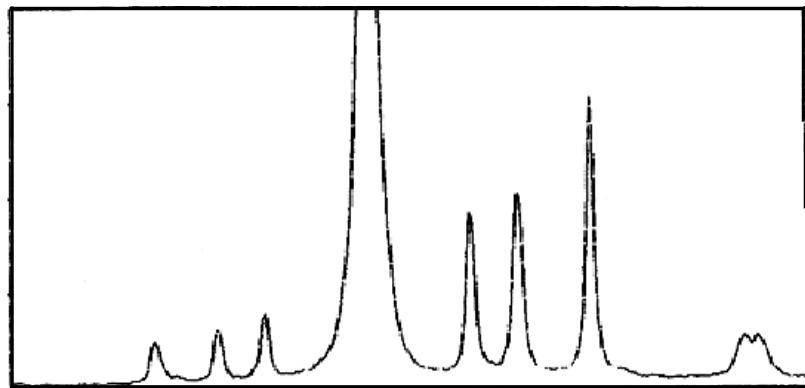


图 3-3-1 CCl₄ 的振动拉曼谱

(一) 激光拉曼散射的经典理论

电偶极辐射：一个原频率为 ν 的振荡电偶极矩，不论是物质固有的或者由外场感生的，都将辐射频率为 ν 的电磁波。

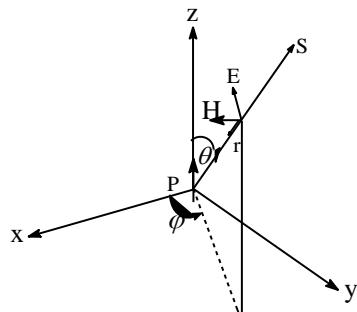


图 3-3-2 电偶极辐射示意图

对于图 3-3-2 所示的，处在坐标原点的电偶极矩 P ，在离原点为 r 的地方，当 r 大于光波波长时，由电偶极矩 P 辐射产生的电场 E 为：

$$E = -\frac{\nu^2 P_0 \sin \theta}{c^2} \cdot \frac{1}{r} \cos(\nu t - kr) e_E \quad (3-3-1)$$

式中 P_0 是偶极矩的振幅， c 是真空中光速， k 是波矢且 $k = \nu/c$ ， e_E 代表 r 和 P 组成的平面上垂直于 r 方向上的单位矢量， θ 是 r 和 P 的夹角。电偶极矩 P 辐射的能流密度 S ：

$$S = \frac{\nu^4 P_0^2 \sin^2 \theta}{4\pi^2 c^3 r^2} \cos^2(\nu t - kr) e_r \quad (3-3-2)$$

e_r 代表 r 方向上的单位矢量。在一个周期内的平均能流 $\langle S \rangle$ 是：

$$\langle S \rangle = \frac{v^4 P_0^2}{8\pi c^3 r^2} \cdot \sin^2 \theta e_r = \frac{2\pi^3 c \tilde{\nu}^4 P_0^2}{r^2} \sin^2 \theta e_r \quad (3-3-3)$$

式中 $\tilde{\nu} = v / 2\pi c$ 就是辐射光波的波数。

一个频率为 v_0 的光入射到一个分子上，可以感应产生电偶极矩。在一级近似下，所产生的感应电偶极矩 P 与入射光波电场 E 的关系由下式表达：

$$P = A \cdot E \quad (3-3-4)$$

一般情况下， P 和 E 不在一个方向上，所以 A 就是一个二阶张量，通常称 A 极率张量。

如果频率为 v_0 的入射光波只感生振荡频率为 v_0 的感应电偶极矩，根据前面叙述的偶极辐射观点，该感生电偶极矩当然只辐射与入射光频率 v_0 相同的散射光。但是，如果考虑到分子内部的运动，就会发现感应偶极矩的振荡频率有异于 v_0 的成分。

2、拉曼散射的机制

分子极化率 A 是分子内部运动坐标的函数。如果分子中的原子由热运动而在平衡位置，附近振动，那么，分子极化率 A 将和分子内部处于平衡状态时的分子极化率不同。 A 可用对振动简正坐标 Q 展开的式子表示， A 的某一个量 a_{ij} 的泰勒展开式是：

$$a_{ij} = (a_{ij})_0 + \sum_h \left(\frac{\partial a_{ij}}{\partial Q_h} \right)_0 Q_h + \frac{1}{2} \sum_{h,l} \left(\frac{\partial^2 a_{ij}}{\partial Q_h \partial Q_l} \right)_0 Q_h Q_l \quad (3-3-5)$$

式中符号 $(\)_0$ 表示括号内的物理量是分子处于平衡状态时的值， Q_h ， Q_l ，…是与频率， v_h ， v_l …相联系的振动简正坐标，求和遍及全部简正坐标。在下面的讨论中，对上式我们只保留到一级项，并且只讨论某个典型的正则振动模 Q_h ，因而式 (3-3-5) 便简化为：

$$(a_{ij})_h = (a_{ij})_0 + (\dot{a}_{ij})_h Q_h \quad (3-3-6)$$

式中： $(\dot{a}_{ij})_h = \partial a_{ij} / \partial Q_h$

与分量表达式 (3-3-6) 对应的张量就是：

$$A_h = A_0 + \dot{A}_h Q_h \quad (3-3-7)$$

当分子内部振动的振幅不大时，振动可近似认为是简谐的，于是振动坐标 Q_h 就用下列表达式表示：

$$Q_h = Q_{h0} \cos(\nu_h t + \varphi_h) \quad (3-3-8)$$

式中 Q_{h0} 表示振动的振幅， ν_h 和 φ_h 分别是振动的频率和初位相， t 代表时间。把上式代

入式 (3-3-6) 和式 (3-3-7) 分别得:

$$(a_{ij})_h = (a_{ij})_0 + (\dot{a}_{ij})_h Q_{h0} \cos(\nu_h t + \varphi_h) \quad (3-3-9)$$

$$A_h = A_0 + \dot{A}_h Q_{h0} \cos(\nu_h t + \varphi_h) \quad (3-3-10)$$

频率为 ν_0 的光波的电场 E 通常写成如下形式:

$$E = E_0 \cos \nu_0 t \quad (3-3-11)$$

式中 E_0 是电场 E 的振幅矢量。从前面的讨论知道, 受电场为 E 的光波的照射, 分子将产生一个感应偶极矩 P , 由于我们只讨论某个典型振动 Q_h 把式 (3-3-7) 和 (3-3-11) 代入式 (3-3-4) 得由外场 E 感应产生的偶极矩 P_h :

$$\begin{aligned} P_h &= A_h \cdot E = A_0 \cdot E_0 \cos \nu_0 t + \dot{A}_h Q_{h0} \cdot E_0 [\cos \nu_0 t \cdot \cos(\nu_h t + \varphi_h)] \\ &= A_0 \cdot E_0 \cos \nu_0 t + \left\{ Q_{h0} \dot{A}_h \cdot E_0 \cos[(\nu_0 - \nu_h)t - \varphi_h] \right\} / 2 + \\ &\quad \left\{ Q_{h0} \dot{A}_h \cdot E_0 \cos[(\nu_0 + \nu_h)t + \varphi_h] \right\} / 2 \end{aligned} \quad (3-3-12)$$

引入符号:

$$P_0 = A_0 \cdot E_0$$

$$P_{ho} = (Q_{h0} \dot{A}_h \cdot E_0) / 2 \quad p_0(\nu_0) = P_0 \cos \nu_0 t \quad (3-3-13)$$

$$P_0(\nu_0 \mp \nu_h) = P_{ho} \cos[(\nu_0 \mp \nu_h)t \mp \varphi_h]$$

所以式子 (3-3-12) 可以改写为:

$$\begin{aligned} P_h &= P_0 \cos \nu_0 t + P_{ho} \cos[(\nu_0 - \nu_h)t - \varphi_h] + P_{ho} \cos[(\nu_0 + \nu_h)t + \varphi_h] \\ &= p_0(\nu_0) + P_0(\nu_0 - \nu_h) + P_0(\nu_0 + \nu_h) \end{aligned} \quad (3-3-14)$$

可以看出根据经典的偶极辐射理论, 式 (3-3-14) 中同时存在的三个感应振荡偶极矩 $p_0(\nu_0)$, $P_0(\nu_0 \mp \nu_h)$, 同时分别产生频率为 ν_0 , $\nu_0 - \nu_h$ 和 $\nu_0 + \nu_h$ 的辐射。显然, 它们分别对应瑞利、斯托克斯拉曼和反斯托克斯拉曼散射。

3、拉曼散射的强度和拉曼活性

(1) 拉曼散射的强度

拉曼散射的辐射强度 I 的表达式是:

$$\begin{aligned} I &= \langle S \rangle / r^2 \\ &= \left[\frac{\langle Q_{h0} \rangle (\nu_0 \mp \nu_h)^4}{32\pi c^3} \sin^2 \theta \right] |A_h \cdot E_0|^2 \end{aligned} \quad (3-3-15)$$

因此，拉曼散射的强度正比于入射光强度，并近似的与入射光频率的四次方成正比。

(2) 拉曼散射活性

根据式子(3-3-13)，可知，如果 Q_h 可以激发出拉曼散射，也就是说是拉曼活性的，那么条件就是：微商极化率张量 A_h^{ij} 的分量 $(A_{ij}^{ij})_h$ 必须至少有一个不为零。这也是拉曼振动的经典选择定则。

(二) 激光拉曼散射的量子理论

1、量子理论

依据量子散射理论，光量子与分子的非弹性碰撞过程用薛定鄂方程描述

$$ih\frac{\partial\Psi}{\partial t}=(H_0+H)\Psi \quad (3-3-16)$$

式中 H_0 是光子和分子不存在相互作用时候的哈密顿算符， H 是光子与散射分子体系相互作用算符（微扰）， Ψ 是有微扰存在时系统的波函数。

设非微扰时光子—分子体系的本征函数为 Ψ_n ，则有微扰时的本征函数可表述为

$$\Psi=\sum_n a_n(t)\phi_n e^{-iE_n t/\hbar} \quad (3-3-17)$$

$a_n(t)$ 是时刻为 t 此微扰体系处于第 n 个非微扰本征态 ϕ_n 的几率振幅。 $(3-3-17)$ 代

入 $(3-3-16)$ 两边同乘 $\phi_m^* e^{iEt/\hbar}$ 并对所有变量积分得

$$\begin{aligned} \dot{a}_n(t) &= -\frac{i}{\hbar} \sum_m \langle n | H' | m \rangle a_m(t) e^{i(E_n - E_m)t/\hbar} \\ \langle n | H' | m \rangle &= \int \phi_n^* H' \phi_m d\tau \end{aligned} \quad (3-3-18)$$

后式是非微扰本征函数所确定得相互作用能量算符得矩阵元， E_n ， E_m 是非微扰本征状态得本征值，即分子体系本征能量与光子能量之和。因此体系处于初态(a)，中间态(b)，和终态(c) 的几率振幅的导数为

$$\begin{aligned} \dot{a}_a(t) &= -\frac{i}{\hbar} \sum_b \langle a | H' | b \rangle a_b(t) e^{i(E_a - E_b)t/\hbar} \\ \dot{a}_b(t) &= -\frac{i}{\hbar} \langle b | H' | a \rangle a_a(t) e^{i(E_b - E_a)t/\hbar} \\ \dot{a}_c(t) &= -\frac{i}{\hbar} \sum_b \langle c | H' | b \rangle a_b(t) e^{i(E_c - E_b)t/\hbar} \end{aligned} \quad (3-3-19)$$

初始时 $a_a(0)=1$ ， $a_c(0)=0$ ，设时间范围足够短， $a_a(t)$ 几率状态不发生明显变化，即

$$a_a(t)=a_a(0)=1, \text{ 则由 } (3-3-19)$$

式中第二项得

$$a_b(t) = \frac{\langle b|H|a\rangle}{E_a - E_b} e^{i(E_b - E_a)t/h} \quad (3-3-20)$$

代入 (3-3-19) 第三项得

$$\dot{a}_c(t) = -\frac{i}{h} \sum_b \frac{\langle c|H|b\rangle \langle b|H|a\rangle}{E_a - E_b} e^{i(E_c - E_a)t/h} \quad (3-3-21)$$

上式对时间积分并代入初始条件 ($a_a(0)=1$, $a_c(0)=0$) 得

$$|a_c(t)|^2 = 2|K_{ca}|^2 \cdot \frac{1 - \cos(E_c - E_a)t/h}{(E_a - E_c)^2} \quad (3-3-22)$$

$$K_{ca} = \sum_b \frac{\langle c|H|b\rangle \langle b|H|a\rangle}{E_a - E_b} \quad (3-3-23)$$

所考虑的时间内 $a_a(t)$ 变化很少, 但远大于光波的振动周期, $t \gg h/E_c$, $t \gg h/E_a$

即 $t \rightarrow \infty$, 因为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos(E_c - E_a)t/h}{(E_a - E_c)^2} = \frac{\pi}{h} t \delta(E_c - E_a) \quad (3-3-24)$$

所以单位时间内系统由本征状态 a 到本征状态 c 的跃迁几率

$$\omega_{ca} = |a_c(t)|^2 / t = |K_{ca}|^2 \cdot \frac{2\pi}{h} \delta(E_c - E_a) \quad (3-3-25)$$

只有当 $E_c = E_a$ 时上式不为零。

设散射前后分子的能量分别为 ε_a 和 ε_c 入射光子和散射光子的能量为 $h\nu_0$ 和 $h\nu$, 如图 3

-3-3 所示。则 $E_c = \varepsilon_c + h\nu$, $E_a = \varepsilon_a + h\nu_0$, 由 $E_c = E_a$ 得

$$h\Delta\nu = h(\nu - \nu_0) = \varepsilon_a - \varepsilon_c \quad (3-3-26)$$

当 $\varepsilon_a > \varepsilon_c$ 时, $\nu = \nu_0 + \Delta\nu$, 反 stocks 线; $\varepsilon_a < \varepsilon_c$ 时, $\nu = \nu_0 - \Delta\nu$, stocks 线。因为粒子数分布 $N \propto e^{-\varepsilon/kT}$, 即低能级分子数多, 所以从低能级向高能级跃的 stocks 谱线得强度高于反 stocks 线的强度。

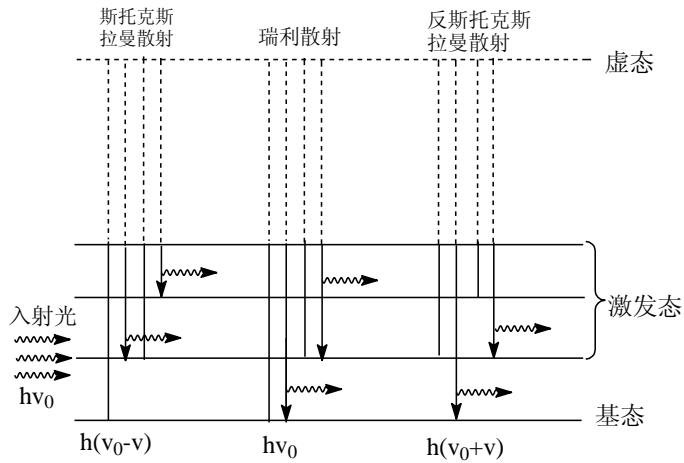


图 3-3-3 拉曼散射的量子解释示意图

既然体系状态分成若干分立的能级，那么对于 N 个分子的体系，其第 h 个振动能级上的粒子数，在平衡状态时候服从玻尔兹曼分布。所以，由该体系产生的拉曼散射其斯托克斯和反斯托克斯光强必然不同。

$$\text{二者强度之比为: } \frac{I_{Anti-Stokes}}{I_{Stokes}} = \left(\frac{\nu_0 - \nu_i}{\nu + \nu_i} \right)^4 e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (3-3-27)$$

其中 ν_0 是激发光的频率， ν_i 是振动频率，h 是 Planck 常数，k 是 Boltzmann 常数，T 是绝对温度。

2、选择定则、拉曼活性

$$\text{因为 } H \propto P = \alpha E, \quad \langle n|H|m \rangle \propto |E| \int \phi_n \alpha \phi_m d\tau, \quad \alpha = \alpha_0 + \frac{d\alpha}{dr} r, \text{ 所以}$$

$$\langle n|H|m \rangle = |E| \alpha_0 \int \phi_n \phi_m d\tau + |E| \frac{d\alpha}{dr} \int \phi_n r \phi_m d\tau \quad (3-3-28)$$

只有当 $n=m$ 时上式第一项不为零，这就是瑞利散射项；只有当 $n=m \pm 1$ 时第二项为零，这就是线性谐振子的拉曼散射项。由此得到线性谐振子的拉曼散射选择定则：

$$\Delta \nu = 0, \pm 1 \quad (3-3-29)$$

完全相似的讨论可用于刚性转子的拉曼光谱的转动选择定则：

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad (3-3-30)$$

显然只有极化率对简正坐标的导数不为零时上式第二项不为零，由此得到振动具有拉曼活性的判据：振动分子的极化率对简正坐标的导数不为零的简正振动具有拉曼活性。

经典理论中提到的振动 Q_h 的拉曼活性问题，在半经典的量子理论中就是体系第 h 个振动的跃迁矩阵元是否为零的问题，这也就是通常所说的量子跃迁选择定则。在量子力学中，从体系波函数和力学量的对称性质就可以直接得到某个振动的具体选择定则，从而决定该振动是否是拉曼活性的，无须像经典理论那样，为判断拉曼活性需经繁复的计算。

(三) 其它拉曼散射效应

1、共振拉曼效应

当激发光的能量接近或等于散射分子的某个电子吸收带的能量时，某些拉曼线强度显著增大，甚至可增大 10^6 倍。在共振拉曼散射时，激发线的能量正好等于一个电子跃迁所需要的能量。共振拉曼散射的 stocks 过程和反 stocks 过程用图 3-3-4 表示如下：

2、电子拉曼散射

电子拉曼跃迁发生在两个电子能级之间，如图 3-3-4 所示。普通样品中电子能级间隔较大，因而入射光频率必须很大，不易观察到电子拉曼跃迁。目前在稀土离子和过渡金属离子单晶的低能级电子态观察到了电子拉曼跃迁。

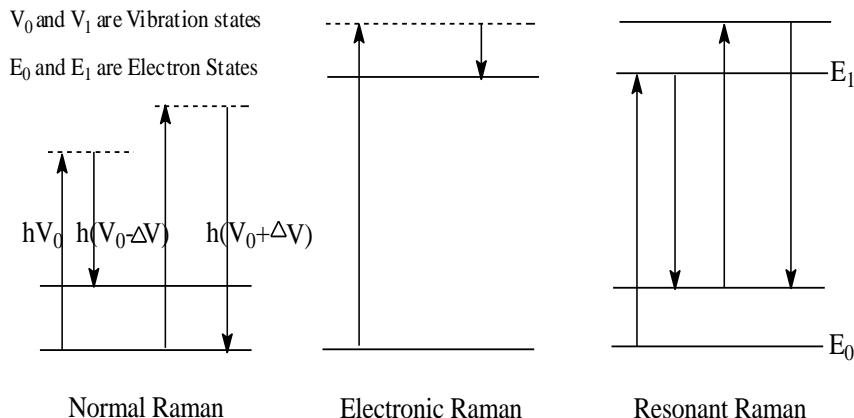


图 3-3-4 正常拉曼散射、电子拉曼散射和共振拉曼散射图

3、非线性激光拉曼效应

受激拉曼效应：当入射光功率超过某一阈值时，某些散射谱线的强度增加，线宽变窄，具有和激光同样好的方向性，成为受激光谱线。

逆拉曼散射效应：在一束有连续光谱的激光泵浦下拉曼介质对高强度单色光产生的吸收线。其反 stocks 线的吸收率比 stocks 线的吸收率更大。

超拉曼散射效应：当入射激光足够强时，出现 $2\nu_0 + \nu_R$, $3\nu_0 + \nu_R$ 拉曼散射线，该过程属三光子过程：吸收 2 个 $\hbar\nu_0$ 光子，发射一个光子 $\hbar(2\nu_0 \pm \nu_R)$ 。该谱线通常很弱。

拉曼诱导克尔效应：强激光 ν_1 入射时光学介质将感生双折射，当同时用频率为 ν_p 的探测激光照射介质时，若 $(\nu_1 - \nu_p) \rightarrow \nu_s$ （拉曼线频率），则双折射最大。

相干反 Stocks 拉曼效应和相干 Stocks 拉曼效应：均为 3 光子过程，如图 3-3-5 和图 3-3-6 所示。前者是 $2\nu_1 - \nu_2 \rightarrow \nu_3$ ，后者是 $2\nu_1 - \nu_2 \rightarrow \nu_s$ 过程。

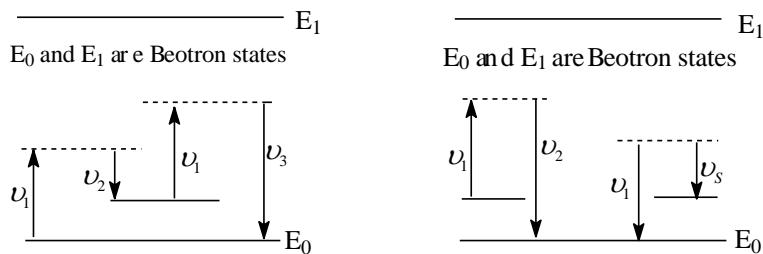


图 3-3-5 相干反 Stocks 拉曼散射

图 3-3-6 相干 Stocks 拉曼散射

(四) 拉曼散射的偏振态和退偏度

1、偏振态

对于某一个空间取向确定的分子，入射光为偏振光所引起的拉曼散射光也是偏振光，但是，散射光的偏振方向与入射光偏振方向不一定一致，它们之间的具体关系由微商极化率张量具体形式决定。

分子的微商极化率张量 A_h 的具体形式由该分子所属的对称变换性质决定。所谓对称变换是指经该变换所代表的操作（如旋转、反演等），经过这些操作分子与自身重合。微商极化率可用矩阵表示，一般情况下，它是实对称矩阵，即 A_h 的各个分量 a_{ij} 均为实数。并且满足等式 $a_{h,ij} = a_{h,ji}$ ，式（3-3-13）的矩阵形式表示就是：

$$\begin{pmatrix} P_{h,ox} \\ P_{h,oy} \\ P_{h,oz} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} Q_{h0} \begin{pmatrix} a_{h,xx} & a_{h,xy} & a_{h,xz} \\ a_{h,yx} & a_{h,yy} & a_{h,yz} \\ a_{h,zx} & a_{h,zy} & a_{h,zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} \quad (3-3-31)$$

下面以水分子为例，具体说明 A_h 的具体形式是如何由分子的对称变换性质决定的。水分子的结构和它的振动方式如图 3-3-7 所示，

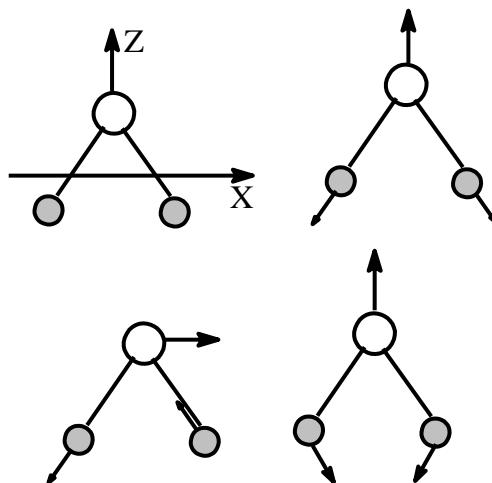


图 3-3-7 水分子结构及其振动方式

它的全部对称变换 4 个，除不动的变换（记作 E）外，有绕 z 轴转 180° 的变换 $C_2(z)$ 、 $x-z$ 平面的镜反射 σ_{xz} ， $y-z$ 平面的镜反射 σ_{yz} 。由于在这些对称变换下分子与自身重合，反映分子固有性质的微商极化率张量应当不变，但是感应偶极矩 P、振动正则坐标 Q 和外电场 E 的各个分量在对称变换下或者改变符号（记作 -1）、或者不改变符号（记作 +1），它们变号的具体情况列表 3-3-1。

表 3-3-1 P , Q_k 和 E 在对称变换下的特征

		E	$C_2(z)$	σ_{xz}	σ_{yz}
P	P_x	1	-1	1	-1

	P_y	1	-1	-1	1
	P_z	1	1	1	1
Q_h	Q_1	1	1	1	1
	Q_2	1	1	1	1
	Q_3	1	-1	1	-1
E	E_x	1	-1	1	-1
	E_y	1	-1	-1	1
	E_z	1	1	1	1

根据表 3-3-1 振动 Q_3 经过三个对称变换后，对应的式 (3-3-31) 应分别改写为：

$$C_2(Z) : \begin{pmatrix} -P_{30,x} \\ -P_{30,y} \\ P_{30,z} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} Q_3 \begin{pmatrix} a'_{3,xx} & a'_{3,xy} & a'_{3,xz} \\ a'_{3,yx} & a'_{3,yy} & a'_{3,yz} \\ a'_{3,zx} & a'_{3,zy} & a'_{3,zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} \quad (3-3-32)$$

$$\sigma_{xz} : \begin{pmatrix} P_{30,x} \\ -P_{30,y} \\ P_{30,z} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} Q_3 \begin{pmatrix} a'_{3,xx} & a'_{3,xy} & a'_{3,xz} \\ a'_{3,yx} & a'_{3,yy} & a'_{3,yz} \\ a'_{3,zx} & a'_{3,zy} & a'_{3,zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ -E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} \quad (3-3-33)$$

$$\sigma_{yz} : \begin{pmatrix} -P_{30,x} \\ P_{30,y} \\ P_{30,z} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} Q_3 \begin{pmatrix} a'_{3,xx} & a'_{3,xy} & a'_{3,xz} \\ a'_{3,yx} & a'_{3,yy} & a'_{3,yz} \\ a'_{3,zx} & a'_{3,zy} & a'_{3,zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ -E_{0y} \\ -E_{0z} \end{pmatrix} \quad (3-3-34)$$

为了对任何 E_x, E_y 和 E_z 以上第一式都成立，显然必须有

$$a'_{3,xx} = a'_{3,yy} = a'_{3,zz} = a'_{3,xy} = a'_{3,yx} = 0 \quad (3-3-35)$$

同理，根据以上第二或第三式显然还必须有

$$a'_{3,yz} = a'_{3,zy} = 0 \quad (3-3-36)$$

最后我们得到水分子微商极化率 A'_3 的具体形式是：

$$A'_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a'_{3,xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ a'_{3,zx} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3-3-37)$$

据此，式 (3-3-13) 的各分量表达式为：

$$P_{30,x} = \frac{1}{2} Q_3 a'_{3,xz} E_{0z} \quad P_{30,y} = 0 \quad P_{30,z} = \frac{1}{2} Q_3 a'_{3,zx} E_{0x} \quad (3-3-38)$$

根据同样的讨论，我们得到 A'_1 的表达式和相应于式 (3-3-13) 的分量表达式分别为：

$$A'_1 = \begin{pmatrix} a'_{1,xx} & 0 & 0 \\ 0 & a'_{1,yy} & 0 \\ 0 & 0 & a'_{1,zz} \end{pmatrix} \quad (3-3-39)$$

$$P_{10,x} = \frac{1}{2} Q_1 a_{1,xx} E_{0x} \quad P_{10,y} = \frac{1}{2} Q_1 a_{1,yy} E_{0y} \quad P_{10,z} = \frac{1}{2} Q_1 a_{1,zz} E_{0z} \quad (3-3-40)$$

比较式 (3-3-38) 和式 (3-3-40), 可以具体看到: 在同一外场作用下, 不同形式的 A_h 将使得所产生的感应偶极矩不相同。例如对于电场 E_{oy} 振动 Q_3 不产生感应偶极矩, 而振动 Q_1 将产生感应偶极矩 $P_{10,y}$: 又如对同一外场 E_{ox} , 振动 Q_3 和 Q_1 虽然都产生感应偶极矩, 但是它们的取向是不同的, 前者在 z 方向, 后者在 x 方向。结合式 (3-3-1), 根据感应偶极矩 P_{h0} 的具体形式, 我们还可以进一步知道散射光在空间的强度分布。例如, 对于振动 Q_3 偏振方向平行于 x 方向的入射光所感生的感应偶极矩 $P_{30,z}$, 辐射的散射光在 $x-y$ 平面内观察光强是均匀的, 偏振方向沿 Z 轴; 在 $x-z$ 平面内观察其光强正比于观察方向与 z 轴夹角 θ 的正弦函数的平方, 偏振方向在 $x-z$ 平面内。因此, 不同分子或同一分子不同的振动的对称变换性质的差别, 在拉曼散射的偏振强度谱中是反映得很清楚的。因而通过测量偏振拉曼谱, 可以获知分子及其振动的对称性质的信息, 有助于区分不同类型的分子和不同的振动方式。

例如: 铌酸锂 (LiNbO_3) 晶体为单轴晶体, x 和 y 轴等价, 有 18 个振动模 $4A_1(R) + 5A_2(IR) + 9E(R, IR)$, 其中只有 $4A_1 + 9E$ 是拉曼活性的。

拉曼张量为:

$$A_1(Z) = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix} \quad E(x) = \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & -c & d \\ 0 & d & 0 \end{pmatrix} \quad E(y) = \begin{pmatrix} 0 & -c & -d \\ -c & 0 & 0 \\ -d & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

若测量配置为: $X(ZZ)\bar{X}$

(字母的含义, 从左到右, 分别为: 入射辐射的传播方向; 入射辐射的电矢量方向; 被观察的散射电矢量方向; 散射辐射的传播的方向)

根据动量守恒, $K_s = K_i - K_0$ 所以 $K_0 = \Delta K = K_x - K_y$

可以计算出拉曼活性:

$$(0 \quad 0 \quad E_z) \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} = b E_z^2 \quad (3-3-41)$$

$$(0 \quad 0 \quad E_z) \begin{pmatrix} 0 & -c & -d \\ -c & 0 & 0 \\ d & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \quad (3-3-42)$$

$$(0 \quad 0 \quad E_z) \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & -c & d \\ 0 & d & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \quad (3-3-43)$$

2、退偏度

拉曼散射的退偏度：当电磁辐射与一系统相互作用时，偏振态常发生变化，这种现象称为退偏。在拉曼散射中，散射光的退偏往往与分子的对称性有关。

散射平面：入射光传播方向和观测方向组成的平面，当入射光为平面偏振光，且偏振方向平行于散射平面，而观测方向在散射平面内与入射光传播方向成 θ 角时，定义退偏度为 $\rho_{//}(\theta)$ ；当入射光偏振方向垂直于散射平面时，定义退偏度 $\rho_{\perp}(\theta)$ 即：

$$\rho_{//}(\theta) = \frac{''I_{\perp}(\theta)}{''I_{//}(\theta)} \quad \rho_{\perp}(\theta) = \frac{\perp I_{//}(\theta)}{\perp I_{\perp}(\theta)} \quad (3-3-44)$$

光强 I 左上标表示入射光电矢量与散射平面的关系， I 的右下标表示散射光的电矢量与散射平面的关系。

当入射光为自然光时，退偏度为：

$$\rho_n(\theta) = \frac{n_{I_{//}}(\theta)}{n_{I_{\perp}}(\theta)} \quad (3-3-45)$$

例如，入射光沿直角坐标的 z 轴入射，沿 y 方向观测时，几种退偏度的情况。

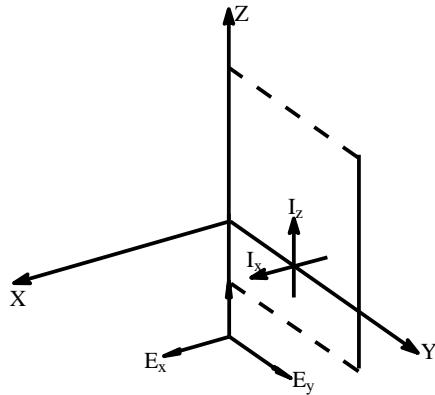


图 3-3-8 退偏度与散射面示意图

(1) 当入射光沿 x 轴方向偏振时，散射平面为 $y-z$ 平面，其退偏度为

$$\rho_{\perp}(\pi/2) = \frac{\perp I_z(\pi/2)}{\perp I_x(\pi/2)} \quad (3-3-46)$$

(2) 当入射光沿 y 方向偏振时，退偏度为：

$$\rho_{//}(\pi/2) = \frac{''I_x(\pi/2)}{''I_z(\pi/2)} \quad (3-3-47)$$

(3) 当入射光为自然光时，退偏度为：

$$\rho_n(\pi/2) = \frac{n_{I_z}}{n_{I_x}} \quad (3-3-48)$$

显而易见，退偏度可以用微商极化率张量 A' 中各元素 a_{ij} 二次乘积的空间平均值

来表达，对于无规取向的分子，有：

$$\overline{(\bar{a}_{xx})^2} = \overline{(\bar{a}_{yy})^2} = \overline{(\bar{a}_{zz})^2} = \frac{1}{45}(45\bar{a}^2 + 4\gamma^2) \quad (3-3-49)$$

$$\overline{(\bar{a}_{xy})^2} = \overline{(\bar{a}_{yz})^2} = \overline{(\bar{a}_{zx})^2} = \frac{1}{15}\gamma^2 \quad (3-3-50)$$

$$\overline{(\bar{a}_{xx}\bar{a}_{yy})} = \overline{(\bar{a}_{yy}\bar{a}_{zz})} = \overline{(\bar{a}_{zz}\bar{a}_{xx})} = \frac{1}{45}(45\bar{a}^2 - 2\gamma^2) \quad (3-3-51)$$

\bar{a} 的其它分量的二次乘积的空间平均值为零。上面各等式中的 \bar{a} 称为平均极化率，是“平均”极化率的一种度量， γ 称为各向异性率，是极化率各向异性的度量。这两个量在坐标转动时均保持不变，它们的具体表达式分别为：

$$\bar{a} = \frac{1}{3}(\bar{a}_{xx} + \bar{a}_{yy} + \bar{a}_{zz}) \quad (3-3-52)$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{2}[(\bar{a}_{xx} + \bar{a}_{yy})^2 + (\bar{a}_{zz} + \bar{a}_{yy})^2 + (\bar{a}_{xx} + \bar{a}_{zz})^2 + 6(\bar{a}_{xy})^2 + 6(\bar{a}_{yz})^2 + 6(\bar{a}_{zx})^2] \quad (3-3-53)$$

由此可得，入射光为平面偏振光时

$$\rho_{//}(\pi/2) = \frac{\overline{(\bar{a}_{yx})^2}}{\overline{(\bar{a}_{xx})^2}} = \frac{3\gamma^2}{45\bar{a}^2 + 4\gamma^2} \quad (3-3-54)$$

$$\rho_{\perp}(\pi/2) = \frac{\overline{(\bar{a}_{zy})^2}}{\overline{(\bar{a}_{yy})^2}} = \frac{3\gamma^2}{45\bar{a}^2 + 4\gamma^2} \quad (3-3-55)$$

入射光为自然光时：

$$\rho_n(\pi/2) = \frac{\overline{(\bar{a}_{zx})^2} + \overline{(\bar{a}_{zy})^2}}{\overline{(\bar{a}_{yx})^2} + \overline{(\bar{a}_{yy})^2}} = \frac{6\gamma^2}{45\bar{a}^2 + 7\gamma^2} \quad (3-3-56)$$

测量退偏度可以直接判断散射光的偏振状态和振动的对称性。例如：

$\gamma = 0 \quad \bar{a} \neq 0$ 时 $\rho_n(\pi/2) = \rho_{//}(\pi/2) = \rho_{\perp}(\pi/2) = 0$ 完全偏振

$\bar{a} = 0$ 时 $\rho_n(\pi/2) = 6/7 \quad \rho_{//}(\pi/2) = \rho_{\perp}(\pi/2) = 3/4$ 完全退偏

$\gamma \neq 0 \quad \bar{a} \neq 0$ 时 $\rho_{//}(\pi/2), \rho_{\perp}(\pi/2)$ 的值在 0 和 $3/4$ 之间， $\rho_n(\pi/2)$ 的值在 0 和 $6/7$ 之间，这时散射光是部分偏振光。

由于退偏度与微商极化率相联系，并且微商极化率具体形式由分子及其振动的对称性质决定，因而退偏度也反映了分子和振动的对称性质。测量退偏度是区分振动对称性

质的一个有力方法，例如，假设某振动拉曼线的返偏度为零，则可断定该振动必对称振动。

(四) CCl₄ (四氯化碳) 分子的对称结构及振动方式

1、CCl₄ (四氯化碳) 分子的对称结构

CCl₄ 分子为四面体结构，一个碳原子和四个氯原子组成，一个碳原子在中心，四个氯原子在四面体的四个顶点。如图 3-3-9：

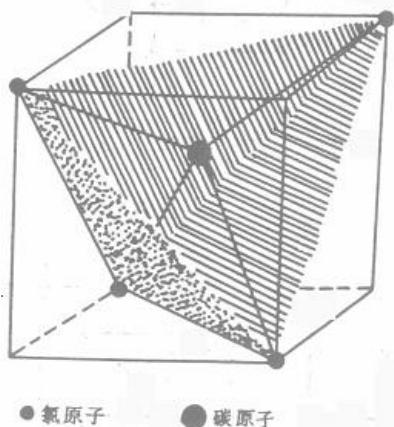


图 3-3-9 CCl₄ 分子结构图

物体绕其自身的某一轴旋转一定角度、或进行反演 ($r \rightarrow -r$)、或旋转加反演之后物体又自身重合的操作称对称操作。对称操作与前面讲到的物体的对称变换在物理上等价的。CCl₄ 分子所具有的旋转和旋转—反演轴列于图 3-3-10：

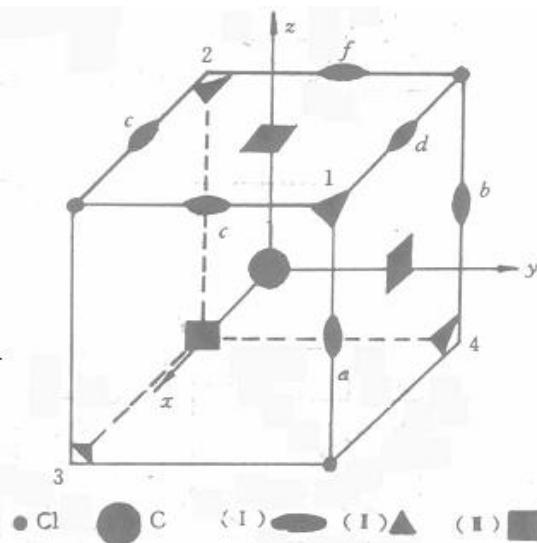


图 3-3-10 CCl₄ 分子的对称轴

(I) 为过碳原子、立方体相对棱边中点联线的旋转-反演轴(转角 $2\pi/2$)

(II) 为过碳原子的体对角线位的旋转轴 (转角为 $\pm 2\pi/3$)：

(III) 为 x, y, z 旋转轴(转角 $\pm 2\pi/2$)和旋转—反演轴(转角为 $\pm 2\pi/4$)

由该图可以看到， CCL_4 分子的对称操作有 24 个(包括不动操作 E)。这 24 个对称操作分别归属于五种对称素。对称素是物体 对称性质的更简洁的表述。 CCL_4 分子的五种对称素是：

$$E, 3C_2^m, 3C_3^{1\pm}, 6iC_2^P, 6iC_4^{m\pm}$$

符号的具体含义：

C_n ：旋转轴, 下标表示转角为 $2\pi/n$

i : 反演

m : 旋转轴方位是 x, y, z 轴

j : 旋转轴方位在过原点 0 的体对角线方向, $j = 1, 2, 3, 4$

p : 旋转轴方位在过原点 0、立方体相对棱边中点联线方向 , $p=a, b, c, d, e, f$

+或-: 顺时针或逆时针旋转方向

上述符号前面的阿拉伯数字代表该对称素包含的对称操作数。

2、 CCL_4 (四氯化碳) 分子的振动方式

大家知道, N 个原子构成的分子, 当 $N \geq 3$ 时, 有 $(3N-6)$ 个内部振动自由度, 因此 CCL_4 分子应有 9 个简正振动方式, 这 9 个简正振方式, 除去简并, 可归成四种, 图 3-3-11 就是这 9 个简正振动方式及其分类示意图。

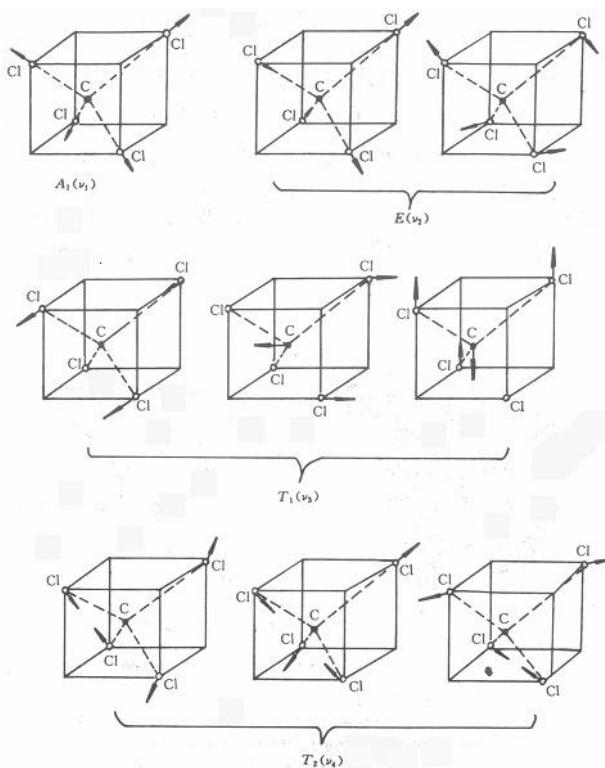


图 3-3-11 CCL_4 分子的 9 个简正振动

这四类振动根据其反演对称性不同还有对称振动和反对称振动之分, 其中除第 I 类是对称振动外, 其余三类都是反对称振动。上面所说的“简并”, 是指在同一类振动中,

虽然包含不同的振动方式但具有相同的能量,它们在拉曼光谱中对应同一条谱线。因此,CCl4 分子振动拉曼光谱应有 4 个基本谱线,根据实验中测得各谱线的相对强度依次为:

$$I(v_1) > I(v_2) > I(v_3) > I(v_4)$$

所以如果某个分子有 n 类振动,则一般说来,最多只可能有 n 条基本振动拉曼线。当然,如果考虑到振动间耦合引起的微扰,有的谱线分裂成两条,如图 3-3-1 中最弱的双重线就是由于最强和次强和两条谱线所对应的振动的组合造成的微扰,使最弱线分裂成双重线。每类振动所具有的振动方式数目对应于量子力学中能级简并的重数,所以如果某一类振动有 9 个振动方式,就称为该类振动是 9 重简并的。

根据以上讨论的拉曼光谱基本原理,一方面可以在分析分子结构及其对称性的基础,推测出该分子拉曼光谱的基本概貌,如谱线数目、大致位置、偏振性质和它们的相对强度;另一方面,我们又可以从实验上确切知道谱线的数目的每条线的波数、强度及其应自对应的振动方式(为此有时需辅以红外光谱等手段)。上述两个方面工作的结合和比对,使得人们可以利用拉曼光谱获得有关分子的结构和对称性的信息。

在拉曼光谱基本原理讨论中,除了分子结构和振动方式以外,并没有涉及分子的其它属性,因而可以推断出:同一空间结构但原子成分不同的分子,其拉曼光谱的基本面貌应是相同的。人们在实际工作中就利用这一推断,把一个结构未知的分子的拉曼光谱和结构已知的分子的拉曼光谱进行比对,以确定该分子的空间结构及其对称性。当然,不同分子的结构可能相同,但其原子、原子间距相互作用等情况还是有很大差别的,因而不同分子的拉曼光谱在细节上还是不同的。每一种分子都有其特征的拉曼光谱,因此利用拉曼光谱也可以鉴别和分析样品的化学成分。外界条件的变化对分子结构和运动会产生程度不同的影响,所以拉曼光谱也常被用来研究物质的浓度、温度和压力等效应。

二 实验配置

1、拉曼技术简介

因为拉曼散射的时候,拉曼强度正比于入射光的强度,因此在设计拉曼光谱仪的时候,必须尽可能的增强入射光的强度和最大限度的收集拉曼散射光,又要尽量的抑制和消除主要来自瑞利的背景杂散光。一般的拉曼谱仪由下面几个部分组成。

(1) 光源部分

它的功能是提供单色性好、功率大并且是最能多波长工作的入射光。目前拉曼光谱实验的光源已全部用激光器代替历史上使用的汞灯。对常规的拉曼光谱实验,常见的气体激光器基本上可以满足实验的需要。拉曼光谱最常用的气体激光器 He-Ne 激光器。高分辨的拉曼光谱需要线宽窄小的激光,这时可利用线宽压缩技术来压缩激光的线宽,如氩激光器经压缩线宽后,波长为 514.5nm 激光的线宽可以从 0.15cm^{-1} 压缩到 0.001cm^{-1} 。共振拉曼光谱要使用波长能连续改变的染料激光器。非线性拉曼光谱的实验常常要用到高功率的脉冲激光器。在某些拉曼光谱实验中要求入射光的强度稳定,这就要求激光器的输出功率稳定。

(2) 外光路部分

外光路部分包括聚光、集光、样品架、滤光和偏振等部件。

聚光部件:聚光部件是为了增强样品上入射光的辐照功,通常用合适的透镜或透镜镜组把激光进行聚焦,使样品正好处于会聚激光束的腰部。会聚激光束能量的 80% 集中

在图 3-3-12 中所示的直径为 d 和长度为 L 的圆柱体内, d 和 L 与聚焦前平行光束直径 D 和透镜焦距 f 有如下的近似关系:

$$d \approx \frac{4\lambda}{\pi} \cdot \frac{f}{D} \quad L \approx \frac{16\lambda}{\pi} \left(\frac{f}{D} \right)^2 \quad (3-3-57)$$

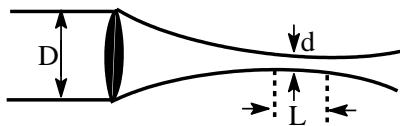


图 3-3-12 激光聚焦圆柱体

集光部件: 集光部件是为了最有效地收集散射光。集光部件通常是由相对孔径数值在 1 左右的透镜组成, 也可用凹面反射镜。为了最有效地利用集光镜收集到的散射光, 安置集光镜时, 在考虑集光镜对样品散射光有最佳收集立体角的条件下, 要使集光镜到光谱仪入射狭缝的距离 l 满足: $\phi \approx l \times F$, 其中 ϕ 是集光镜孔径, F 是光谱仪的相对孔径, 为了更多地收集散射光, 对某些实验样品可在集光镜对面和照明光传播方向上加反射镜。

样品架: 样品架的设计要保证使照明最有效和杂散光最少, 尤其要避免入射激光进入光谱仪的入射狭缝。为此, 对于透明样品, 最佳的样品布置方案是使样品被照明部分呈光谱仪入射狭缝形状的长圆柱体, 并使收集光方向垂直于入射光的传播方向。下面是两种最常用的实验布局

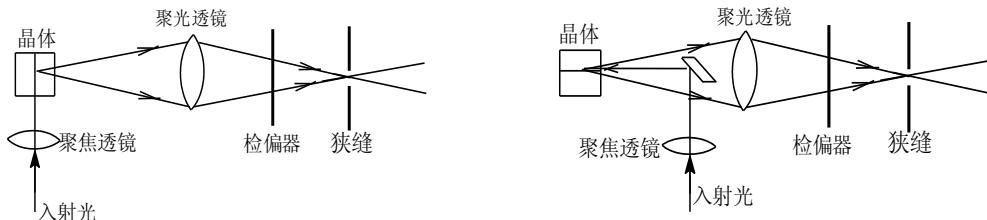


图 3-3-13 拉曼谱仪的两种空间配置

滤光部件: 安置滤光部件的主要目的是为了抑制杂散光以提高拉曼散射的信噪比。在样品架之前加入滤光元件, 主要是为了去掉入射激光中的等离子辐射等杂散光, 小孔光阑是滤去等离子线的简易办法。干涉滤光片和前置单包器是较彻底去除激光器产生的等离子线以纯化入射光的办法。在样品架后安置滤光元件, 主要是为了滤去散射光中的瑞利散。

偏振部件: 做偏振测量时, 要在外光路中设置偏振元件, 它包括改变入射光偏振方向的偏振旋转器和常规的起偏器和检偏器。为了消除光谱仪的偏振干扰, 有时在入射狭缝前还要有偏振干扰器, 使得进入谱仪的散射光不论何时都返偏为相当于自然光。

(3) 色散系统部分

色散系统使拉曼散射光按波长在空间分开, 根据需要可以是摄谱仪也可以是单色仪。由于拉曼散射强度很弱, 因而要求拉曼光谱仪有很好的杂散光水平。谱仪的杂散光水平用杂散光本领 $\eta_{\Delta\tilde{\nu}}$ 的数值大小衡量。设入射光或瑞利线的波数为 $\tilde{\nu}_0$, 谱仪接收到的强度为 $I_{\Delta\tilde{\nu}_0}$, 如果在 $\tilde{\nu}_0 + \Delta\tilde{\nu}$ 处谱仪感受到的光强为 $I_{\Delta\tilde{\nu}_0 + \Delta\tilde{\nu}}$, 则杂散光本领 $\eta_{\Delta\tilde{\nu}}$ 定义为

$\eta_{\Delta\tilde{\nu}} = \frac{I_{\Delta\tilde{\nu}0 + \Delta\tilde{\nu}}}{I_{\Delta\tilde{\nu}0}}$ ，通常以 20cm^{-1} 为标准，已有的最好的拉曼光谱仪，其 $\eta_{(\Delta\tilde{\nu}=20\text{cm}^{-1})}$ 可以做到

优于 10^{-14} 。谱仪的 $\eta_{(\Delta\tilde{\nu}=20\text{cm}^{-1})}$ 优于 10^{-4} 才能开始用来做气体或透明的液体和晶体的强拉曼散射谱，如果谱仪的 $\eta_{(\Delta\tilde{\nu}=20\text{cm}^{-1})}$ 低于 10^{-3} 时就很难用来做拉曼光谱工作了。

光谱仪内部的光学元件，尤其是光栅，对强度相等但波长不同或偏振方向不同的偏振光其效率并不相等。因此，当我们对光谱的强度进行测量和比较时，一般必须在拉曼光谱仪前设置偏振扰乱器，以消除光栅等元件由于偏振效应引起的所谓偏振干扰，否则就需要有谱仪的效率曲线作为对谱线强度进行修正的依据。

(4) 接受系统

拉曼散射信号的接收分单通道接收和多通道接收两种类型。

(5) 信息处理

信息处理总的目的是进一步放大拉曼信号和抑制杂散信号，把真实的拉曼信息提取出。

2、显微拉曼光谱仪结构

本次实验所用的拉曼光谱仪为日本 JASCO 公司产的 Ventuno²¹ Micro Raman Spectrophotometer。拉曼光谱仪的主要组成部分有测量系统（包括光源、外光路和色散系统）、控制系统和数据处理系统。如图 3—3—14 所示：

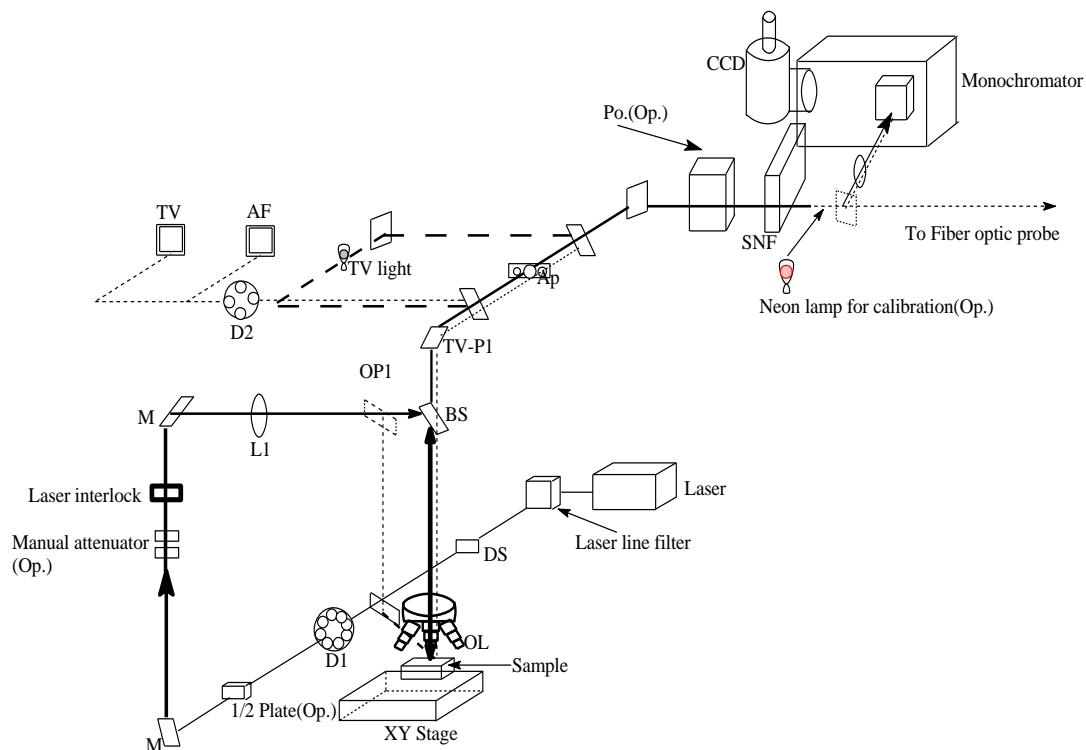


图 3—3—14 Ventuno²¹ 拉曼光谱仪光路示意图

几个主要组成部分有：

(1) 激光光源 (Laser)：产生入射激光，是由 Nd:YAG 晶体倍频产生的 532nm 的绿光。

(2) 激光滤波器 (laser line filter): 消除存在的杂散光或者泵浦光

(3) 激光光束衰减器 attenuation of laser beam): 包括一个开关 (a shutter Ds)、衰减器 (attenuator D1) 和手动衰减器 (manual attenuator) 它们可以相互组合。

(4) 起偏器 (polarization of laser beam): 加一 $1/2$ 偏振片可以改变偏振方向 (可选)。

$1/2$ 偏振片的“0”向上时候偏振方向在 X 方向，“90”向上的时候偏振在 Y 方向。

(5) 背散射光路: 由激光束入射镜 (Laser beam inlet mirror)、光束直径扩束镜 (beam diameterextending lens)、分束镜 (beam splitter) 和物镜 (Objective lens) 组成。其中分束镜的反射和透过分别为 30% 和 70%。

(6) 光圈 (aperture): 利用共聚焦的原理，在显微测量的时候，只有在焦点位置的光能够通过光圈，另外减少了荧光背景。光圈有三种选择 50 μm , 200 μm , 3000 μm 。

(7) 退偏器 (polarizer for polarization measurement and depolarizing plate): 由于衍射光栅的偏振性质测量偏振光的强度可能有所不同，所以在后面加了一个退偏器，从而消除衍射光栅的偏振性质。

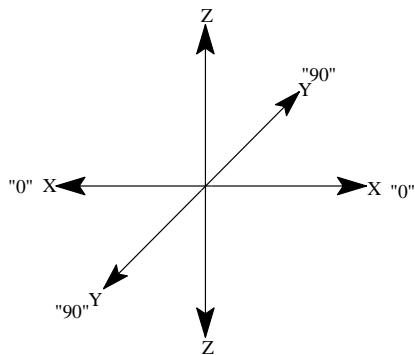


图 3-3-15 起偏器的偏振方向

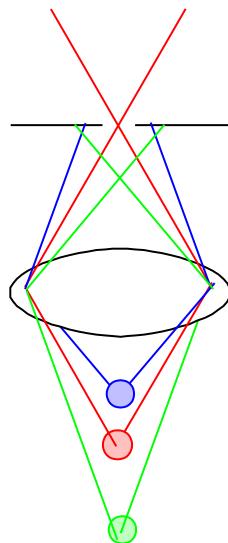


图 3-3-16 共聚焦原理示意图

(8) 陷波滤波器 (Notch filter): 因为拉曼信号收集的主要困难在于与激光同频率的瑞利散射比拉曼散射要强 10 个数量级以上，而拉曼峰又离激光很近。这种窄带的陷波滤光片 (Notch) 的特点是，能针对性地将以激光波长为中心的几个纳米的波长范围

内的瑞利散射光能量有效地滤除达 5 到 6 个数量级之多, 而让该波长范围之外的光信号顺利通过。这样后面只需再用小型光谱仪色散分出光谱, 激光用 20mW 的小型激光器也就够了。整个系统变得体积小, 紧凑, 容易整合在一起, 进而稳定性大大增强。加上软件的长足进步, 使得新型拉曼光谱系统使用非常方便。

(9) 氖灯 (Neon lamp): 可以作为校正仪器使用。

(10) 单色仪 (Monochromator) : 散射光通过狭缝以后经过平面镜 M1 入射到球面镜 M2 和 M3 上, 在经过衍射光栅 G1 进入 M4-M8 的光路中, 物象经过散光修正后进入 CCD。(衍射光栅是 1800gr/mm) 测量的波数范围与光栅有关。

(11) 探测器 (CCD): 用来记录拉曼信号。

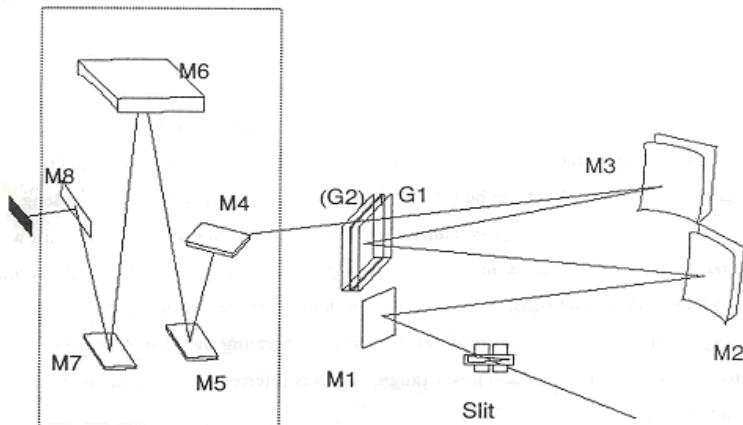


图 3-3-17 单色仪光路示意图

三 实验内容与步骤

(一) 实验内容

要求测量 CCl₄ 的普通拉曼谱和偏振拉曼谱, 测量铌酸锂晶体的 X(ZZ) \bar{X} , X(YZ) \bar{X} , Z(XY) \bar{Z} , Y(XZ) \bar{Y} 配置下的拉曼谱, 测量 BN 的拉曼谱, 分析样品拉曼谱的特性。

(二) 实验步骤

1、将仪器、激光器和计算机打开, 先将激光器预热 10 分钟后, 同时 CCD 降温完成, 开始测量。

2、将标准样品 Si 放到实验台上, 选择合适的狭缝高度和宽度, 以及光圈, 将激光聚焦后, 测量 Si 的拉曼峰, 将其峰值校准到 520.5cm⁻¹。(软件的具体使用参考说明书)

3、将 CCl₄ 样品放到实验台上选择合适的狭缝高度和宽度, 以及光圈, 将激光聚焦后, 测量其拉曼谱, 结束后, 加上偏振片测量其偏振拉曼谱。

3、将铌酸锂晶体放到实验台上加上偏振片, 选择合适的狭缝高度和宽度, 以及光圈, 将激光聚焦后, 测量不同配置 X(ZZ) \bar{X} , X(YZ) \bar{X} , Z(XY) \bar{Z} , Y(XZ) \bar{Y} 下的拉曼谱。

晶体在样品台上的摆放如图 3-3-18 所示 (假设晶体的 x>y>z):

4、将 BN 粉末, 放到实验台上, 选择合适的狭缝高度和宽度, 以及光圈, 将激光聚焦后, 测量其拉曼谱。

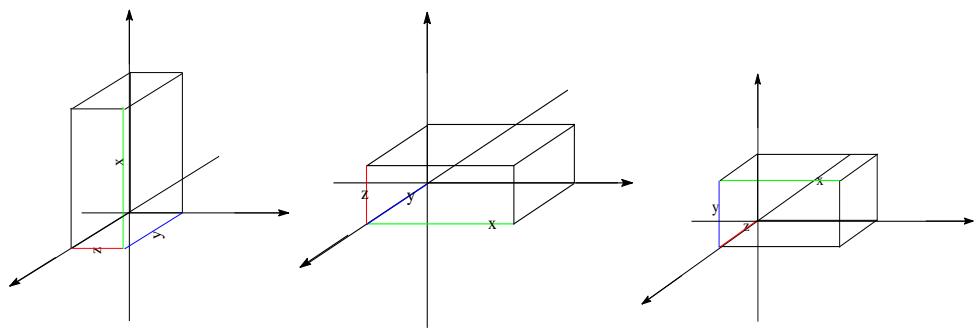


图 3-3-18 晶体在样品台上的摆放位置示意图

思考题:

- 1、红外和拉曼谱有什么不同之处？
- 2、 CCL_4 的偏振拉曼谱和普通拉曼谱有什么不同？
- 3、为什么要测量铌酸锂的 $X(ZZ)\bar{X}$ ， $X(YZ)\bar{X}$ ， $Z(XY)\bar{Z}$ ， $Y(XZ)\bar{Y}$ 配置下的拉曼谱？
- 4、目前拉曼谱用在那些科研领域，有什么用处？
- 5、为什么称拉曼谱为手印谱？
- 6、拉曼图谱的峰强度与那些因素相关？

实验 3-4 激光晶体的谐振腔调谐技术

激光的英文名称为 LASER，是取自英文 Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation 的各单词的头一个字母组成的缩写词。意思是“受激辐射的光放大”。

1960 年 7 月，梅曼进行了人造激光的第一次试验，这样世界上第一台激光器——红宝石激光器诞生了。自从 1960 年以来，激光家族有着迅猛的增长。现在有各种不同形状不同大小的各种各样的激光器，可以产生出不同功率、不同波长的激光。这些激光的范围包含从红外到紫外以至 X 射线的所有区域。它除了对传统学科和技术的发展产生巨大影响外，还开创了许多新兴领域。目前，激光在科学研究、工农业生产、信息、通讯、国防、医疗卫生、娱乐文化产业和环境保护等领域的应用日益深入、广泛。全球范围内激光产业已经形成，一些导致二十一世纪生产力发生重大变革的重大应用，如激光核聚变和激光分离同位素等，也正在孕育和实验之中。

一 实验原理

(一) 激光器的分类

目前有两种方法对激光器进行分类。一种是从激活介质的物质状态分类。这样可分为气体、液体、固体和半导体激光器。各类激光器各有特色。气体激光器的单色性强，如氦—氖激光器的单色性比普通光源要高 1 亿倍，而且气体激光器工作物质种类繁多，因此可产生许多不同频率的激光。但是，由于气体密度低，激光输出功率相应较小；固体激光器则正好相反，能量高，输出功率大，但单色性差；液体激光器的最大特点是激光的波长可以在一定范围内连续变换。这种激光器特别适合于对激光波长有着严格要求的场合；半导体激光器的特点则是体积小，重量轻，结构简单，单色性较差，发散角较大。

另一种分类方式是按激活介质的粒子结构来分类，可以分为原子、离子、分子和自由电子激光器。氦—氖激光器产生的激光是由氖原子发射的，红宝石激光器产生的激光则是由铬离子发射的。另外还有二氧化碳分子激光器，它的频率可以连续变化，而且可以覆盖很宽的频率范围。

(二) 激光产生机理

1. 受激吸收和自发辐射

普通常见光源的发光（如电灯、火焰、太阳等的发光）是由于物质在受到外来能量（如光能、电能、热能等）作用时，原子中的电子就会吸收外来能量而从低能级跃迁到高能级，即原子被激发。激发的过程是一个“受激吸收”过程。处在高能级 (E_2) 的电子寿命很短（一般为 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ 秒），在没有外界作用下会自发的向低能级 (E_1) 跃迁，跃迁时将产生光（电磁波）辐射。辐射光子能量为： $h\nu = E_2 - E_1$ ，这种辐射称为自发辐射。原子的自发辐射过程完全是一种随机过程，各发光原子的发光过程各自独立，互不关联，即所辐射的光在发射方向上是无规则的射向四面八方，另外位相、偏振状态也各不相同。由于激发能级有一个宽度，所以发射光的频率也不是单一的，而有一个范围。在通常热平衡条件下，处于高能级 E_2 上的原子数密度 N_2 ，远比处于低能级的原子数密度低，这是因为处于能级 E 的原子数密度 N 的大小随能级 E 的增加而指数减小，即 $N \propto \exp(-E/kT)$ ，

这是著名的波耳兹曼分布规律。于是在上、下两个能级上的原子数密度比为：

$$N_2/N_1 \propto \exp\{-(E_2 - E_1)/kT\} \quad (3-4-1)$$

式中 k 为波耳兹曼常量， T 为绝对温度。因为 $E_2 > E_1$ ，所以 $N_2 \ll N_1$ 。一般情况下，全部原子几乎都处于基态，要使原子发光，必须外界提供能量使原子到达激发态，所以普通广义的发光是包含了受激吸收和自发辐射两个过程。一般说来，这种光源所辐射光的能量是不强的，加上向四面八方发射，更使能量分散了。

2、受激辐射和光的放大

由量子理论知识知道，一个能级对应电子的一个能量状态。电子能量由主量子数 n ($n=1, 2, \dots$) 决定。但是实际描写原子中电子运动状态，除能量外，还有轨道角动量 L 和自旋角动量 s ，它们都是量子化的，由相应的量子数来描述。量子理论告诉我们，电子从高能态向低能态跃迁时只能发生在 1 (角动量量子数) 量子数相差 ± 1 的两个状态之间，这就是一种选择规则。如果选择规则不满足，则跃迁的几率很小，甚至接近零。在原子中可能存在这样一些能级，一旦电子被激发到这种能级上时，由于不满足跃迁的选择规则，可使它在这种能级上的寿命很长，不易发生自发跃迁到低能级上。这种能级称为亚稳态能级。但是，在外加光的诱发和刺激下可以使其迅速跃迁到低能级，并放出光子。这种过程是被“激”出来的，故称受激辐射。

受激辐射的概念是爱因斯坦于 1917 年在推导普朗克的黑体辐射公式时，第一个提出来的。他从理论上预言了原子发生受激辐射的可能性，这是激光的基础。受激辐射的过程大致如下：原子开始处于高能级 E_2 ，当一个外来光子所带的能量 $h\nu$ 正好为某一对能级之差 $E_2 - E_1$ ，则这原子可以在此外来光子的诱发下从高能级 E_2 向低能级 E_1 跃迁。这种受激辐射的光子有显著的特点，就是原子可发出与诱发光子全同的光子，不仅频率（能量）相同，而且发射方向、偏振方向以及光波的相位都完全一样。于是，入射一个光子，就会出射两个完全相同的光子。这意味着原来光信号被放大。这种在受激过程中产生并被放大的光，就是激光。

3、粒子数反转

一个诱发光子不仅能引起受激辐射，而且它也能引起受激吸收，哪一个占主导地位，取决于粒子在两个能级上的分布。所以只有当处在高能级的原子数目比处在低能级的还多时，受激辐射跃迁才能超过受激吸收，而占优势。激光器发出的激光就是利用受激辐射而实现的，由此可见，为使光源发射激光，关键是发光原子处在高能级的数目比低能级上的多，这种情况，称为粒子数反转。但在热平衡条件下，原子几乎都处于最低能级（基态）。因此，如何从技术上实现粒子数反转则是产生激光的必要条件。

(三) 激光器的结构

激光器一般包括三个部分。

1、激光工作介质

激光的产生必须选择合适的工作介质，可以是气体、液体、固体或半导体。在这种介质中可以实现粒子数反转，以制造获得激光的必要条件。显然亚稳态能级的存在，对实现粒子数反转是非常有利的。现有工作介质近千种，可产生的激光波长包括从真空紫外到远红外，非常广泛。

目前，固体激光器是研究中的热点。以三价稀土元素 (Nd^{3+} 、 Er^{3+} 、 Ho^{3+} 、 Tm^{3+} 、 Pr^{3+} 、 Gd^{3+} 、 Eu^{3+} 、 Yb^{3+})、二阶稀土元素 (Sm^{2+} 、 Dy^{2+} 、 Tm^{2+})、过渡金属 (Cr^{3+} 、 Ti^{3+} 、 Ni^{2+} 、 Co^{2+}) 和锕系离子 U^{3+} 为激活离子掺入各种基质材料都实现了激光输出。适合于 LD 泵浦的晶体

也有几十种，它们一般都具有锐荧光谱线、较宽的吸收带和大的发射截面等特点。按其掺杂的激活离子类型来分类，这些增益介质大致可分为以稀土离子为掺杂的晶体和以过渡金属离子为掺杂的晶体两大类。

2、激励源

为了使工作介质中出现粒子数反转，必须用一定方法去激励原子体系，使处于上能级的粒子数增加。可以用气体放电的办法来利用具有动能的电子去激发介质原子，称为电激励；也可用脉冲光源来照射工作介质，称为光激励；还有热激励、化学激励等。各种激励方式被形象化的称为泵浦或抽运。为了不断得到激光输出，必须不断的“泵浦”以维持处于上能级的粒子数比下能级多。

3、谐振腔

有了合适的工作物质和激励源后，可实现粒子数反转，但这样产生的受激辐射强度很弱，无法实际应用。于是人们就想到了用光学谐振腔进行放大。所谓光学谐振腔，实际是在激光器两端，面对面装上两块反射率很高的镜子。一块几乎全反射，一块光大部分反射、少量透射出去，以使激光可透过这块镜子而射出。被反射回到工作介质的光，继续诱发新的受激辐射，光被放大。因此，光在谐振腔中来回振荡，造成连锁反应，雪崩似的获得放大，产生强烈的激光，从部分反射镜子一端输出。

(四) 激光器的腔的设计

光束在反射镜间来回反射的过程中，光束能使终留存在腔内，光在谐振腔内才能实现稳定的振荡。否则，如光束在谐振腔内反射不多几次就已出腔外，就不能形成一个稳定的振荡。这就是谐振腔的稳定性问题。理论分析证明，判断谐振腔稳定性的条件是：

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \quad (3-4-2)$$

其中， $g_1 = 1 - L/R_1$, $g_2 = 1 - L/R_2$ 。 R_1 为输入镜的曲率半径， R_2 为输出镜的曲率半径。

(五) 激光振荡的阀值条件

由于初始诱发工作物质原子发生受激辐射的光子来源于自发辐射，这样激励发生受激辐射是随机的。激光器中的光学谐振腔可使某一方向和频率的光子进行放大，从而抑制其它方向和频率的光子。

从能量观点分析：虽然光振荡使光强增加，但由于工作物质对光子吸收和散射以及反射镜的吸收和透射造成各种损耗，只有当增益大于损耗，才能输出激光。因此要求工作物质和谐振腔必须满足一定条件，称为阀值条件。

设有谐振腔两块反射镜的反射率分别为 r_1 、 r_2 ，则光辐射在谐振腔内传播一次，单位长度上的反射平均损失因子是 $(1-r)/L$ ，式中 $r = (r_1 r_2)^{1/2}$ ，(L 是两块反射镜间的距离)那么激光器发生激光振荡的条件是：

$$\exp[G(v)L - (1-r)] \geq 1 \quad (3-4-3)$$

亦即要求：

$$G(v)L \geq (1-r) \quad (3-4-4)$$

其中， $G(v)$ 称为增益系数，它是光辐射在工作物质内传播单位长度时光强度的相对增量。

相应的，满足该条件时，对工作物质内的能级粒子数反转密度以及需要的泵浦功率也有要求。最低的要求量分别称为阈值粒子数反转密度和阈值泵浦功率。

激光束在激光器中来回经过工作物质时，激光的强度将随传播距离的增加

呈指数关系上升。

$$I(z) = I_v(0) \exp[G(v)z] \quad (3-4-5)$$

式中 $I_v(0)$ 是在工作物质入射端处的光强度, $G(v)$ 称为增益系数, 它是光辐射在工作物质内传播单位长度时光强度的相对增量。

但激光强度不会无限制增加。在激光形成时, 由于受激辐射强于受激吸收, 高能级上的原子数不断减少, 低能级的原子数不断增加, 故随着腔内激光的增强, 粒子反转数将变小, 增益系数也变小, 增益系数随着激光的增强而变小, 这种现象称为增益的饱和。

稳定腔的激光器所发出的激光, 将以高斯光束的形式在空间传输。共焦腔是一种稳定的谐振腔, 其产生的光束具有特殊的结构。它既不同于点光源所发射的球面波, 又不同于普通平行光束的平面波, 而是一种特殊的高斯光束(亦称高斯球面波)。 $A_0/W(z)$ 是 z 轴上($x=0, y=0$)各点的电矢量振幅。 $W(z)$ 称为 Z 点的光斑尺寸, 它是 z 的函数:

$$W(z) = W_0 [1 + (z \lambda / \pi W_0^2)^2]^{1/2} \quad (3-4-6)$$

W_0 是 $Z=0$ 处的 $W(z)$ 值, 它是高斯光束的一个特征参数, 是最小光斑尺寸, 称为束腰。 $R(z)$ 是在 z 处波阵面的曲率半径, 是 z 的函数。高斯光斑中心最亮, 向外逐渐减弱。所以通常以电矢量振幅下降到中心值 $1/e$ (或光强为中心值的 $1/e^2$) 处的光斑半径 W_0 作为光斑大小的量度。

高斯光束在光腰处波阵面是一平面。这一点与平面波相同, 但光强分布是一种特殊的高斯分布。这一点又不同于通常讨论的均匀平面波。也正由于这一点差别, 决定了它沿 Z 方向传播时不再保持平面波特性, 而是以高斯球面波的特殊形式传播。

当 $Z > 0$ 和 $Z < 0$ 时, 高斯光束的等相面为球面。

从下式可见, $R(z) = z [1 + (\pi W_0^2 / \lambda z)^2]$, 高斯光束的光斑尺寸 $W(z)$, 随 Z 增大而加大, 表示光束逐渐发散, 通常以发散角 2θ 来描述光束的发散度。其表示为:

$$2\theta = 2dW(z)/dz = 2\lambda z / \pi W_0 [\pi 2W_0^4 + \lambda 2z^2]^{-1/2} \quad (3-4-7)$$

当 $Z \rightarrow \infty$ 时,

$$2\theta = 2\lambda / \pi W_0 \quad (3-4-8)$$

称其为远场发散角。通常把 Z 值从零到 $Z = \pi W_0^2 / \lambda$ 这段距离称为高斯光束的准直距离。在此区间内光束发散度很小。

(六) 激光器的模

谐振腔的振荡模式可分为纵模和横模两类。

谐振腔的振荡纵模即为激光器的振荡频率。在一个谐振腔内并非所有频率的电磁波都能产生振荡, 只有频率满足一定共振条件的电磁波才能在腔内来回反射形成稳定分布。为了获得好的单色性和相干性的激光束, 要求激光以单频振荡。在一般情况下, 多横模激光器是一个多频激光器, 而多纵模激光器的频率间隔则更大。激光器的振荡模纵横数目, 由腔长、工作物质的增益线宽和激励水平等因素所决定。因为只有处于增益线宽内的那些纵模频率才有可能真正起振, 形成多纵模振荡。某些实际应用, 如光通讯、激光全息、精密计量等要求激光具有高单色性、高相干性, 必须单频工作, 而纵模选择又是单频工作的必要条件。

设由增益线宽和激励水平(阈值)所决定的激光振荡的大致频率范围为 Δv , 腔所允许的相邻两振荡纵模的频率间隔为 δv , 则实际起振的纵模数目为 $\Delta v / \delta v$ 。由此可见, 减少振荡纵模数(即选纵模)可通过两条途径来实现: 一是设法压缩激光器的增益带宽

Δv ；二是设法增大相邻两振荡纵模之间的频率间隔 δv 。纵模选择的方法。

1、色散腔法。当工作物质具有多条荧光谱线或一条较宽的谱带时，在腔内放入色散棱镜或反射光栅等光学元件，可以进行粗选纵模。使选频振荡的线宽压缩到 0.1–1nm 左右。

2、短腔法。相邻两纵模间隔为：

$$\Delta v_q = c / 2nL \quad (3-4-9)$$

由式 (3-4-9) 可知，纵模频率间隔 Δv_q 是与谐振腔腔长成反比的，为了在激光增益曲线中获得单一频率振荡，可设法增大纵模频率间隔，使其在荧光谱线有效宽度范围内，只存在一个纵模振荡。因此可通过缩小腔长 L 来实现，此即所谓短腔法选纵模原理。

激光器的横模是谐振腔内的横向光场分布。多横模激光器虽然输出功率很高，但是亮度却难以提高，但大多数的激光应用场合，如微加工、准直，亮度功率尤为重要，激光器选取基横模振荡而抑制其它高阶横模运转尤为重要。

激光振荡的阈值条件为：

$$G(v) > \alpha \quad (3-4-10)$$

α 为总损耗系数，实际上，它不仅包括反射损耗，还有衍射、透射、散射、吸收等损耗。它可表示为：

$$\alpha = \delta i + \delta m + \delta d \quad (3-4-11)$$

其中 δi 为激光束通过增益介质产生的损耗； δm 为激光束在谐振腔镜面上由于透射、散射和吸收等因素而产生的损耗； δd 为激光在谐振腔中因衍射而产生的损耗。则有

$$G(v) > \delta i + \delta m + \delta d \quad (3-4-12)$$

因此，选横模的实质是使需要的横模（一般为基模 TEM_{00} ）满足上式产生振荡，而使不需要的横模（一般为高阶模）不满足上式而被抑制，从而达到滤去高阶模的目的。由于 $G(v)$ 、 δi 、 δm 对不同横模来说是相同的，因而满足振荡阈值条件主要由衍射损耗 δd 来决定。为了达到上述目的，应当尽量减小 δi 和 δm ，或相对增大 δd ，使得腔的总损耗 α 中衍射损耗 δd 能起决定作用，因而有利于选模。

通常遵循的原则是：

1、必须尽量增大高阶横模与基模的衍射损耗比（差异），即尽量增大比值 $\delta_{10} / \delta_{00}$ 。使高阶横模相对基模而言更易于抑制而难于起振。

2、必须尽量减小内部损耗 δi 及镜面上的损耗 δm ，而相对增大衍射损耗 δd 在总损耗 α 中的比例。

另外，还有基模体积问题。某一模式的模体积用来描述该模式在腔内所扩展的空间范围。模体积大，对该模式的振荡起作用的激发态粒子数就多，因而，输出功率大。反之，模体积小，输出功率就小。而基模体积是随腔型和 g、N 参数变化而变化 ($g=1-L/R$ 是腔的结构参数； $N=a^2/L\lambda$ 是菲涅尔数，表征腔内衍射损耗大小的参数，其中 a 为反射镜孔径尺寸) 的。

由谐振腔理论分析可知，基模 (TEM_{00}) 高斯光束的束腰 (W_0)，当考虑对称腔情况时 ($R_1=R_2$)，可表示为：

$$W_0 = (\lambda / 2\pi)^{1/2} [L(2R-L)]^{1/4} \quad (3-4-13)$$

可以看出，当增大腔镜曲率半径 R 时，基模束腰 W_0 亦随之增大，从而基模体积亦随之增大。所以平行平面腔有较大的基模体积；当 R 为一定值时， W_0 随腔 L 变化存在一极大值，将上式对 L 微分并令其为零，可得出极大值条件为 $L=R$ (共焦腔)。以上性质在

选模技术中具有实用意义。

此外，横模选择也是单频激光器所要求的必要条件。只有在单横模的基础上选出单纵模才能获得激光的单频振荡。

(七) 调 Q 技术和锁模技术

自从 1960 年 T. H. Maiman 研制成功世界上第一台激光器——红宝石激光器以后，关于短（超短）激光脉冲的研究就开始了。1961 年，Hellwarth 提出了调 Q 的概念用以实现脉冲激光的输出。同年，他利用被动调 Q 技术在红宝石激光器上首次实现了脉冲宽度为几十个纳秒 (ns) 的短激光脉冲输出。所谓调 Q 就是指调节激光器的 Q 值，即在激光器泵浦的初期，把谐振腔的 Q 值调得很低，使激光器暂时不满足振荡条件，而在泵浦脉冲的激励下获得很高的粒子数密度，这时再迅速调大谐振腔的 Q 值，此时反转粒子数密度远大于阈值反转粒子数密度，激光振荡迅速建立，并达到很高的峰值功率，同时反转粒子数迅速被耗尽，脉冲很快结束，这样就获得了具有窄脉冲宽度和大峰值功率的激光脉冲。目前，利用调 Q 技术激光脉冲宽度可达到纳秒 (ns) 量级。调 Q 技术分为主动调 Q 技术（主动调 Q 即利用某些物理原理主动的控制谐振腔内光的损耗以达到 Q 值突变的目的。）和被动调 Q 技术（利用物体对光的非线性吸收来实现的。）。但是利用调 Q 技术所能得到的脉冲宽度的下限为 $2L/C$ (L 为激光器谐振腔的长度， C 是光速)，所以利用该技术一般只能获得纳秒级的激光脉冲输出。想要得到更窄的激光脉冲就需要用锁模技术。

激光器中锁模技术的发展为产生超短脉冲开创了一个新时代。锁模也称为相位锁定，就是使多纵模激光器各自独立振荡的纵模在时间上有序。这是因为一台自由运转的激光器中往往会有多个不同模式或频率的激光脉冲同时存在，而只有在这些激光模式相互间的相位锁定时，才能产生激光超短脉冲或称锁模脉冲。实现锁模的方法有很多种，但一般可以分成两大类：即主动锁模和被动锁模。主动锁模指的是通过由外部向激光器提供调制信号的途径来周期性地改变激光器的增益或损耗从而达到锁模目的；而被动锁模则是利用材料的非线性吸收或非线性相变的特性来产生激光超短脉冲。通过锁模技术，可使脉冲激光器的脉宽压缩到飞秒 (fs) 级。衡量一台脉冲激光器的重要技术指标为：脉冲宽度、平均功率和脉冲重复频率。脉冲重复频率实际上告诉我们了激光脉冲序列中两相邻脉冲间的间隔。由平均功率和脉冲重复频率可求出单脉冲能量，由单脉冲能量和脉冲宽度可求出脉冲的峰值功率。

(八) 倍频理论

1961 年 Franken 首次将红宝石 ($\text{Cr}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$) 晶体所产生的激光束入射到石英晶体上，实现了激光倍频。从此之后，便开辟了非线性光学及非线性材料发展的新纪元。

非线性光学效应可看作介电材料内部电荷受电场感应重新分布而产生电极化来分析研究。但通常的光源太弱，一般要有一个大约 1kV/cm 的场才能在介质内感应起非线性的响应，这大约相当于 2.5kW/cm^2 的光束强度，所以只有用激光，才能产生这么高的光场。此时，在强场情况下必须考虑电极化的非线性项，介质的电极化强度 P 与感生它的电场强度 E 的关系是：

$$\bar{P}_l(\omega_j) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \bar{E}_m(\omega_j) + \varepsilon_0 \chi^{(2)} \cdot \bar{E}_m(\omega_r) \bar{E}_n(\omega_s) + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \bar{E}_m(\omega_r) \bar{E}_n(\omega_s) \bar{E}_p(\omega_t) + \dots$$

(3—4—14)

上式 $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}$ 和 $\chi^{(3)}$ 分别称为线性(一级),二级和三级电极化率,它们分别为二阶,三阶和四阶极化张量。脚标j, r, s, t表示不同频率分量; l, m, n, p为笛卡尔指标,取值由1到3。 ϵ_0 为真空中介电常数,式中线性项 $\chi^{(1)}$ 导致折射、反射等线性光学现象。二阶非线性极化张量 $\chi^{(2)}$ 产生二次谐波(SHG)、和频、差频、光学整流、电光效应、光参量振荡(OPO)等非线性现象;三阶非线性极化强量 $\chi^{(3)}$,则是三次谐波产生(THG),双光子吸收以及受激拉曼散射,受激布里渊散射,四波混频等的直接原因。

这里只考虑二阶非线性中的三波相互作用。由于非线性极化波的产生导致三个不同频率的电磁波之间相互作用,每一个波都通过极化波与另外两个相耦合,彼此之间存在着能量转移,但系统总能量和总动量守恒,即要求

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega \quad (3-4-15)$$

$$\vec{K}_1 + \vec{K}_2 = \vec{K}_3 \quad (3-4-16)$$

此处 ω_i 是频率, $|\vec{K}_i| = 2\pi\lambda_i/n_i$, \vec{K}_i 是波矢, n_i 是晶体的折射率(对频率 ω_i 而言),动量守恒条件(3-4-16)通常也称之为相位匹配条件。

以二阶非线性效应三波耦合中的一个特例——二次倍频 $\omega_1 = \omega_2$, $\omega_3 = 2\omega_1$ 来讨论转换效率和相位匹配的关系。

为实现相位匹配,一个有效的方法是利用单光轴或双光轴晶体的自然双折射以补偿色散。这些晶体在一给定的传播方向,对于两个允许的正交偏振态有两种折射率,适当地选择偏振态和传播方向,使 $\Delta k = K_3 - K_1 - K_2 = 0$,这种相位匹配常称为双折射相位匹配(BPM)。通常有两类相位匹配:基频光偏振态平行而与倍频光偏振态正交的情况为I类相位匹配;基频光偏振态正交且其中之一与倍频光偏振态平行的情况为II类相位匹配。对单轴晶体,其相位匹配角、接收角、吸收带宽、温度带宽等参数可通过公式直接求得,而对双轴晶体情况比较复杂,可用数值解法来求解。

匹配角 $\theta_m \neq 90^\circ$ 的情况称为临界相位匹配,又称角度匹配。在这种情况下,仅使基频光和倍频光相速度一致并不意味着二者的光线(即能流)方向一致。只有当波法线方向对光轴的夹角为 0° 或 90° 时,光线方向才与波法线方向一致。我们称满足角度匹配时,晶体基频光和倍频光光线方向不一致而影响倍频效果的现象为光孔效应,也称走离效应。

高效率的腔内倍频,除了相位匹配因子 $\Delta k = 1/2$ 外,还取决于激光器腔内基频的光束质量,功率密度和倍频晶体本身的有关参数,如有效非线性系数,晶体长度,角度或和温度对于最佳工作点的偏离,晶体的吸收和不均匀性等。

对连续波基波振荡器,腔内功率密度远大于腔外,而二次谐波功率与基波功率的平方成正比,因此倍频时应将倍频晶体置于腔内束腰位置处。基频光单向通过倍频晶体时转换效率较低,若将基波往返两次通过晶体的倍频转换一并耦合输出,则输出功率与转换效率将大大提高,这种情况被称为腔内双通倍频,通常采用折叠腔结构即可实现双通倍频。

(九) 激光的特性

激光刚刚诞生不久就被人们称为“解决问题的工具”。激光广泛应用的基础在于它的特性。激光单色性好，又可在一一个狭小的方向内有集中的高能量，因此利用聚焦后的激光束可以对各种材料进行打孔。这是令人惊奇的。红宝石激光器中输出脉冲的总能量煮不熟一个鸡蛋，但却能在3毫米的钢板上钻出一个孔。为什么激光这么神奇呢？关键不是光的能量，而在于其功率。激光的功率是很高的，这也是它多方面被应用的基础。

激光具有单色性、相干性和方向性三大特点。

1、单色性好

普通的白光有七种颜色，频率范围很宽。频率范围宽的光波在光纤中传输会引起很大的噪声，使通信距离很短，通信容量很小。而激光是一种单色光，频率范围极窄，发散角很小，只有几毫弧，激光束几乎就是一条直线。氦氖激光的谱线宽度，只有 $10\text{--}8\text{nm}$ ，颜色非常纯。这种光波在光纤中传输产生的噪声很小，这就可以增加中继距离，扩大通信容量。现在已研究出单频激光器，这种激光器只有一个振荡频率。用这种激光器可以把十几万路的电话信息直接传送到100km以外。这种通信系统就可满足将来信息高速公路的需要了。

2、相干性高

一个几十瓦的电灯泡，只能用作普通照明。如果把它的能量集中到1m直径的小球内，就可以得到很高的光功率密度，用这个能量能把钢板打穿。然而，普通光源的光是向四面八方发射的，光能无法高度集中。普通光源上不同点发出的光在不同方向上、不同时间里都是杂乱无章的，经过透镜后也不可能聚在一点上。

激光与普通光相比则大不相同。因为它的频率很单纯，从激光器发出的光就可以步调一致的向同一方向传播，可以用透镜把它们会聚到一点上，把能量高度集中起来，送入光纤，这就叫相干性高。一台巨脉冲红宝石激光器的亮度可达 $10^{15}\text{W/cm}^2 \cdot \text{sr}$ ，比太阳表面的亮度还高若干倍。

光纤通信用的半导体激光器的体积很小。和普通的晶体三极管差不多。它发出的光功率一般都不太大，通常只有几毫瓦。如果把它的能量高度集中，就很容易耦合进光纤。这对增加光纤通信的中继距离，提高通信质量是很有意义的。

3、方向性强

激光的方向性比现在所有的其他光源都好得多，它几乎是一束平行线。如果把激光发射到月球上去，历经38.4万公里的路程后，也只有一个直径为2km左右的光斑。如果用的是探照灯，则绝大部分光早就在中途“开小差”了。

普通光源总是向四面八方发散的，这作为照明来说是必要的。但要把这种光集中到一点，则绝大多数能量都会被浪费掉，效率很低。而激光器发出的都很集中。

二 实验配置

808nm 泵浦源（30W）、准直聚焦系统（1:2）、He-Ne 激光器、功率计、光束质量分析仪、光具座、输入镜、输出镜、Nd:GdVO₄晶体

三 实验内容和步骤

（一）Nd:GdVO₄晶体的激光特性

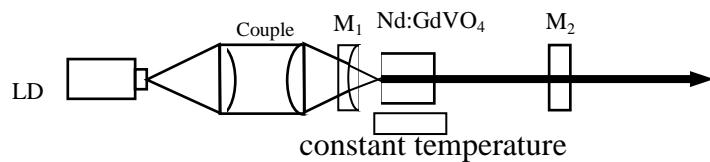
Nd:GdVO₄晶体是与Nd:YVO₄具有相同的晶体结构。Nd:GdVO₄晶体为四方晶体，锆英石（ZrSiO₄）型结构，空间点群为I4₁/amd，属单轴晶系，密度为 5.48g/cm^3 ，熔点为1800°C。生长中适当的Nd离子取代Gd离子的位置而形成Nd:GdVO₄。由于Gd³⁺半

径是 1.053Å^0 , 大于 Y^{3+} 半径, 小于 Nd^{3+} 半径, 所以晶格畸变比 Nd:YVO_4 小, 光学质量好。晶格常数为 $a=0.7212\text{nm}$, $c=0.6348\text{nm}$ 。由于 Nd:GdVO_4 的热导率($11.7\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)与 Nd:YAG 的相当, 是 $\text{Nd:YVO}_4(5.23\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1})$ 的 2 倍多。而且, Nd:GdVO_4 的吸收截面大于 Nd:YVO_4 , 发射截面大于 Nd:YAG 。一些激光实验表明 Nd:GdVO_4 比 Nd:YVO_4 有更加优良的激光性能, 是很有希望的适合 LD 高功率端面泵浦的激光介质。 Nd:GdVO_4 通常采用提拉法(Czochralski method)生长, 晶体生长方向为 a 或 c 。

(二) 实验步骤

激光器的安装与调整

1、按图所示, 放置好各部件



2、调节 He-Ne 激光器, 使其小孔光束在通过光轴中心线的垂面内且与光轴面平行。

3、调节两腔镜架和聚光镜架, 使小孔光束通过两腔镜和激光晶体的中心, 并使它们的反射点均落回小孔。

4、打开恒温循环装置, 然后调节温度在 20 度左右。

5、接好电气系统, 检查无误后, 使激光器运转, 再微调腔镜, 使激光在 TEM_{00} 模运转。

6、依次使用不同透过率的输出镜, 并调整到最佳状态。用功率计分别测出不同输入功率时的输出能量。并用激光质量分析仪来观察激光的输出模式。

思考题

1、如何得到最佳的激光输出效率?

实验3-5 晶体的各向异性热扩散系数测量 和热传导特性研究

物体由于温度不均匀，热量会从温度高的地方向温度低的地方转移，这种现象叫做热传导（heat conduction）。热传导是热量传播的方式之一，不论固体液体还是气体，都能以热传导的方式传递热量。气体热传导的机理比较简单，由于温度是分子平均平动动能的量度，高温区分子运动速度比低温区分子要高，分子连续无规则运动，通过互相碰撞交换能量和动量，热量就由高温区向低温区转移，液体热传导的机理与气体相似，但是分子间距要小得多，分子力场对分子碰撞过程中能量交换影响很大；而固体是通过晶格振动和自由电子迁移传导热量，自由电子传递的能量比晶格振动传递的能量大得多。自由电子传递热量犹如传递荷，因此，一般来说，良好得导电物质也是良好得导热物质，这一点可以通过实验证明。

表征物质热传导性能的常用物理量是热导率（thermal conductivity）。现在，在某些应用场合，了解材料的热导率是测量其热物理性质的关键。例如，耐火材料常被用作炉子的衬套，因为它们既能耐高温，又具有良好的绝热性能，可以减少生产中的能量损耗。航天飞机经常使用陶瓷瓦作挡热板。陶瓷瓦能承受航天飞机回到地球大气层时产生的高温，有效防止航天器内部关键部件的损坏。

物质的热导率是表征物质传导热量能力的一个物理量，热导率数值的大小与物质本身的性质有关，同时还取决于物质所处的状态，如温度、压力、湿度、密度、结构变化、杂质多寡、传导方向等因素。目前，测试固体材料导热性能的方法按试样在测试过程中的温度分布是否随时间改变，可分为两大类：即温度分布随时间而改变的稳态法和温度分布随时间而变化的非稳态法。但由于试样的性质、形状、测试温度范围、加热方式以及测定传递热量的方法不同，又有许多不同的具体方法。近年来，随着测量技术的进步，非稳态法之一的闪光法（Flash Method）因其所用试样小，测试速度快，适用材料广等一系列优点，目前已成为非稳态法中应用最广泛和最受欢迎的方法，大量的应用于材料热扩散系数的测量当中。采用非稳态法测不良导体热扩散系数在国外已经广泛应用，但在国内物理实验中还不多见。同时，由于本实验应用了热学、光学、电子学的有关知识，并采用计算机控制和采集数据，因此它是一个综合性较强的实验。

一、实验原理

1、傅立叶导热定律和热导率

热传导是指发生在固体内部或静止流体内部的热量交换过程，其微观机制是，由自由电子或晶格振动波（声子）作为载体进行热量交换的过程。宏观上是由于物体内部存在着温度梯度，发生从高温区域向低温区域传输能量的过程。纯粹的导热只发生在密实的固体内部或紧密接触的固体之间，气体和液体中虽然也存在导热现象，但往往伴随着自然对流，甚至受迫对流。

1822年Fourier首次在他的著作《热的理论分析》中描述了导热热流和温度梯度的正比关系，得到了描述热传导的基本方程，即傅立叶导热定律。

设有一块横截面为A而厚度为 Δx 的板材，板的两面存在温度差为 ΔT ，我们量出在时间 Δt 内流过的热量 ΔQ 。实验证明，单位时间内流过的热量 $\Delta Q/\Delta t$ 与A和 ΔT 均成正比，而与厚度 Δx 成反比，即

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (3-5-1)$$

在板材厚度为无限小时的 dx 情况下, 板两面温差为 dT , 则可以得到热传导的傅立叶定律

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda A \frac{dT}{dx} \quad (3-5-2)$$

式中, dQ/dt 是在单位时间内通过面积传导的热量, 称为热量迁移率; dT/dx 是温度梯度, λ 是热导率(又称导热系数), 负号表示热量向温度低的方向传播。热导率的 SI 单位是瓦特/米·开尔文, 符号是 $W/(m \cdot K)$ 。上式表明, 热导率大的物体具有较好的导热性能, 称为良导体; 热导率小的物体, 其导热性能较差, 称为不良导体。一般来说, 在纯金属中掺入少量杂质会使导热性能明显降低, 因此各类合金的热导率都比纯金属低。例如, 在室温下纯铁的热导率为 $1046.67 W/(m \cdot K)$, 而高碳钢的热导率为 $500 W/(m \cdot K)$, 降低了 50% 左右。

在导热各向异性的晶体材料中, 热量迁移率的方向与温度梯度的方向不一致, 导热方程有如下形式

$$\frac{dQ_i}{dt} = -\lambda_{ij} A \frac{dT}{dx_j} \quad (3-5-3)$$

式中, 热导率张量可以用 λ_{ij} 表示, $i=1,2,3$, $j=1,2,3$, $\lambda_{12}, \dots, \lambda_{33}$ 为热导率张量的九个元素, 可以证明, $\lambda_{ij} = \lambda_{ji}$ ($i \neq j$), 热导率张量可以表达为

$$\begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{13} & \lambda_{23} & \lambda_{33} \end{pmatrix}$$

对于三斜晶系, 式不能化简了, 即热导率独立张量元有 6 个。对于单斜晶系, 热导率独立张量元有 4 个, 即 $\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{22}, \lambda_{33}$ 。对于斜方晶系, 热导率独立张量元有三个 $\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33}$ 。对于立方晶系, 热导率张量只有一个, 即 λ_{11} 。由矩阵理论可知, 实对称方阵可以通过相似变换而对角化, 转动坐标轴可以达到目的。此时三个坐标轴称为主轴, 已知 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 可以求出任何坐标系下热导率张量的 9 个元素, 其变换关系为

$$\lambda_{ij} = \sum_{r=1}^3 C_{ri} C_{rj} \lambda_{rr} \quad (3-5-4)$$

式中 λ_{ij} 为坐标系 x'_1, x'_2, x'_3 中热导率张量的 9 个元素; λ_{rr} 为主轴坐标系 x_1, x_2, x_3 中热导率张量的对角元素; C_{ri}, C_{rj} 为主轴坐标系中坐标轴和 x'_1, x'_2, x'_3 中坐标轴间夹角的余弦。表列出了不同晶体材料主轴方向的热导率。

不稳定导热过程与体系的热焓相联系, 而热焓的变化率与材料的热导率成正比, 与贮热能力(体积热容)成反比。因此, 常采用一个与热导率有关的参数 α , 称为热扩散系数(或导温系数), 定义为

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (3-5-5)$$

表 3-5-1 晶体材料主轴方向的热导率/ [W/(m·K)]

晶体	晶系	温度/ °C	λ_1	λ_2	λ_3
石英	三角	30	6.5	6.5	1.3
方解石	三角	30	4.18	4.18	4.98
铋	三角	18	9.24	9.24	6.65
石墨	六角	30	3.55	3.55	89
铝	立方	30	208	208	208
铜	立方	0	410	410	410

式中 λ 为材料热导率， ρ 为密度， c_p 为比热。热扩散系数的引入是出于非稳态热传导过程中的需要。在非稳态热传导过程中，材料内经历着热传导的同时还有温度场随时间的变化。热扩散系数正是把两者联系起来的物理量，表示温度变化的速率。在加热和冷却相同的条件下， α 越大的材料，各处的温差越小。例如，金属工件在加热炉内被加热的过程就是一种典型的非稳态热传导的过程。要计算经过多长时间才能使工件达到某一预定的均匀温度，就需要知道热扩散系数。

2、闪光法物理模型及原理

前面已经提到测热导率的方法可以分为稳态法和非稳态法两类。一般来讲，稳态法用来测量热导率较低的材料，非稳态法的适用范围更为广泛。闪光法（Flash Method）就是目前最为常用的非稳态法之一。本实验采用的方法就是闪光法，下面我们介绍一下闪光法的基本物理模型及原理。

闪光法最早是由Parker和Jenkins等在1961年提出和研究成功的。由于这种方法具有所用试样小（直径约6mm左右，厚度为1~3mm）、测试速度快（达到实验温度后从闪光到得到热扩散系数数据只需要几秒到几分钟时间）、温度范围宽（90~3000K）和材料种类广（金属、陶瓷、碳、半导体、晶体）等一系列优点，目前已经成为非稳态法中应用最广和最受欢迎的方法，大量的应用于材料的热扩散系数的测定。

闪光法的物理模型是：如果一束能量为 Q 的脉冲辐射被四周绝热、匀质、不透光、厚度为 L 的试样正面瞬时的均匀吸收，那么在试样的背面将会产生一维热流，从而引起背面温度升高。试样为一般为圆形或方形薄片。根据另一面的温度 T 随时间 t 变化，可确定热扩散系数 α ，进而再由此材料的比热 c_p 、密度 ρ 利用算出 $\lambda = \alpha \cdot \rho \cdot c_p$ 计算出热导率 λ 。其原理见图 3-5-1。

假设激光脉冲提供的热量被样品均匀吸收，其进入样品的深度为 h ，则 $t=0$ 时刻样品中温度的分布为：

$$T(x, 0) = \frac{Q}{\rho c_p h}, \quad 0 < x \leq h \quad (3-5-6)$$

$$T(x, 0) = 0, \quad h < x \leq L \quad (3-5-7)$$

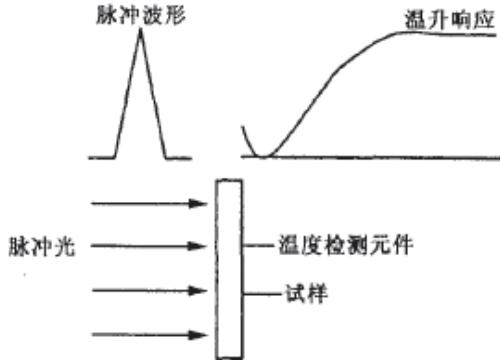


图 3-5-1 闪光法原理图

其中, Q 为单位面积吸收的能量, L 为样品厚度, 且 $L \ll h$, 当试样周围若损失很小以至可以忽略时, 可以认为侧面绝热, 可用一维导热微分方程

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (3-5-8)$$

来描述其物理过程, 其中, α 就是试样材料的热扩散系数单位为 cm^2/sec 。从方程 (3-5-8), 结合初始条件可以解出 t 时刻样品中的温度分布:

$$T(x, t) = \frac{Q}{\rho c_p h} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n\pi x}{L} \frac{\sin(n\pi h/L)}{n\pi h/L} \times \exp\left(-\frac{n^2\pi^2\alpha t}{L^2}\right) \right] \quad (3-5-9)$$

由于 h 是个小量, 我们可认为 $\sin(n\pi h/L) \approx n\pi h/L$ 。又由于 “exp” 项的存在, 我们可以只取方程 (3-5-9) 的前几项就足够了。因此, $x=L$ 处的温度变化近似可以表示为:

$$T(L, t) = \frac{Q}{\rho c_p h} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(-\frac{n^2\pi^2\alpha t}{L^2}\right) \right] \alpha t \quad (3-5-10)$$

从方程 (3-5-9), 我们可以得到样品表面最大的温度变化为:

$$T_{\max} = \frac{Q}{\rho c_p L} \quad (3-5-11)$$

现在, 设

$$V(L, t) = \frac{T(L, t)}{T_{\max}} \quad (3-5-12)$$

$$\omega = \frac{\pi^2 \alpha t}{L^2} \quad (3-5-13)$$

则有:

$$V(L, t) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-\frac{n^2 \pi^2 L^2}{4t}} \quad (3-5-14)$$

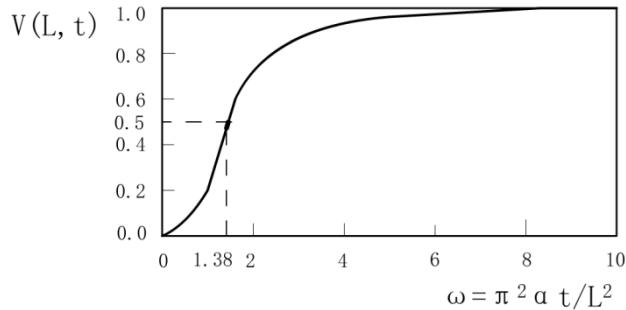


图 3-5-2 闪光法试样背面温升曲线

$V(L, t)$ 和 ω 的关系见图 3-5-2。图中显示的是样品背面(即背对激光脉冲的一面)的温度变化(假定没有热量损耗)。在图 3-5-2 中, $\omega = 1.38$ 处的 $V(L, t) = 0.5$, 所以可以从方程(3-5-14)得到热扩散系数 α 的表达式为:

$$\alpha = 1.38 \frac{L^2}{\pi^2 t_{1/2}} \quad (3-5-15)$$

进而有热导率公式为

$$\lambda = 1.38 \cdot \rho \cdot c_p \cdot L^2 / \pi^2 t_{1/2} \quad (3-5-16)$$

需要重申的是, 上述处理过程要满足的物理条件是: 试样面积 \square 厚度, 则侧面散热可以忽略, 可视为一维热流; 试样温升小, 则向环境的散热可忽略不计; 试样材料均匀; 试样一面受光辐照, 在极薄层内吸收并转化为热量; 光辐照时间远远小于热量在试样内传播的时间等等。

闪光法也可以用来测量样品的比热。具体方法是用一个已知比热的试样作为参考样品, 使它和待测样品的表面都涂有吸收率相同的极薄涂层(一般为胶体石墨), 分别进行两次相同的闪光加热, 测出两次实验的最大温升及表征激光能量大小的信号, 可得待测样品的比热为:

$$c_s = c_r \frac{M_r \Delta T_{mr} Q_s}{M_s \Delta T_{ms} Q_r} \quad (3-5-17)$$

式中 c_s, c_r 分别为待测和已知标准样品比热容, M 为质量, ΔT_m 是最大温升值, Q_s, Q_r 是表征闪光能量大小的信号, 脚标 R 表示标准样品, S 为样品。

3、热传导的微观物理机制

热传导过程就是材料内部的能量传递过程。在固体中能量的载体可以有: 自由电子、声子(点阵波)和光子(电磁辐射)。因此, 固体的导热包括电子

导热、声子导热和光子导热。对于纯金属而言，电子导热是主要机制；在合金中声子导热的作用要增强；在半金属或半导体内声子导热常常与电子导热相仿；而在绝缘体内几乎只存在声子导热一种形式。通常可以不考虑光子导热，因为只有在极高温度下才可能有光子导热存在。根据不同的导热机制的贡献，可以把固体材料的导热系数写成

$$\lambda = \lambda_e + \lambda_s \quad (3-5-18)$$

式中， λ_e 为电子导热系数， λ_s 为声子导热系数。

按照气体分子运动论并取某种近似，可得到的气体导热系数为

$$\lambda = \frac{1}{3} cvl \quad (3-5-19)$$

式中， c 为单位体积气体热容； v 为分子速度； l 为分子的平均自由程。借用气体热导率公式来近似描述固体材料中的电子、声子和光子导热，则有

$$\lambda = \frac{1}{3} \sum_j c_j v_j l_j \quad (3-5-20)$$

式中带脚标 j 的参数表示不同载热体类型的相应物理量。

对于非金属晶体和绝缘体来讲，热导率由声子热导率控制。按照德拜 (Debye) 导热理论，无机非金属固体中的纯导热可以用简单的关系式表示

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v v_p l_p \quad (3-5-21)$$

式中， c_v 表示单位体积比热容， v_p 表示声子的速度； l_p 为声子平均自由程。

利用上式可以解释热导率与温度的关系。首先是比热容 c_v 的影响起决定作用，即绝对零度时 λ 为零；随着温度的增大，比热容按照 T^3 的比例增大；在高温情况下，的影响减弱。在德拜温度以上，晶体的定容比热 c_v 基本保持常数；在温度不太高的情况下，声子速度 v_p 可以看作常数；随着温度的升高，声子的密度增大，因而平均自由程 l_p 减小，因此，无机材料中大多数重要的化合物，在

室温以上范围，热导率值都随着温度的上升而下降。图是 BaWO₄ 晶体的热导率和热扩散系数随温度的变化。

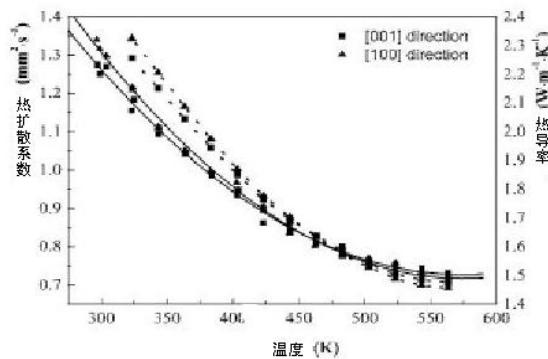


图 3-5-3 BaWO₄ 晶体的热导率和热扩散系数与温度的关系

二、实验配置

本实验采用德国NETZSCH公司 LFA 447 Nanoflash来测量晶体样品的热扩散系数。它是一种新型的激光导热仪，它使用氘灯作为加热源加热样品表面，使用红外探测器读取样品的温升，减少了潜在的表面热阻，可以精确测量各种样品的热扩散系数，比如金属，薄膜材料、晶体材料等。LFA 447 Nanoflash的仪器原理图如图3-5-4。

1、LFA 447 Nanoflash 仪器的特色

该仪器的测量温度范围为室温到300°C，测量的热扩散系数的范围可以从0.01到1000mm²/s；不仅可以测量热扩散系数，还可以测量比热和热导率；试样尺寸可以做得很小(如边长为几mm)；采用自动进样系统；测量周期短(约几十秒)和使用微机采集和处理数据，快捷简便等。

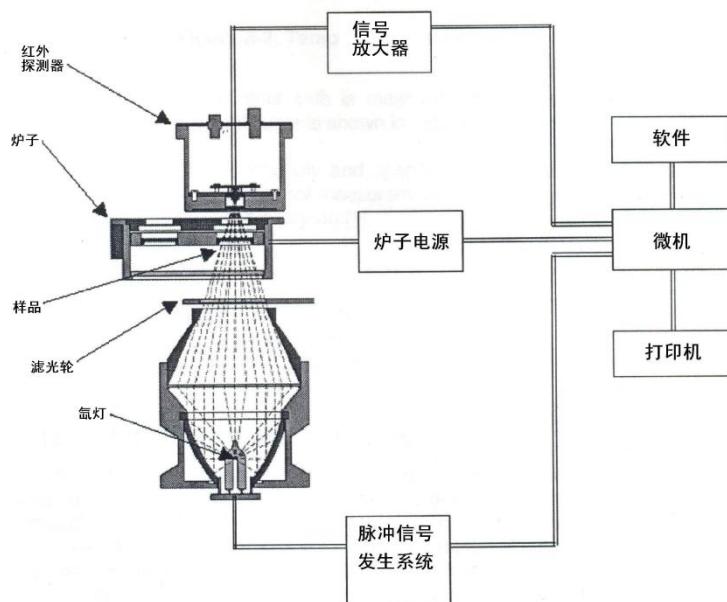


图 3-5-4 LFA447 热扩散系数测量仪原理图

2、试样加工的要求

试样一般采用边长为 6mm 方形模具，厚度为 1~3mm。对于热扩散系数大的试样其厚度应较大，热扩散系数小的 试样其厚度应较小一些。试样前后表面的平行度小于 0.01mm。为使试样能均匀吸收脉冲光能量，并使其不透过试样，对透光试样表面加涂一层极薄的防透遮光层，常用的涂层为乳胶石墨。

三、实验内容与步骤

1、仪器操作步骤

(1) 认识和调节测量系统

先不动手，认真阅读仪器使用说明书并对照仪器仔细观察测量系统的各个部分，考虑清楚各部分的作用以及使用注意事项后方可进行实验内容。

(2) 样品准备，用千分尺测量样品的厚度，然后对样品两面喷涂胶体石墨遮光层。

(3) 开机

按照仪器说明书开启仪器。打开仪器电源，开机之后前面板的“on line”指示灯会亮。打开水循环系统，设置温度，必须等待水循环稳定之后才能开始操作。然后打开微机，进入 windows 操作系统。加液氮冷却红外探测器。

(4) 软件操作

在电脑桌面上找到“nanoflash”的快捷方式，双击打开程序。输入样品的信息，比如品名、厚度等参数。设置好温度、脉冲宽度，测试时间、放大倍数等参数。点击面板上的“load sample”，装载样品。

(5) 装载样品

用镊子小心将样品放入样品模具中，装载完毕之后，点击软件界面中的“run”即开始测试。

(6) 结果讨论与分析

测试结束后，得到样品背面的温升曲线，我们可以利用 NETZSCH 公司提供的分析软件来计算样品的热扩散系数。

2、根据以上步骤，测量 LiNbO_3 晶体在室温的热扩散系数，测量过程中注意各种参数的改变对于测量结果的影响，寻找最佳测试条件。

3、以 50 度为间隔，测量 LiNbO_3 晶体 5 个温度点的热扩散系数，研究热扩散系数与温度的关系。

4、采用石英作为参考样品，用比较法（已知石英的比热）测定 LiNbO_3 晶体试样的比热容。

5、采用以上比热结果，查询 LiNbO_3 晶体的密度数据，计算出 LiNbO_3 晶体的热导率。

6、误差分析

闪光法与其它测试方法一样，可能产生的误差可以分为两类，即测量误差和非测量误差（方法误差）。测量误差反映在计算热扩散系数所用的方程式中涉及长度和时间的测量精度。例如，对一个厚度为 2.5mm 的试样，用分度值为 0.01mm 的千分尺测量课精确到 $\pm 0.005\text{mm}$ ，测量误差为 $\pm 0.2\%$ ；如果 $t_{1/2}$ 为 50ms，一般示波器能准确到 $\pm 1\text{ms}$ ，测量误差为 $\pm 2.0\%$ ，因此总的测量误差为 $\pm 2.4\%$ 。非测量误差是由于有限脉冲时间效

应、辐射热损失和非均匀加热这三种因素导致偏离物理模型的边界条件的要求而产生的。

思考题：

- 1、本实验的热扩散误差主要来自哪些方面？如何提高测量的准确程度？
- 2、从晶体结构的角度出发，如何定性解释 LiNbO₃ 晶体的热扩散和热传导的各向异性？
- 3、试分析比较法测比热容的测量误差，并评价测量结果的不确定度。

实验 3—6 晶体的各向异性热膨胀系数测量 和热应力热应变特性研究

物质随着温度的变化其各种性质都有可能发生改变，其中物质的长度、体积等参数可随着温度的升高变大或者变小，我们称之为物质的热膨胀，其热膨胀的大小可用热膨胀系数来衡量。绝大多数情况下其热膨胀系数是正值，而且热膨胀系数在不同温度段是相同的。但是也有部分物质的热膨胀系数是负值，还有部分物质的热膨胀系数在不同温度段是不同的。一般物质由于没有各向异性所以在不同方向的热膨胀系数是相同的，但是由于晶体的各向异性，所以晶体在不同方向上的热膨胀系数是不一样的。在实验中我们可以通过测量各向异性晶体的不同方向来认识晶体的热膨胀性质。

一、 实验原理

(一) 热膨胀和热膨胀系数

1、热膨胀

物体因温度改变而发生的膨胀现象叫“热膨胀”。通常是指外压强不变的情况下，大多数物质在温度升高时，其体积增大，温度降低时体积缩小。在相同条件下，气体膨胀最大，液体膨胀次之，固体膨胀最小。也有少数物质在一定的温度范围内，温度升高时，其体积反而减小。因为物体温度升高时，分子运动的平均动能增大，分子间的距离也增大，物体的体积随之而扩大；温度降低，物体冷却时分子的平均动能变小，使分子间距离缩短，于是物体的体积就要缩小。又由于固体、液体和气体分子运动的平均动能大小不同，因而从热膨胀的宏观现象来看亦有显著的区别。

2、热膨胀系数

热膨胀系数为表征物体受热时，其长度、面积、体积变化的程度，而引入的物理量。它是线膨胀系数、面膨胀系数和体膨胀系数的总称。因温度变化而引起物质量度元素的变化。膨胀系数是膨胀—温度曲线的斜率，瞬时膨胀系数是特定温度下的斜率，两个指定的温度之间的平均斜率是平均热膨胀系数。膨胀系数可以用体积或者是长度表示，通常是用长度表示。

(二) 固体热膨胀

1、 固体热膨胀原理

固体热膨胀现象，从微观的观点来分析，它是由于固体中相邻粒子间的平均距离随温度的升高而增大引起的。晶体中两相邻粒子间的势能是它们中心距离的函数，根据这种函数关系所描绘的曲线，如图 3-6-1 所示，称为势能曲线。它是一条非对称曲线。在一定温度下，粒子在平衡位置附近振动、具有的动能为 E_k ，总能量为 E_k 与相互作用能 E_p 之和，它在整个运动过程中是守恒的。图中，粒子间最接近的距离是 r' ，最远的距离是 r'' 。由于距离减小所引起的斥力增长比由于距离增大所引起的引力下降快的多，因而粒子间接近的距离与粒子间远离的距离关系是：

$$r_0 - r' \langle r'' - r_0 \rangle \quad (3-6-1)$$

所以两相邻粒子中心的平均距离为

$$\bar{r} = \frac{r' + r''}{2} r_0 \quad (3-6-2)$$

随温度的升高, E_K 增大, 平均距离亦增大。图中曲线 $00'$ 表示 \bar{r} 随 E_K 而变的情形。由此可见, 当晶体温度升高, 粒子热振动加剧, 体积膨胀

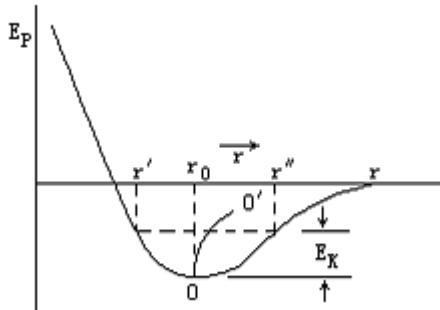


图 3-6-1 势能曲线图

2、 固体的线膨胀

由于固体随温度的变化而变化, 当温度变化不太大时, 在某一方向长度的改变量称为“固体的线膨胀”。例如, 一细金属棒受热而伸长。固体的任何线度, 例如, 长度、宽度、厚度或直径等, 凡受温度影响而变化的, 都称之为“线膨胀” 3、固体线膨胀系数

固体线膨胀系数亦称线胀系数。固体物质的温度每改变 1 摄氏度时, 其长度的变化和它在 0℃时长度之比, 叫做“线膨胀系数”。单位为 1/开。符号为 α_1 。其定义式是

$$\alpha_1 = \frac{l_t - l_0}{l_0 t} \quad (3-6-3)$$

即有

$$l_t = l_0(1 + \alpha_1 t) \quad (3-6-4)$$

由于物质的不同, 线膨胀系数亦不相同, 其数值也与实际温度和确定长度 1 时所选定的参考温度有关, 但由于固体的线膨胀系数变化不大, 通常可忽略这种变化, 而将 α 当作与温度无关的常数。

4、 固体的面膨胀

当固体的温度变化不大时, 其表面积随温度的升高而增大, 这一现象叫“固体的面膨胀”。遵循的规律为:

$$S_t = S_0 (1 + \alpha_s t) \quad (3-6-5)$$

式中 α_s 为面膨胀系数, 单位是 1/开, 其量值为 $\alpha_s \approx 2 \alpha_1$ 。

5、 固体的体膨胀

当固体的温度变化不大时, 其体积随温度的升高而增大, 这一现象叫“固体的体膨

胀”。聚合物的体膨胀系数在玻璃转变温度处有一突变。

6、体积膨胀系数

体积膨胀系数或称“体胀系数”。无论物质是哪种（固体、液体或气体）形态的变化，都称之为体膨胀。当物体温度改变1摄氏度时，其体积的变化和它在0℃时体积之比，叫做“体积膨胀系数”。符号用 α 表示。设在0℃时物质的体积为 V_0 ，在t℃时的体积为 V_t ，则体胀系数的定义式为

$$\alpha = \frac{V_t - V_0}{V_0 t} \quad (3-6-6)$$

即有

$$V_t = V_0(1 + \alpha t) \quad (3-6-7)$$

由于固体或液体的膨胀系数很小，为计算方便起见，在温度不甚高时，可直接用下式计算，无需再求0℃时的体积 V_0

$$V_2 = V_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)] \quad (3-6-8)$$

式中 V_1 是在 t_1 ℃时的体积， V_2 是在 t_2 ℃时的体积。这一式只适用于固体或液体，因为气体物质的膨胀系数值较大，不能运用此式。

一般情况下，固体的体膨胀系数为其线膨胀系数的3倍。同一材料在不同的温度区段，其线膨胀系数是不同的，但在温度变化不大的范围内，线膨胀系数近似是一个常量。因此线膨胀系数的测定是人们了解材料特性的一种重要手段。

（二）液体热膨胀

液体是流体，因而只有一定的体积，而没有一定的形状。它的体膨胀遵循 $V_t = V_0(1 + \beta t)$ 的规律， β 是液体的体膨胀系数。其膨胀系数，一般情况是比固体大得多。

（三）气体的热膨胀

气体热膨胀的规律较复杂，当一定质量气体的体积，受温度影响上升变化时，它的压强也可能发生变化。若保持压强不变，则一定质量的气体，必然遵循着 $V_t = V_0(1 + \gamma t)$ 的规律，式中的 γ 是气体的体膨胀系数。盖·吕萨克定律，反映了气体体积随温度变化的规律。这一定律也可表述为：一定质量的气体，在压强不变的情况下，温度每升高（或降低）1℃，增加（或减小）的体积等于它在0℃时体积的1/273。

补充：盖·吕萨克定律

一定质量的气体，在保持压强不变时，温度每升高（或降低）1℃，增加（或减少）的体积等于它在0℃时体积的1/273。数学表达式为：

$$V_t = V_0 \left(1 + \frac{1}{273} t\right) \quad (3-6-9)$$

利用热力学温标可以使盖·吕萨克定律的表述简化为：一定质量的气体，在保持压强不变时，它的体积 V 跟热力学温度 T 成正比。数学表达式为

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{或} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \dots = \text{恒量} \quad (3-6-10)$$

该恒量的值取决于气体的摩尔数及其压强。

在常温、常压下，定律与实际情况符合较好。在这种条件下，不论什么气体都近似地符合这个定律。但压强越大、温度越低，定律偏离实际情况就越明显。它只能近似地反映实际气体的等压变化规律。

(四) 应力、应变和弹性参数

1、应力和应变

将一个各向同性的均匀介质圆柱样品进行拉伸试验，可以说明应力与应变以及介质的弹性性质等基本概念。

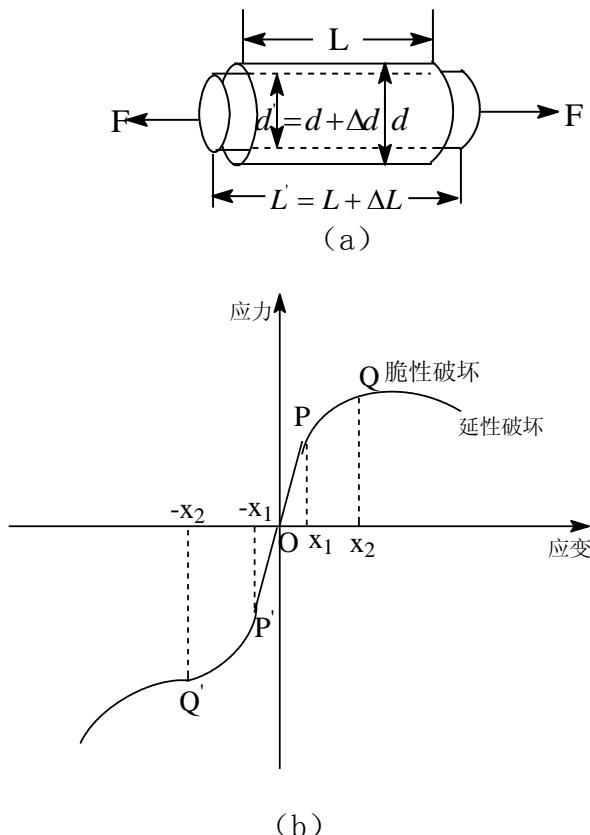


图 3-6-2 柱状样品拉伸实验中的应力与应变

如图 3-6-2 (a) 所示，已知圆柱体样品长度为 L ，直径为 d ，截面积为 s 。在一个不太大的外力作用 F 拉伸下变形，长度变为 $L' = L + \Delta L$ ，直径变为 $d' = d + \Delta d$ （拉伸 d 为负值）。同时，柱体内部分子之间会产生内聚力以维持平衡。显然，柱体内每一个横截面上的内聚力和外力 F 相等，但方向相反。若增加拉力 F ，则形变程度、样品内聚力会相应增加，若 F 逐渐减小至零，该样品也逐渐恢复至原来的开头和体积。这样形变称为弹性形变，组成该样品的物质称为弹性介质。

应变：将单位长度所产生的形变 $\Delta L / L$ ，称为应变。

应力：将单位横截面所产生的内聚力 F/s ，称为应力。

2、杨氏模量和泊松比

在图 3-6-2 (b) 中可以看出 $P-P'$ 段近似为一段直线。这表明，当外力不大时，应变在 $-x_1$ 到 x_2 区间之内，应力与应变成正比关系，遵从胡克定律。

线性弹性形变区（或完全弹性形变区）： $P-P'$ 区间

杨氏模量（或拉伸模量）： 在线性弹性形变区，应力与应变的比值称为杨氏模量。（用 E 表示）

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} \quad (3-6-11)$$

泊松比：介质的横向应变与纵向应变的比值，称泊松比。（用 σ 表示）

$$\sigma = -\frac{\Delta d/d}{\Delta l/l} \quad (3-6-12)$$

3、体变模量和切变模量

据弹性力学理论，任何复杂的形变均可分为体积形变与形状形变两种简单的形变类型。

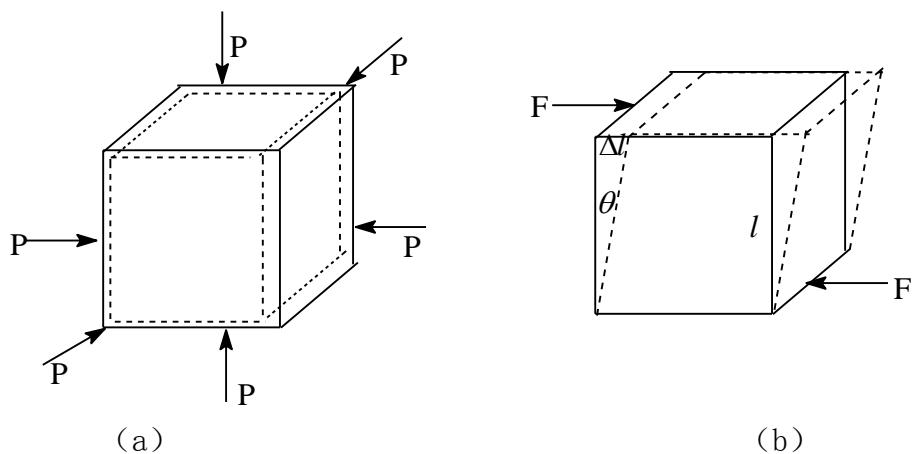


图 3-6-3 立方体单元受力后的形变

如图 3-6-3(a)为体积 V 的立方体样品在静水柱压力 P 的挤压下所产生的体积形变，每个正截面压应力均为 P ，体积缩小 ΔV_m ，受平行上下两底面的剪切力 F 的作用而发生形状形变（也称剪切应变）。样品体积没有变化，但形状变了，前后两侧面扭动了一个角度 θ 。这个 θ 一般很小，切应变 $\Delta L/L = \tan \theta$ ， θ 角近似切应变数值。 $\theta = \Delta L/L$

对于上述两种情况

$$\text{体积模变 (压缩模量): } K = \frac{P}{\Delta V/V} \quad (3-6-13)$$

$$\text{切变模量 (刚性模量): } \mu = \frac{F/S}{\Delta L/L} (\approx \frac{F/S}{\theta}) \quad (3-6-14)$$

4、拉梅系数

拉梅系数：应力和应变方向一致和互相垂直的两个系数 λ ($\lambda = K - \frac{2}{3}\mu$) 和 μ (切变模量)。

决定各向同性系数的参数： μ ， σ ， λ ， E ， K

只要知道其中两个可以知道其他三个：

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\mu + \lambda}, \quad \sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}, \quad K = \lambda + \frac{2}{3}\mu \quad (3-6-15)$$

(五) 热应力和热应变弹性力学分析方法

对于各向同性弹性体，在均匀温度下受热将发生膨胀，如果变形前的三个坐标方向尺寸相同，均为 l ，变形后各个方向的伸长均为 al ， a 称为线膨胀系数。如果温度变化为 T ，则各个坐标方向的线应变为：

$$\varepsilon = \frac{\alpha T l}{l} = \alpha T \quad (3-6-16)$$

如果弹性体所处的环境温度是随着时间和空间变化的，称为温度场。在直角坐标系，温度场是时间和坐标的函数，有 $T = T(x, y, z, t)$ 。如果温度场不随时间变化 ($\frac{\partial T}{\partial t} = 0$)，称为定常温度场，即热源强度 $W=0$ 。否则均为非定常温度场。温度场是一种数量场。

热量的传递引起温度的变化，也就是温度梯度的变化。如果单位时间、单位面积上传递的热量定义为热流密度，显然热流密度与温度梯度成正比，方向相反。这一规律称为傅立叶定律。

以下给出平面热应力问题的基本方程。对于热应力问题，平衡微分方程和几何方程是相同的，不同的是物理方程。

平面应力问题，本构方程为：

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu \sigma_y) + \alpha T \quad (3-6-17)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu \sigma_x) + \alpha T \quad (3-6-18)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)\tau_{xy}}{E} \quad (3-6-19)$$

平面应变问题，本构关系为：

$$\varepsilon_x = \frac{1-\nu^2}{E}(\sigma_x - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_y) + (1+\alpha)T \quad (3-6-20)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1-\nu^2}{E}(\sigma_y - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_x) + (1+\alpha)T \quad (3-6-21)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)\tau_{xy}}{E} \quad (3-6-22)$$

二、实验配置

(一) 实验装置

本次实验所用的仪器是由 PerkinElmer 公司生产的热机械分析仪 (Thermomechanical Analysis 简称 TMA)，它的主要测试结构如下图所示：

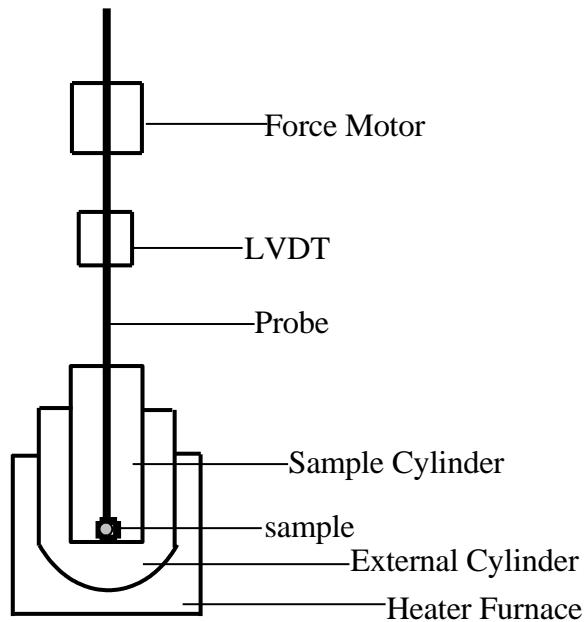


图 3-6-4 热机械分析仪主要部件示意图

它主要有四部分组成：马达、探测系统、测量系统和环境系统。加在样品上的力是由马达产生，探测器是垂直放置，可以通过探测器测量物质沿着垂直方向的变化。

(二) 设备功能

TMA 作为一种热机分析仪器，有很多的功能，它可以测量膨胀、曲率等各种参数，下图是 TMA 的各种功能示意图：

对于不同的测量功能是需要不同的探针（probe），在这里我们主要介绍热膨胀。

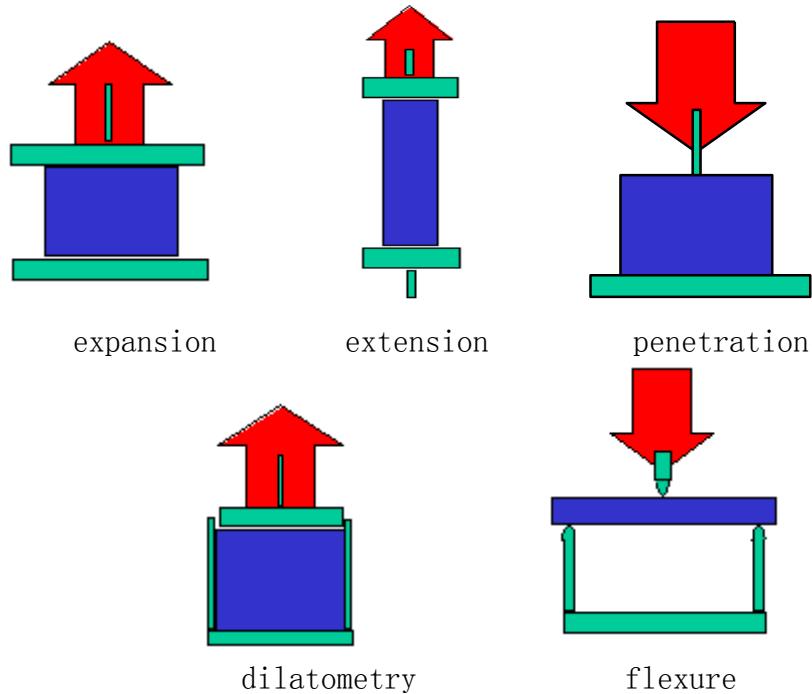


图 3-6-5 热机械分析仪各种功能示意图

(三) 物质热膨胀的测量

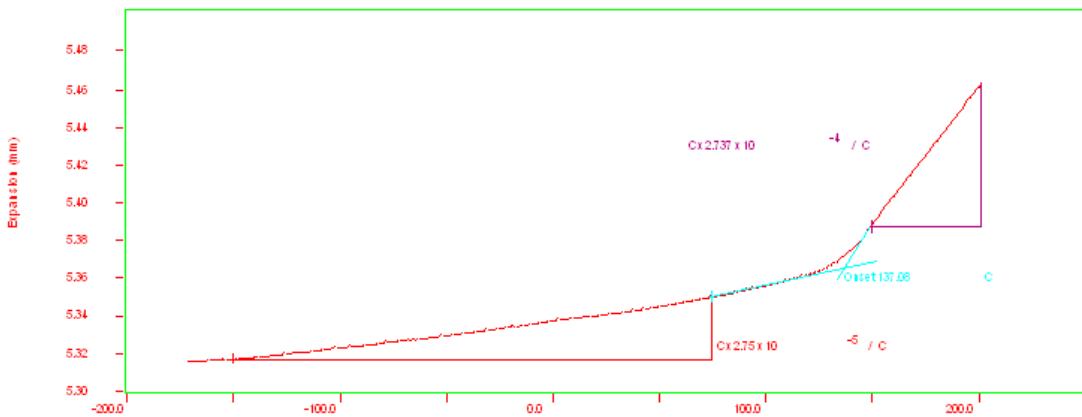


图 3-6-6 热膨胀测试曲线图

TMA 分析仪，可以自动测量物质的厚度，通过在样品上加上一定的力，通过探针测量物质随着温度的变化，其厚度的变化，图是某种物质的热膨胀测量曲线，从图中可以看到，物质厚度随着温度变化时的值，这种物质在不同的温度段内，其热膨胀系数有所不同。

(三) 各向异性的晶体的热膨胀测量

作为各向异性的晶体，必须测量其不同方向的热膨胀，因为一般说来不同方向的热膨胀是不同的，晶体在严格按照晶系加工后，一般需要测量三个不同方向的热膨胀，下图是晶体放置时候的示意图：

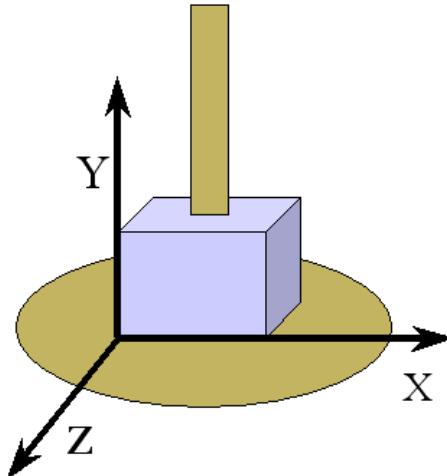


图 3-6-7 晶体放置示意图

三、实验内容与步骤

(一) 仪器开机

- 1、按动主机上的绿色按钮，等几分钟后出现 ready。
- 2、打开电脑中的操作软件。

(二) 仪器校正（一般不需要每次都校正）

1、膨胀仪的校正，主要是位移传感器和温度传感器的校正。因为大部分热机械分析仪采用的是顶杆的测量方式，所以我们测量得到信号的不只是样品的长度变化，同时还有样品支架以及顶杆的受热膨胀。为能得到精确的测量数据，我们必须考虑到

样品支架和顶杆膨胀带来的影响。

2、位移传感器校正：位移传感器是热机械分析仪最关键的部分。它记录下样品长度的变化，同时转换成电信号输出。在PerkinElmer的热机械分析仪中，它使用的是感应式位移传感系统(类似于线性差动位移传感器，即LVDT)。此类系统具有宽的测量范围、良好的测量线性度以及极高的分辨率。但是只有经过正确调试过的位移传感器才能得到精确的测量结果，所以对于新的位移传感器必须进行检测和调整。

通常我们可以用高精度的螺旋测微计，通过调整位移传感器磁心的位置来校正。对于PerkinElmer的热机械分析仪，在出厂之前已经对位移传感器进行过校正。同时由于在测量过程我们不可能会改变到位移传感器的设定，所以不需要经常做调整或检测。

3、温度校正

在热机械分析仪中，准确测量样品温度往往会被忽略掉。但是温度会带来测量误差，譬如：测量铀样品在500°C的膨胀系数时，10K的温度偏差可以导致2%的膨胀系数的误差。

热电偶的污染并不是造成温度偏差的唯一因素。如样品热电偶的位置、加热速率、样品室气氛以及样品的几何形状(温度梯度)都是影响温度测量的因素。

PerkinElmer的热机械分析仪有温度校正功能，温度校正的过程非常简单。只需要几个纯的金属(最好是1mm直径的小球)，把他们加热到熔点以上。根据所需要校正的温度范围选择合适的物质，如：锢、铅、铝、金等。为防止金属样品在熔融时污染样品支架以及顶杆，可以把样品放在两个氧化铝的小圆片之间。

当温度达到样品起始熔融的时候，膨胀曲线会发生急剧的下降。通过PerkinElmer分析软件可以得到外推始点，并把此材料相应的理论熔点输入到软件中，仪器自动进行温度校正。

4、样品支架的校正

对顶杆式热机械分析仪，样品位于样品支架的中间。所以在加热过程中，不仅只有样品膨胀，同时还有样品支架和顶杆的受热膨胀。因此得到的测量信号是在炉子加热区内样品以及所有部件膨胀的叠加。

其测量结果的偏差因使用的样品支架及所测量样品的特性有所不同。譬如：用氧化铝样品支架(室温到700°C的膨胀系数大于 $5 \times 10^{-6} K^{-1}$)来测量石英样品(室温到700°C的膨胀系数小于 $10^{-6} K^{-1}$)，未经修正的测量结果为负值。

5、系统校正

由于以上原因，为得到更加准确的测量结果，必须进行系统校正。这个校正需要用一个已知膨胀系数的标准样品来测量。所有的测量参数(如：测量气氛、温度、程序)必须与测量样品时的条件一致。那么，在进行校正测量时，如何来选择标准样品呢？

选择标准样品时，所选择的标准样品的膨胀系数必须已知，其使用范围必须适合样品测量的温度范围。通常来说，标样在所测量的温度范围内不能有材料性能的变化。譬如说，铂标样的最高使用温度不能超过1000°C，高于这个温度会产生结构变化。

在选择标样时，建议所选标样的尺寸和热物理特性(热膨胀、热导率、热扩散)与所需测量尽量的接近。这样可以消除由于样品传热以及样品内部存在的温度梯度而造成的误差。

(三) 测量样品

1、在不放置任何样品的时候，点击软件中的测零键，如果测试不为零，软件将此

次测量值作为起始点。

- 2、将样品放置到样品台上（小心轻放）。
- 3、在软件中设置好测量程序，包括升温范围、升温速率。
- 4、测量样品的热膨胀曲线。
- 5、等到测量完毕，降到室温一下，取出样品

（四）结果分析

通过测得的热膨胀曲线，计算出热膨胀系数

思考题：

- 1、物质热膨胀的原理是什么？
- 2、造成热膨胀的误差有那些？
- 3、为什么测量晶体的时候升温速率不能太快？
- 4、是否所有物质的热膨胀系数都是正值？

实验 3-7 热焓测量技术及比热/相变/软化点测量

差示扫描量热法 (Differential Scanning Calorimetry)，作为一种多用途、高效、快速、灵敏的分析测试手段已广泛用于研究物质的物理变化(如玻璃化转变、熔融、结晶、晶型转变、升华、汽化、吸附等)和化学变化(如分解、降解、聚合、交联、氧化还原等)。这些变化是物质在加热或冷却过程中发生的，它在曲线上表现为吸热或放热的峰或基线的不连续偏移。差示扫描量热法使用的仪器就是差示扫描热量计(简称 DSC)，它是一种多功能的量热仪器，可测定物质的熔融热、熔融温度、相变热、结晶热等，广泛用于化工、纺织、药物、高分子等领域，也适用于新材料热韧性和化学性质的测定。

差示扫描量热法是 1964 年沃森首先提出来的。其基本原理是，待测样品与参比试样以一定的控制速度升降温时，根据两者的温度差讯号，由差动热功率补偿单元自动调节试样和参比样品的加热功率，使温度差恒为零，记录为抵消温度差所必须的补偿差动功率随时间和温度变化的值，再按相关公式计算其定压比热容 c_p 的值。

一、实验原理

1、热力学参量之间的关系

(1)、热焓和热容

根据热力学第一定律，假如热力学系统(材料)在恒压下由状态 1 到状态 2，使体积从 V_1 到 V_2 ，则内能变化为

$$U_2 - U_1 = Q_p - P(V_2 - V_1)$$

式中， U_1 ， U_2 为状态 1 和状态 2 系统的内能， Q_p 为系统吸收的热量。

变换形式，有

$$Q_p = U_2 + PV_2 - (U_1 + PV_1) \quad (3-7-1)$$

这里定义 $H = U + PV$ 为热焓，或简称“焓”，则式 可写成

$$Q_p = (U + PV)_2 - (U + PV)_1 = H_2 - H_1 = \Delta H \quad (3-7-2)$$

可见，在等压过程中系统的吸热等于系统热焓的增加，而热焓的变化由系统的起始态和终态决定，与中间过程无关。与温度 T、压力 P 和内能 U 一样，热焓 H 也是状态函数。

众所周知，系统在变温过程中要发生与环境的热交换。物体的温度每升高 1K 所需的热量称为该物体的热容 C，其单位为 $J \cdot K^{-1}$ ，定义为

$$C = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{dQ}{dT} \quad (3-7-3)$$

通常我们以单位质量材料的热容来表示材料的性质，称为“比热”或“比热容”，表示为小写 c，以 $J \cdot kg \cdot K^{-1}$ 。

根据热容的定义和热力学第一定律 $dQ = dU + pdV$ ，在定压条件下，

$$c_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT} = \left[\frac{d(U + pV)}{dT} \right]_p = \left(\frac{dH}{dT} \right)_p \quad (3-7-4)$$

即定压热容为材料升高温度 1K 所增加的热焓。而在定容条件下

$$c_v = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_v = \frac{dU}{dT} \quad (3-7-5)$$

可见在定容热容为材料温度升高 1K 所增加的内能。理论上定容热容和定压热容并不相等，定容的摩尔热容 c_v 是容易计算的。由于材料定压变温过程中存在体积变化，热膨胀将对环境附加作功，所以 $c_p > c_v$ ，并可以表示为

$$c_p - c_v = \frac{\beta^2 VT}{\chi} \quad (3-7-6)$$

式中 β 为材料的热膨胀系数； V 为每摩尔体积； χ 为体积压缩系数。

应当看到，常压下固体材料的定压热容和定容热容几乎没有差别，而我们用 DSC 测的都是定压热容。

(2)、相变以及其对热容和热焓的影响

气体可以液化，形成液体，范德瓦尔斯方程给出了气液相变的经典描述。一般来说，相变是外界约束（温度和压强）作连续变化时，在特定的条件下，物体状态的突变。这具体可表现为

- (1) 结构的变化，如气一液、气一固、固一液相变，或固相中不同晶体结构之间的转变；
- (2) 化学成份的不连续变化，如固溶体的脱溶分解或溶液的脱溶沉淀；
- (3) 某种物理性质的突变，如顺磁—铁磁转变、顺电—铁电转变、正常态和超导态转变等。

以上三种过程可以是单独出现，也可以两种或多种变化同时出现，如铁电相变总是和结构相变耦合在一起的。根据 Ehrenfest 分类将相变分为一级相变和高级（二级、三级…）相变。当系统由 1 相转变为 2 相时，化学势 $\mu_1 = \mu_2$ ，而化学势的一级偏微商不相等。即

$$\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial T} \right)_p \neq \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial T} \right)_p ; \quad \left(\frac{\partial \mu_1}{\partial p} \right)_T \neq \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial p} \right)_T \text{ 称为一级相变。}$$

由于 $(\partial \mu / \partial T)_p = -S$ （熵）， $(\partial \mu / \partial p)_T = V$ （体积），因此在一级相变时发生体积突变 ($\Delta V \neq 0$) 的同时还发生熵（及热焓）的突变 ($\Delta S \neq 0$)。自然界中观察到的相变多数为一级相变，如金属与合金中的相变以及金属的熔化等，在相变过程中存在这明显的体积变化和潜热存在。

当系统相变时 $\mu_1 = \mu_2$ ，且化学势的一级偏微商也相等，而化学势的二级偏微商不相

等，即

$$\mu_1 = \mu_2; \quad \left(\frac{\partial \mu_1}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial T} \right)_p; \quad \left(\frac{\partial \mu_1}{\partial p} \right)_T = \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial p} \right)_T;$$
$$\left(\frac{\partial^2 \mu_1}{\partial T^2} \right)_p \neq \left(\frac{\partial^2 \mu_2}{\partial T^2} \right)_p; \quad \left(\frac{\partial^2 \mu_1}{\partial p^2} \right)_T \neq \left(\frac{\partial^2 \mu_2}{\partial p^2} \right)_T; \quad \left(\frac{\partial^2 \mu_1}{\partial T \partial p} \right) \neq \left(\frac{\partial^2 \mu_2}{\partial T \partial p} \right)$$

则称为二级相变。由于

$$\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2} \right)_p = \left(- \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p = - \frac{c_p}{T}$$
$$\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial p^2} \right)_T = \frac{V}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = -V\chi$$
$$\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T \partial p} \right) = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{V}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = V\beta$$

式中， $\chi = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial q} \right)$ 为材料体压缩系数； $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$ 为材料的体膨胀系数。可见，

二级相变时 $\Delta c_p \neq 0$ ， $\Delta \chi \neq 0$ ， $\Delta \beta \neq 0$ ，即体积和热焓均无明显变化，而 c_p 有突变。

以上分析表明，当材料发生一级相变时，出现体积效应和热效应吸收或放出相变潜热（热容 c_p 为无限大）可以通过 TMA 膨胀分析和热分析 DSC 等方法来进行。属于一级相变的有，物态变化、同位素异构转变、共晶、包晶、共析转变等。当材料发生二级相变时热焓只发生连续变化而无突变，当比热容 c_p 在转变点附近有剧烈的变化，可以通过比热容的测量进行相变测试。属于二级相变的有：铁磁—顺磁相变以及部分铁电—顺电和有序—无序转变等。相转变温度，特别是液晶相转变温度，一般熔点仪是无法测得的。用 DSC 可以非常方便、准确、直观地测出其不同相变化的温度。

2、DSC 的基本原理

根据测量方法的不同，差示扫描量热计有热流型和功率补偿型两大类。热流型 DSC 的原理与差热分析法（DTA）类似，功率补偿型差示扫描量热计的主要特点是试样和参比物具有独立加热器和传感装置，即在试样和参比物容器下各装有一组补偿加热丝。当试样在加热过程中由于热反应而出现温度差 T 时，通过功率补偿放大电路使流入补偿热丝的电流发生变化。

本实验采用的美国 Perkin—Elmer 公司生产的采用内加热式功率补偿型差示扫描量热计。因此我们简单介绍一下功率补偿型 DSC 的基本原理。

功率补偿型 DSC 的主要特点是试样和参比物分别具有独立的加热器和传感器，其结构如图 3—7—1 所示，整个仪器由两个控制电路进行监控，见图 3—7—2。其中一个控制温度，使样品和参比物在预定的速率下升温或降温；另一个用于补偿样品和参比物之

间的温差，这个温差是由样品的吸热或放热效应产生的。通过功率补偿电路使样品和参比物的温度保持相同，这样就可以从补偿功率直接求算出热流率，即

$$\Delta W = \frac{dQ_s}{dt} - \frac{dQ_r}{dt} = \frac{dH}{dt} \quad (3-7-7)$$

式中 ΔW 为所补偿的功率； Q_s 为样品的热量； Q_r 为参比物的热量。 dH/dt 为单位时间的焓变，即热流率，单位为 mJ/s 。

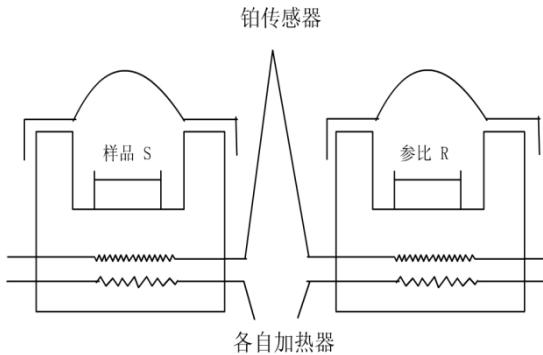


图 3-7-1 Perkin-Elmer 功率补偿型 DSC 加热炉

仪器试样和参比物的加热器电阻相等， $R_s=R_r$ ，当试样没有任何热效应时

$$I_s^2 R_s = I_r^2 R_r \quad (3-7-8)$$

如果试样产生热效应，功率补偿电路立即进行功率补偿，所补偿的功率为

$$\Delta W = I_s^2 R_s - I_r^2 R_r \quad (3-7-9)$$

令 $R_s = R_r = R$ ，即得

$$\Delta W = R(I_s + I_r)(I_s - I_r) \quad (3-7-10)$$

因为， $I_s + I_r = I_t$

所以

$$\Delta W = I_t(I_s R - I_r R)$$

$$\Delta W = I_t(V_s - V_r) = I_t \Delta V \quad (3-7-11)$$

式中， I_t 为总电流； ΔV 为电压差。

如果 I_t 为常数，则 ΔW 与 ΔV 成正比。因此， ΔV 可直接表示为 dH/dt 。

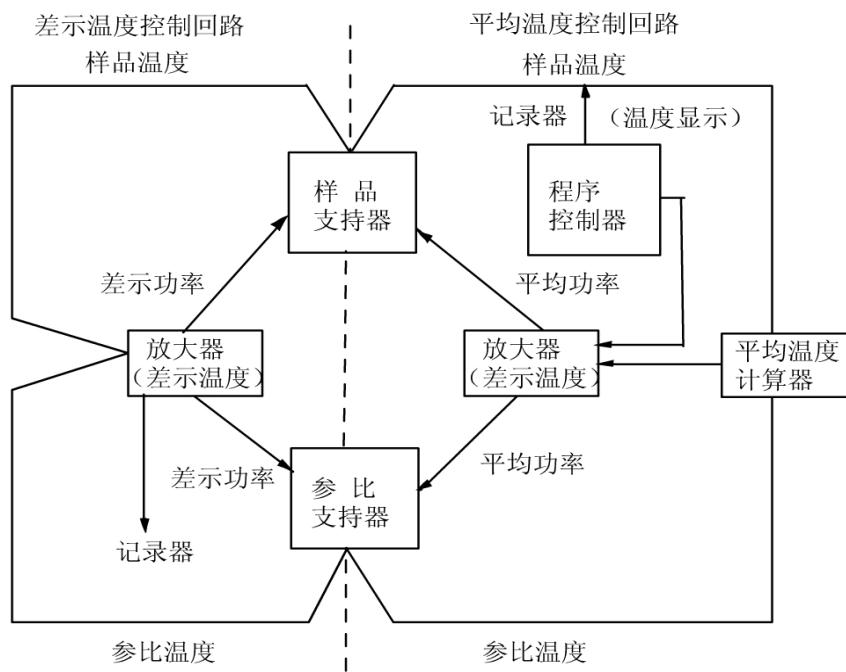


图 3-7-2 功率补偿型 DSC 控制电路示意图

普通的热流型差示扫描量热仪用康铜片作为热量传递到样品和从样品传递出热量的通道，并作为测温热电偶结点的一部分，其测试原理与差热计仪类似。热流型差示扫描量热仪的结构如图 3-7-3 所示，该仪器的特点是利用导热性能好的康铜盘把热量传输到样品和参比物，使它们受热均匀。样品和参比的热流差是通过试样和参比物平台下的热电偶进行测量。样品温度由镍铬板下的镍铬—镍铝热电偶进行测量。这种热流型 DSC 仍属 DTA 测量原理，它可定量的测定热效应，主要是该仪器在等速升温的同时还可自动改变差热放大器的放大倍数，以补偿仪器常数 K 值随温度升高所减少的峰面积。

热流型 DSC 仪的等效回路可见图 3-7-4。R 为试样和参比物的臂热阻，R_b 为桥式热阻，R_g 为通过净化气体的泄漏电阻； 分别为样品和参比物的热流。

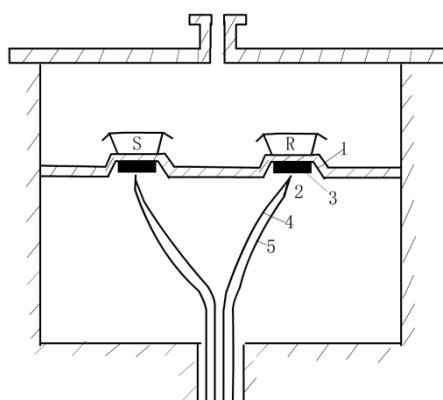


图 3-7-3 热流型 DSC 加热炉

1—康铜盘；2—热电偶热点；3 镍铬板；4 镍铝丝；5 镍铬丝；6—加热块

根据 Kirchoff 热功当量定律，可得下列方程式：

$$\frac{(T-T_s)}{R} + \frac{(T-T_s)}{R_g} + \frac{(T_R-T_s)}{R_b} = i_s \quad (3-7-12)$$

$$\frac{(T-T_R)}{R} + \frac{(T-T_R)}{R_g} + \frac{(T_R-T_s)}{R_b} = i_R \quad (3-7-13)$$

式中, T 为炉温; T_s 为样品温度; T_R 为参比温度。两式相减, 并设 $\Delta T = T_R - T_s$, 即得:

$$\Delta T = \frac{(i_s - i_R)}{\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_g} + \frac{2}{R_b}\right)} \quad (3-7-14)$$

该式表示出温差 ΔT 与热流差 $(i_s - i_R)$ 成正比。

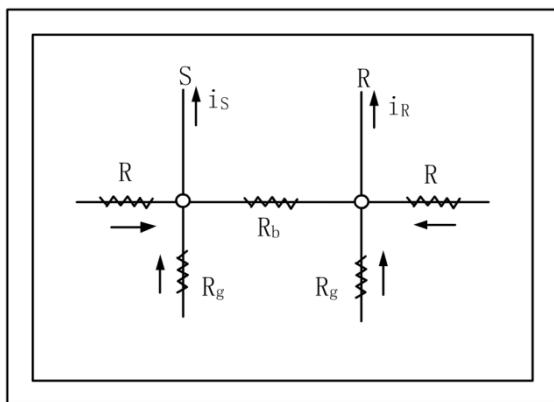


图 3-7-4 热流型 DSC 仪等效回路示意图

1984 年 Plaats 对热流型 DSC 作了理论上得估算, 认为在热流型 DSC 仪得构造中, 总的传热系数 K_T 值较大可使峰面积校正项较小和仪器分辨率较高。

3、DSC 的应用

近年来 DSC 在材料科学方面的应用越来越广泛,

(1) 熔点和热焓的测定

熔点是物质由固态到液态转变的温度, 是 DSC 最常测定的物性数据之一。大多数材料, 在 DSC 中得到的熔融温度都有一定宽度。典型的 DSC 熔融曲线如图 3-7-6 a 所示。即使是纯物质铟的熔融曲线也不会是通过熔点温度的一条谱线, 而是有一定宽度的吸收

峰, 当样品量很小和升温速率很慢时, 峰前沿是一条直线, 斜率是 $\frac{1}{R_0} \cdot \frac{dT}{dt}$, 其中 R_0 是

试样皿和样品支持器之间的热阻, 它是热滞后的主要原因。从样品熔融峰(图 3-7-6 b)的峰顶作一条直线, 其斜率等于同样测定条件下图中直线的斜率, 并与等温基线相交为 C, C 是真正的熔点, 其测定误差不超过 $\pm 0.2^\circ\text{C}$ 。实际上, 只有需要非常精确的测定熔点时(如利用熔点计算物质纯度)时, 才如此确定熔点。一般, 与扫描基线的交点 C' 已经能给出足够精确的熔点值。

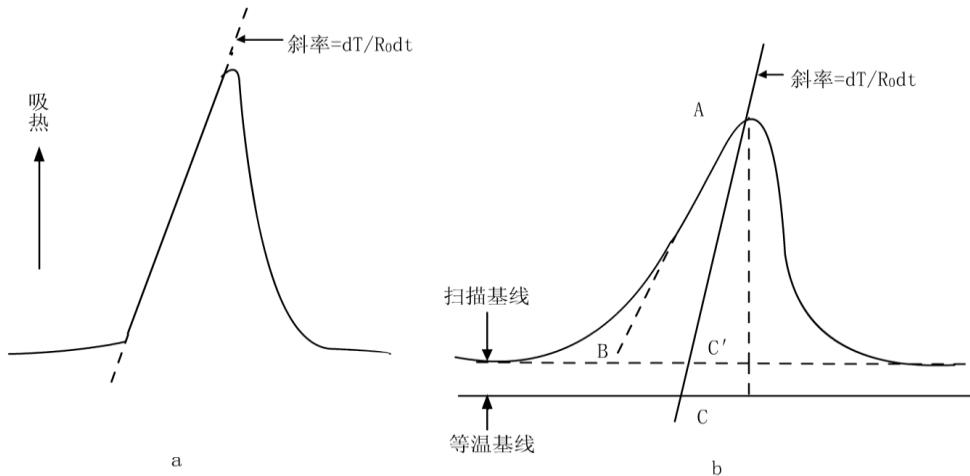


图 3-7-6 典型的 DSC 熔融曲线及熔点的确定
a—高纯铟的熔融峰； b—高分子材料熔融曲线及熔点的确定

通常，确定熔点用以下两种方法较为简便，一种是以峰前沿的切线与扫描基线的交点 B 为熔点，一种是直接以峰顶 A 为熔点，根据不同的需要选择不同的方法，例如，高分子材料由于峰形复杂，难以作切线，一般选取后一种方法较为便利。

如前所述，功率补偿型 DSC 的原理就是根据补偿的功率得到热流率 dH/dt ，它就是得到的 DSC 曲线的纵坐标。图给出了一条理想的 DSC 曲线，即差示热输入 dH/dt 随温度变化的曲线。

因此，如果要得到测试样品在某个转变或反应的热焓，则需要对整个 DSC 曲线峰对于时间进行积分，即

$$\Delta H = \int \frac{dH}{dt} \cdot dt \quad (3-7-15)$$

式中， $\int \frac{dH}{dt} \cdot dt$ 即为峰面积。所以样品的热焓直接与 DSC 曲线下面所包含的面积成

正比。在热量与面积的转换中还要涉及到仪器校正常数 K。通常人们采用其熔融热焓精确测定过的高纯金属作为校正标准。常用的是金属铟，其纯度为 99.999%，熔点为 156.4°C，熔融热焓为 $\Delta H = 28.45 J/g$ 。Diamond DSC 经过高纯铟修正，使 $K=1$ ，于是面积值就等于热焓变化。

(2) 比热容的测定

如前所述，DSC 测量的是试样吸热或放热速率，纵坐标为 dH/dt 。在比热容的测量中，直接测定纵坐标的位移。因为比热 $C_p = dH/dT$ ，与吸热或放热速率之间的关系可由下式表

$$\frac{dH}{dt} = \frac{dH}{dT} \cdot \frac{dT}{dt} \quad (3-7-16)$$

式中， $dT/dt = \beta$ 是升温速率。

根据热力学原理，在不作非体积功的等压过程中，再没有物态变化和化学组成变化时，等压热容为

$$C_p = \left(\frac{dH}{dt} \right)_P$$

而比热容为

$$c_p = \frac{C_p}{m} = \left(\frac{dH}{dt} \right)_P \cdot \frac{1}{m} \quad (3-7-17)$$

代入上式，可得

$$\frac{dH}{dt} = c_p \cdot m \cdot \frac{dT}{dt} \quad (3-7-18)$$

可见， dH/dt 为热焓变化速率，正是 DSC 曲线中的纵坐标。 dT/dt 为升温速率， m 为试样质量， c_p 是比热容[单位为 J/g•K]。因此，用 DSC 测定比热容是非常方便的。测定方法有直接法和间接法（比例法）两种。直接法就是在 DSC 曲线上直接读取纵坐标 dH/dt 数值和升温速率 β ，一同代入上面两式，求出比热容 c_p 。这种方法容易带来很大误差，这些误差主要是由于仪器造成的，包括以下几个方面：第一，在测定的温度范围内， dT/dt 不是绝对线性的；第二，仪器的校正常数在整个测定区不是一个恒定值；第三，在整个测定范围内，基线不可能完全平直，为减少这些误差，一般采用间接法测定比热容。

间接法是采用试样和一标准物质在相同条件下进行扫描，然后量出二者的纵坐标进行计算。要求标准物质在所测温度范围内没有发生物理化学变化，且比热容已知。常用的标准物质是蓝宝石。具体作法是在 DSC 内先用两个空样品皿，以一定的升温速度作一条基线，然后放入蓝宝石样品在相同条件下作一条 DSC 曲线，最后在同样条件下作未知试样的 DSC 曲线，如图 3-7-5 所示。

根据式，在某一温度下，试样的热焓变化率为

$$\frac{dH}{dt} = y = c_p \cdot m \cdot \frac{dT}{dt}$$

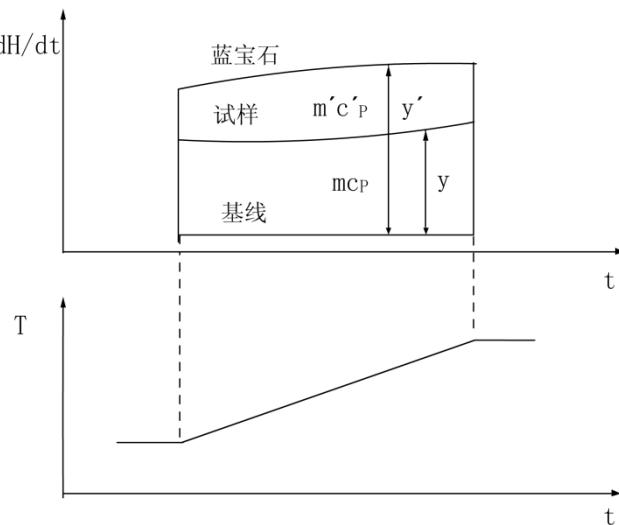


图 3-7-5 用间接法测定比热容

蓝宝石的热焓变化率为

$$\frac{dH}{dt} = y' = c'_p \cdot m' \cdot \frac{dT}{dt}$$

两式相除得

$$\frac{y}{y'} = \frac{c_p \cdot m}{c'_p \cdot m'} \quad (3-7-19)$$

所以试样的比热容为

$$c_p = c'_p \cdot \frac{m' \cdot y}{m \cdot y'} \quad (3-7-20)$$

式中 c_p 是试样得比热容 [单位为 J/mg•K], c'_p 是蓝宝石得比热容 [单位为 J/mg•K], m 为试样的质量 (mg), m' 蓝宝石质量 (mg), y 为试样在纵坐标上的偏离, y' 蓝宝石在纵坐标上的偏离。因此可以计算出样品的比热容。

用 DSC 技术测得物质比热容数值后, 还可以用下列方程得图解积分法, 计算物质的热力学参数:

焓 (ΔH)

$$H_T - H_0 = \int_0^T C_p dT \quad (3-7-21)$$

熵 (ΔS)

$$S_T - S_0 = \int_0^T C_p \frac{dT}{T} \quad (3-7-22)$$

自由能 (ΔF)

$$F_T - F_0 = (H_T - H_0) - T(S_T - S_0) \quad (3-7-23)$$

(3)、玻璃化转变温度的测定

玻璃化转变温度 T_g 是材料的一个重要特性参数, 材料的许多特性都在玻璃化转变温度附近发生急剧的变化。以玻璃为例, 在玻璃化转变温度, 由于玻璃的结构发生变化, 玻璃的许多物理性能如热容、密度、热膨胀系数、电导率等都在该温度范围发生急剧变化。根据玻璃化转变温度可以准确制定玻璃的热处理温度制度。对高聚物而言, 它是高聚物从玻璃态转变为高弹态的温度, 在玻璃化转变温度时, 高聚物的比热容、热膨胀系数、粘度、折光率、自由体积以及弹性模量等都要发生一个突变。从分子结构上讲, 玻璃化转变温度是高聚物无定形部分从冻结状态到解冻状态的一种松弛现象, 而不象相转变那样有相变热, 所以它是一种二级相变(高分子动态力学中称主转变)。在玻璃化转变温度以下, 高聚物处于玻璃态, 分子链和链段都不能运动, 只是构成分子的原子(或基团)在其平衡位置作振动; 而在玻璃化转变温度时分子链虽不能移动, 但是链段开始运动, 表现出高弹性质, 温度再升高, 就使整个分子链运动而表现出粘流性质。在聚合物的使用上, T_g 一般为塑料的使用上限, 橡胶的使用温度下限。因此, T_g 对材料的研究有着重要意义

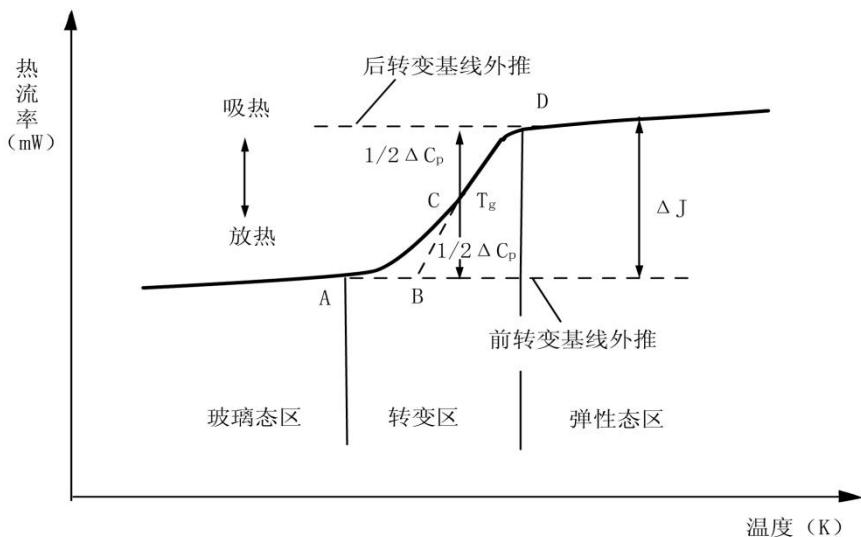


图 3-7-7 玻璃化转变的 DSC 曲线

DSC 在测定样品的玻璃化转变温度时，是基于样品在玻璃化温度转变时，若动增加这一性质。反映在 DSC 曲线上，其表现为在通过玻璃化转变温度时，基线向吸热方向移动，如图 3-7-7 所示，图中 A 点是开始偏离基线的点。把转变前和转变后的基线延长，

两线间的垂直距离 ΔJ 叫阶差，在 $\frac{1}{2}\Delta J$ 可以找到 C 点作切线与前基线延长线交于 B 点。

ICTA 建议用 B 点作为玻璃化转变温度 T_g 。实际上也有选择 C 或 D 作为 T_g 的。

以上简要介绍了 DSC 的一些基本的应用，需要指出的是，DSC 技术发展到今天，它的应用远非只是我们介绍的这些。DSC 现在已经广泛应用于塑料、橡胶、涂料、食品、医药、生物有机体、无机金属材料与复合材料等领域。除了我们介绍的应用以外，DSC 还可以进行纯度、反应动力学、结晶动力学、结晶度、氧化诱导期等的测定，还可对材料的热稳定性、耐老化性、混合材料相容性、材料纯度等进行表征。

二、实验配置

实验采用美国 Perkin-Elmer 公司生产的 Diamond DSC 型差示扫描量热计。它是一种典型的功率补偿型 DSC，其仪器框图如图所示。功率补偿型 DSC 的原理已经在前面介绍，在此就不再赘述。

在 DSC 中，质量为 m 的试样按线性温度控制加热，其升温速率为 dT/dt ，则流入式样中的热流速度 dH/dt 为：

$$\frac{dH}{dt} = \frac{dH}{dT} \cdot \frac{dT}{dt} = m \cdot c_p \cdot \frac{dT}{dt}$$

则

$$c_p = \frac{\frac{dH}{dt}}{\frac{mdT}{dt}}$$

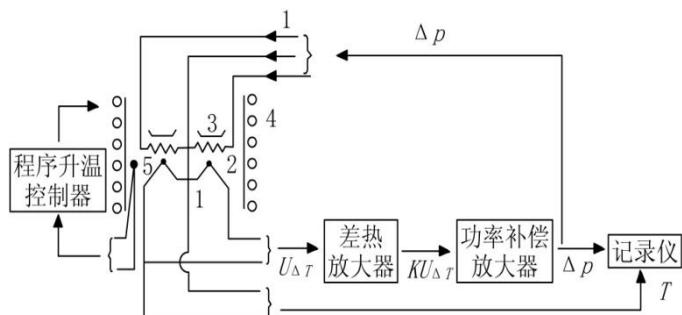


图 3-7-8 功率补偿式 DSC 原理图

1-温差热电偶；2-补偿电热丝；3-坩埚；4-电炉；5-控温热电偶

DSC 法的主要优点是：连续扫描，在升温过程中可随时观测样品比热容的变化，所需样品试样质量最小时仅数毫克，且形状规格适应性大，有较高的测试准确度。

DSC 所记录的曲线，与差热(DTA)曲线有本质的差别，它不是记录温度或其派生量，而是记录为保证试样和参比样品温度恒等时所必须提供的补偿功率 ΔW 。因而差示扫描量热曲线是补偿功率 (ΔW) 与时间 (t) 的曲线。如图所示，试样在发生相变时，吸收和释放转变潜热，从而使试样的温度低于或高于参比样品，差动功率控制系统就将输入一个相应的补偿功率，因而在 $\Delta W-t$ 曲线上出现一个相变峰。与 DTA 相比较，DSC 有以下特点：

- (1) 差动加热功率起着补偿潜热效应的作用，因此，在 $\Delta W-t$ 曲线上转变峰的面积，原则上直接指示着潜热的大小。作为定量热分析，DSC 比 DTA 更加可靠。
- (2) 在整个升温过程中，可以始终保持试样恒定的升温速率，即使在试样因相变而吸热或放热时，也可以借助控温系统的补偿，使之维持这一条件。而 DTA 如果强制试样等速升温，热效应峰就会消失。
- (3) 由于差动功率补偿作用，热效应峰复原快，峰锐利，相邻峰分辨率高。
- (4) 可以用来测定物质的比热。

三、实验内容与步骤

1、仪器操作步骤

- (1)、打开气体钢瓶（保护气体通常为高纯氮，也可根据实验需要选择气体），打开冷却水循环，约十分钟。
- (2)、依次打开专用变压器开关、Diamond DSC 开关、电脑开关。
- (3)、样品须事先用高精度电子天平称重，然后放入铝坩埚，将其放入样品炉，在参比炉内放入空坩埚做参比。
- (4)、电脑屏幕上进入 Prise 界面，点击 Diamond DSC，设定相应的参数，比如样品信息、质量、设置升温程序等，点击“Start”，测量开始。当试样达到预设的终止温度时，测量自动停止。等炉温降下来再关机，关循环水，关气瓶。
- (5)、进入分析界面，打开所做测量文件，根据实验目的，选择相应的分析项目如 Tangent (切线)，Peak (峰)，Peak Height (峰高)，Heat (峰面积)、比热计算等，最后将数据存盘。

2、测量金属铟的熔点，并计算熔融焓，与标准值比较，并尝试对 DSC 进行温度再

校正。

3、测量 BaTiO_3 晶体在室温至 400℃的比热容，分别用直接法和间接法测量，比较两种方法的结果，评价两种方法的优缺点。

4、根据 DSC 测量结果，研究 BaTiO_3 晶体的相变特征，并判断相变类型。

5、量聚合物聚氯乙稀（PVC）的玻璃化转变温度 T_g ，研究其与增塑剂用量之间的关系。

思考题

1、对差热扫描曲线进行讨论，要求理解各分析数据，说明每一步热效应产生的原因并写出实验报告。

2、改变实验的升温速率，根据得到的曲线计算热焓，看看有什么现象，试解释其原因。

实验 4-1 数字式光学传递函数测量透镜像质评价

通过深入了解光学传递函数的基本理论；了解光学镜头传递函数测量的基本原理；掌握传递函数测量和成像品质评价的近似方法；学习抽样、平均和统计算法。

一、实验原理

傅里叶光学证明了光学成像过程可以近似作为线形空间中的不变系统来处理，从而可以在频域中讨论光学系统的响应特性。任何二维物体都可以分解成一系列 x 方向和 y 方向的不同空间频率(v_x, v_y)简谐函数(物理上表示正弦光栅)的线性叠加：

$$\varphi_0(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(v_x, v_y) \exp[i2\pi(v_x + v_y)y] dv_x dv_y \quad (4-1-1)$$

式中 $\varphi_0 = (v_x, v_y)$ 为 $\varphi_0 = (x, y)$ 的傅里叶谱，它正是物体所包含的空间频率(v_x, v_y)的成分含量，其中低频成分表示缓慢变化的背景和大的物体轮廓，高频成分则表征物体的细节。

当该物体经过光学系统后，各个不同频率的正弦信号发生两个变化：首先是调制度(或反差度)下降，其次是相位发生变化，这一综合过程可表为：

$$\varphi_i(v_x, v_y) = H(v_x, v_y) \times \varphi_0(v_x, v_y) \quad (4-1-2)$$

式中 $\varphi_i(v_x, v_y)$ 表示像的傅里叶谱。 $H(v_x, v_y)$ 称为光学传递函数，是一个复函数，它的模为调制度传递函数(MTF)，相位部分则为相位传递函数(PTF)。显然，当 $H=1$ 时，表示像和物完全一致，即成像过程完全保真，像包含了物的全部信息，没有失真，光学系统成完善像。

由于光波在光学系统孔径光栏上的衍射以及像差(包括设计中的余留像差及加工、装调中的误差)，信息在传递过程中不可避免要出现失真，总的来讲，空间频率越高，传递性能越差。

对像的傅里叶谱 $\varphi_i(v_x, v_y)$ 再作一次逆变换，就得到像的复振幅分布：

$$\psi_i(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(v_x, v_y) \exp[i2\pi(v_x \xi + v_y \eta)] dv_x dv_y \quad (4-1-3)$$

调制度 m 定义为 $m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}$

式中 A_{\max} 和 A_{\min} 分别表示光强的极大值和极小值。光学系统的调制传递函数可表为给定空间频率下像和物的调制度之比

$$MTF(v_x, v_y) = \frac{m_i(v_x, v_y)}{m_o(v_x, v_y)} \quad (4-1-4)$$

除零级频以外，MTF 的值永远小于 1。 $MTF(v_x, v_y)$ 表示在传递过程中调制度的变化，一般说 MTF 越高，系统的像越清晰。平时所说的光学传递函数往往是指调制度传递函数 MTF。

在生产检验中，为了提高效率，通常采用如下近似处理：

- (1) 使用某几个甚至某一个空间频率 v_0 下的 MTF 来评价像质。
- (2) 由于正弦光栅较难制作，常常用矩形光栅作为目标物。

本实验用 CCD 对矩形光栅的像进行抽样处理，测定像的归一化的调制度，并观察离焦对 MTF 的影响。该装置实际上是数字式 MTF 仪的模型。

一个给定空间频率下的满幅调制(调制度 $m=1$)的矩形光栅目标物如图 1 所示。如果光学系统生成完善像，则抽样的结果只有 0 和 1 两个数据，像仍为矩形光栅。在软件中对像进行抽样统计，其直方图为一对 δ 函数，位于 0 和 1。见图 2(a)和 2(b)

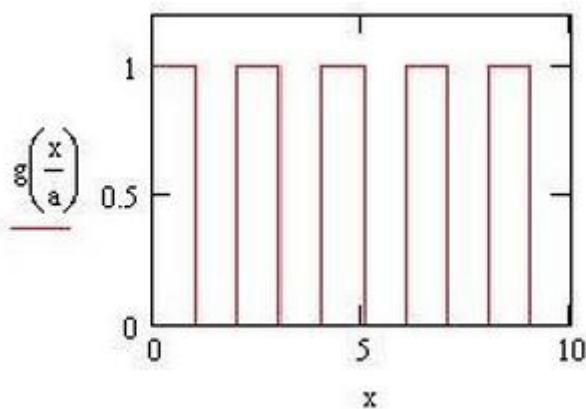


图 1 满幅调制(调制度 $m=1$)的矩形光栅目标函数

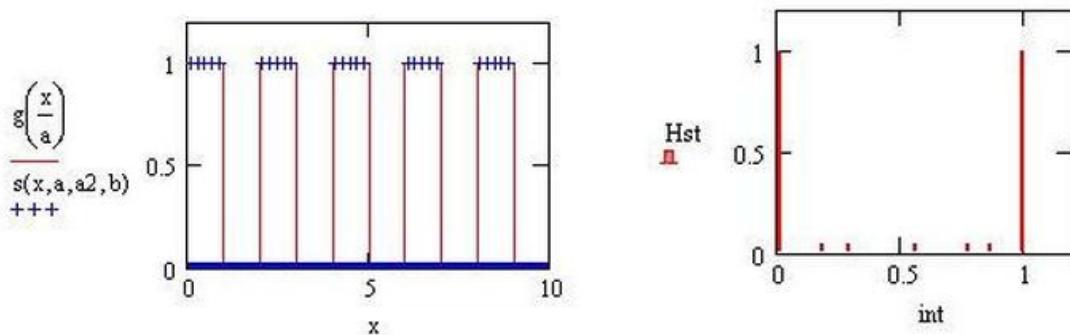


图 2, (a)矩形光栅的完善像进行抽样（样点用”+”表示）(b)直方图统计

如上所述，由于衍射及光学系统像差的共同效应，实际光学系统的像不再是矩形光栅，如图 3(a)所示，波形的最大值 A_{max} 和最小值 A_{min} 的差代表像的调制度。对图 3(a)所示图形实施抽样处理，其直方图见图 3(b)。找出直方图高端的极大值 mH 和低端极大值 mL ，它们的差 $mH - mL$ 近似代表在该空间频率下的调制传递函数 MTF 的值。为了比较全面地评价像质，不但要测量出高、中、低不同频率下的 MTF，从而大体给出 MTF 曲线，还应测定不同视场下的 MTF 曲线。

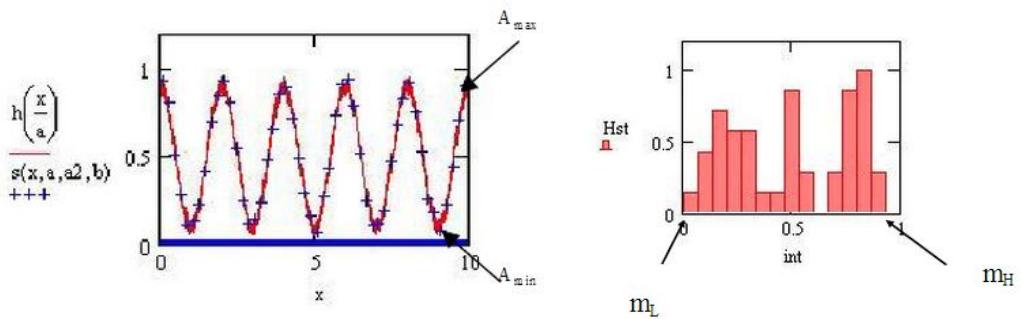


图 3, (a)对矩形光栅的不完善像进行抽样(样点用“+”表示), (b)直方统计图

二、实验仪器及配置

光源、光阑、准直透镜、目标板、测试透镜、CCD 相机、图像采集卡等。

三、实验步骤

1、根据如下光路图, 调整光路。

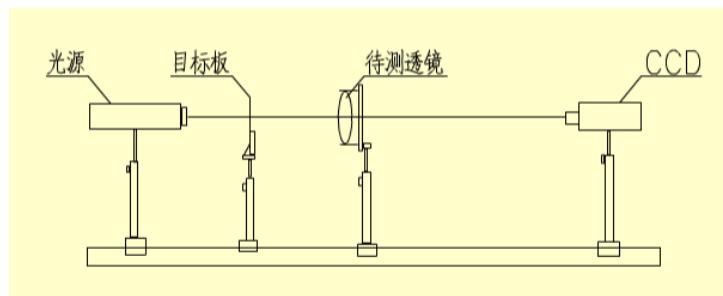


图 4 传递函数实验光路图

2、打开光源、启动计算机软件。

3、调节各光学元件的中心高度, 使之同轴。波形发生器 (目标板) 可使用不同空间频率的条纹单元, 在屏幕中得到相对清晰的放大的像, 每个单元由水平条纹、竖直条纹、全黑 4 个部分组成。

4、点击软件窗口左侧的“局部存储”按钮, 出现一红色方框, 方框取默认尺寸, 双击保存到 Macd 文件夹中, 起好文件名。

5、运行“C/I 型传函数/I 型传函数实验/USB 软件锁版本/Mcad/MTF-new.MCD”文件。

6、将先前保存在 Mcad 文件夹中的水平, 竖直, 白, 黑的 4 个文件名分别粘贴在 MTF-new.MCD 文件相应位置的引号内, 默认文件右边 M、N 的尺寸为 101; 该程序会将自动处理, 并在最后给出水平方向和竖直方向的图文并茂的处理过程和最后的 MTF 值。

7、重复步骤 2-5, 打印粗、细条纹两份实验结果。

四、思考题

1、简析造成最后的 MTF 值较小的原因?

2、为提高实验准确度, 在调整光路时应该注意那些事项?

4-2 自组干涉仪观察干涉现象

通过利用相关光学元器件，自组迈克尔逊干涉、萨格奈特干涉、马赫-增德干涉实验光路；了解并区别迈克尔逊干涉、萨格奈特干涉和马赫-增德干涉实验现象及原理

一、实验原理

1) 迈克尔逊干涉

本仪器是用分裂振幅的方法产生双光束干涉以实现光的干涉。从激光器出射的光束经过准直扩束器系统，形成一束宽度合适的平行光束。这束平行光射入分光棱镜之后分为两束。一束由分光棱镜反射后到达发射镜，经反射后透过分光棱镜，形成出射光束，这是第一光束；另一束透过分光棱镜，到达反射镜，经过反射后再次到达分光棱镜，形成反射光束，这是第二束光。在分光棱镜前方两束光的重叠区域放上 CCD。

干涉原理，如有图 1 所示，其中 S 为单色点源， M_1 、 M_2 为互相垂直放置的平面反射镜。 BS 为分束镜，放在 M_1M_2 法线的交点上，并分别与 M_1 、 M_2 成 45° 角。光源 S 发出球面波经 BS 的镀膜层分为两束光。这两束光分别经 M_1 、 M_2 反射又回到 BS，在 BS 上透过和反射的这两束光在 BS 的右侧空间形成一非定域的干涉场。屏幕放在干涉场中垂直于光束方向，在屏幕上可以看到干涉条纹。 M_2' 与 M_1 平行时（及 M_2 与 M_1 相互垂直），产生圆形干涉条纹，当 M_2' 与 M_1 之间有一定小的倾角时，屏幕上的干涉条纹不再是圆形的封闭曲线，而变成弯线或是接近直线（实际上是双曲线或椭圆的一部分）。

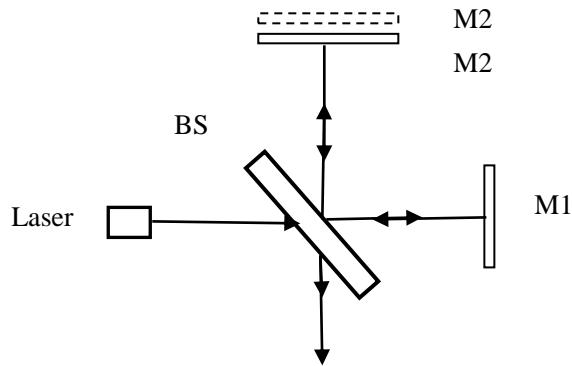


图 1 迈克尔逊干涉

圆心条纹中心处的光强取决于 M_1M_2 相对的距离 d ，即：

$$I = A + B \cos(2\pi d / \lambda) \quad (4-2-1)$$

其中 A 为背景光强， B 为条纹的条制度。当 $d = k\lambda$ 时，(k 为整数)，中心出现亮点；当 $d = (k + 1/2)\lambda$ 时，中心出现暗点。圆形条纹的粗细和疏密程度与 d 有关。当 d 减小时，圆条纹显得疏而粗；当 d 增大时，条纹变得细而密。

2) 萨格奈特干涉

由一块分光透镜和三块全反射镜组成，四面的中心光路构成一个平行四边形，如图 2 所示。从激光器出射的光束经过准直扩束系统，形成一束宽度合适的平行光。这束平行光射入分光棱镜之后分为两束，一束由分光棱镜反射后达到反射镜，经过三个反射镜三次反射，形成出射光；第二束光通过分光棱镜，也是经过三个反射镜反射后射出。这

两束光的路径相反，但是出射时几乎同向。在分束镜前方两束光的重叠区域放上观察屏。若两束光严格平行，则在屏幕上不出现干涉条纹；若两束光在水平方向有一个交角，那么在屏幕的竖直方向出现干涉条纹，而且两束光交角越大，干涉条纹越密。

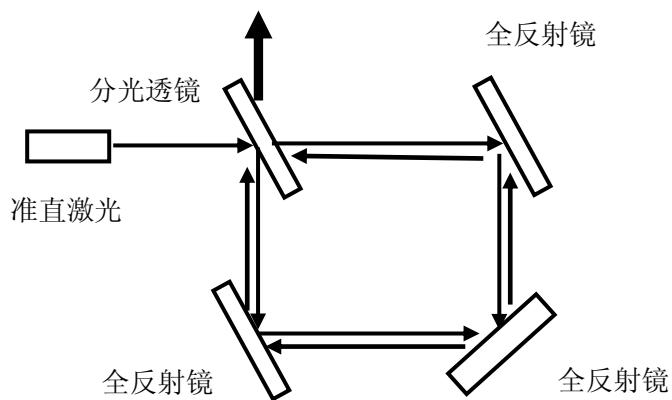


图 2 萨格奈特干涉

3) 马赫-增德干涉

由两块分光棱镜和两块全反射镜组成，四个反射面接近互相平行，中心光路构成一个平行四边形。从激光器中出射的光束经过准直扩束系统，形成一束宽度合适的平行光束。这束平行光射入分光棱镜之后分为两束。一束由分光棱镜反射后到达反射镜，经过其再次反射并透过一个分光棱镜之后分为两束光；另一束透过分光棱镜，经过反射镜及分束镜两次反射后射出。在最后一块分光棱镜前方两束光的重叠区域放上屏 P。若两束光严格平行，则在屏幕上不出现干涉条纹；若两束光在水平方向有一个交角，那么在屏幕的竖直方向出现干涉条纹，而且两束光交角越大，干涉条纹越密。

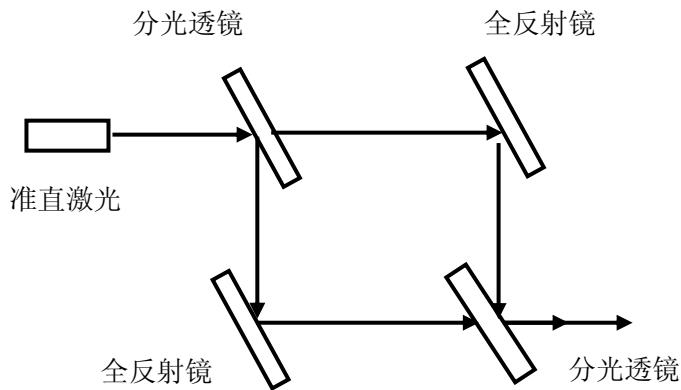


图 3 马赫-增德干涉

二、实验步骤：

1. 按实验原理图找出相关实验器材，并将所需透镜、反光镜的镜心调制光路中所需的适当高度。
2. 按实验原理图将相关的实验器材按图中所示摆在相应的位置，在成像位置观察

两光斑是否重合，若不重合，微调反光镜或透镜使之重合。（注意：成像位置可以设置的稍微远一点儿，以便于观察两光斑是否更好的重合。如果两光斑重合之后并未出现干涉条纹，可以将反光镜前后左右轻微的移动，观察重合的光斑是否有干涉条纹的出现。）

3. 调出较清晰的干涉条纹后，打开计算机上的CDD相机
4. 每种干涉分别拍三幅较清晰的图片，打印出来附在实验报告的后面。
5. 实验结束后，关闭计算机，整理实验器材。

思考题

1. 分析、总结干涉实验系统的搭建技巧。
2. 这三种干涉系统中，干涉条纹的粗细与什么因素有关，请分析。
3. 对于迈克尔逊干涉系统，使用平行光与点光源生成的干涉条纹有什么区别？
4. 迈克尔逊干涉仪中，改变两个反射镜的距离差，会引起干涉图样的变化，那么这个距离差是否可以任意调节？为什么？

实验 4-3 半导体泵浦固体激光器综合实验

半导体泵浦固体激光器(Diode-Pumped solid-state Laser, DPL)，是以激光二极管(LD)代替闪光灯泵浦固体激光介质的固体激光器，具有效率高、体积小、寿命长等一系列优点，在光通信、激光雷达、激光医学、激光加工等方面有巨大应用前景，是未来固体激光器的发展方向。本实验的目的是熟悉半导体泵浦固体激光器的基本原理和调试技术，以及调 Q 和倍频的原理和技术。

一、实验原理

(一)、几个基本概念

(1) 受激吸收：处在低能级 E₁ 的原子受到等于 E₂-E₁ 的外来能量时，吸收这一能量跃迁到高能级的过程。

(2) 自发辐射：处在高能级 (E₂) 的原子，即使没有任何外界的激励，总是自发地跃迁到低能级 (E₁)，并且发射一个频率为 ν ，能量为 E₂-E₁ 的光子的过程。

(3) 受激辐射：处在高能级上 (E₂) 的原子，受到能量恰为 E₂-E₁ 的外来光子的激励（或诱发，或刺激）从而跃迁到低能级 E₁，并发射一个与外来光子“一模一样”的光子的过程。受激辐射的光子与外来光子频率相同、相位相同、偏振方向和传播方向相同。受激辐射产生的光子与入射光子是完全相干的，受激辐射中，光子成倍增长，产生了光放大。

(4) 粒子数反转：激光是受激辐射的光放大，但实际中还存在自发辐射和吸收，为了有效地产生激光，要改变粒子数在各能级上的分布状态，使高能级的粒子数多于低能级的分布，形成粒子数反转分布的状态。

(二)、半导体激光泵浦固体激光器工作原理

1、端面耦合方式

上世纪 80 年代起，生长半导体激光器 (LD) 技术得到了蓬勃发展，使得 LD 的功率和效率有了极大的提高，也极大地促进了 DPSL 技术的发展。与闪光灯泵浦的固体激光器相比，DPSL 的效率大大提高，体积大大减小。在使用中，由于泵浦源 LD 的光束发散角较大，为使其聚焦在增益介质上，必须对泵浦光束进行光束变换（耦合）。泵浦耦合方式主要有端面泵浦和侧面泵浦两种，其中端面泵浦方式适用于中小功率固体激光器，具有体积小、结构简单、空间模式匹配好等优点。侧面泵浦方式主要应用于大功率激光器。本实验采用端面泵浦方式。端面泵浦耦合通常有直接耦合和间接耦合两种方式。

(1) 直接耦合：将半导体激光器的发光面紧贴增益介质，使泵浦光束在尚未发散开之前便被增益介质吸收，泵浦源和增益介质之间无光学系统，这种耦合方式称为直接耦合方式。直接耦合方式结构紧凑，但是在实际应用中较难实现，并且容易对 LD 造成损伤。

(2) 间接耦合：指先将 LD 输出的光束进行准直、整形，再进行端面泵浦。常见的方法有：

组合透镜系统聚光：用球面透镜组合或者柱面透镜组合进行耦合。

自聚焦透镜耦合：由自聚焦透镜取代组合透镜进行耦合，优点是结构简单，准直光斑的大小取决于自聚焦透镜的数值孔径。

光纤耦合：指用带尾纤输出的 LD 进行泵浦耦合。优点是结构灵活。

本实验先用光纤柱透镜对半导体激光器进行快轴准直，压缩发散角，然后采用组合透镜对泵浦光束进行整形变换，各透镜表面均镀对泵浦光的增透膜，耦合效率高。本实验的压缩和耦合如图 4-3-2 所示。

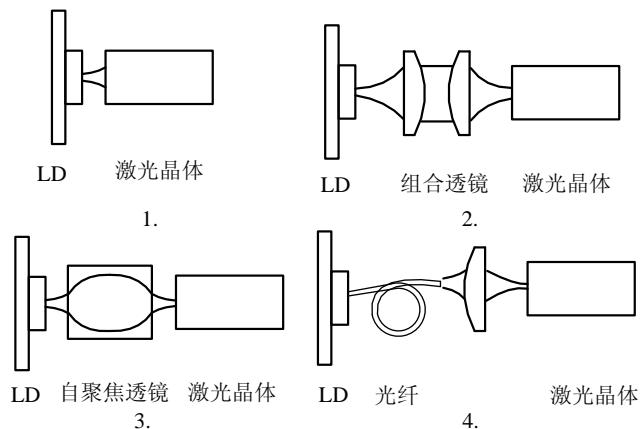


图 4-3-1 半导体激光泵浦固体激光器的常用耦合方式

1.直接耦合 2.组合透镜耦合 3.自聚焦透镜耦合 4.光纤耦合

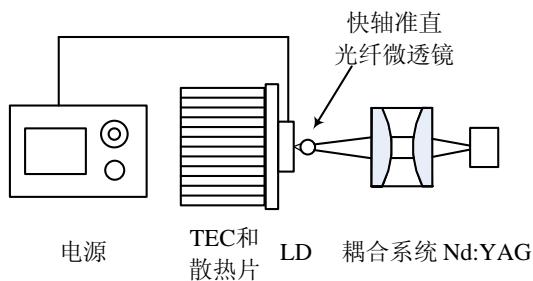


图 4-3-2 本实验 LD 光束快轴压缩耦合泵浦简图

2、激光晶体：

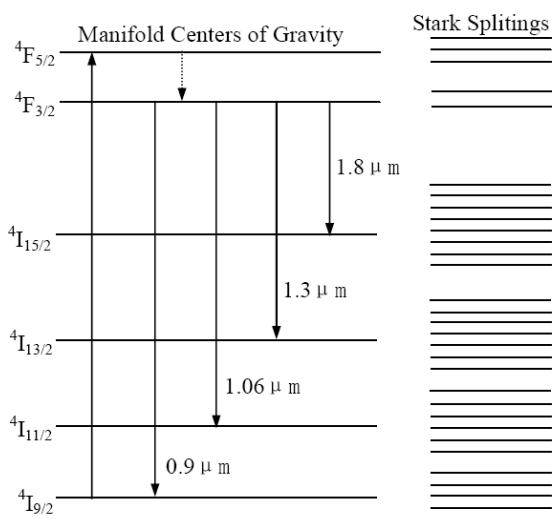


图 4-3-3 Nd 离子的能级结构

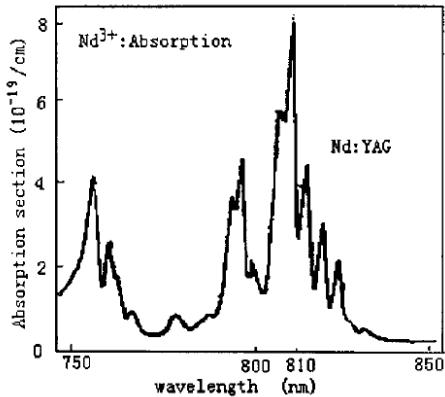


图 4-3-4 Nd:YAG 晶体中 Nd³⁺吸收光谱图

激光晶体是影响 DPL 激光器性能的重要器件。为了获得高效率的激光输出，在一定运转方式下选择合适的激光晶体是非常重要的。目前已经有上百种晶体作为增益介质实现了连续波和脉冲激光运转，以钕离子（Nd³⁺）作为激活粒子的钕激光器是使用最广泛的激光器。其中，以 Nd³⁺离子部分取代 Y₃Al₅O₁₂ 晶体中 Y³⁺离子的掺钕钇铝石榴石（Nd:YAG），由于具有量子效率高、受激辐射截面大、光学质量好、热导率高、容易生长等的优点，成为目前应用最广泛的 LD 泵浦的理想激光晶体之一。图 4-3-3 为 Nd 离子的能级结构。Nd:YAG 晶体的吸收光谱如图 4-3-4 所示。

从 Nd:YAG 的吸收光谱图我们可以看出，Nd:YAG 在 807.5nm 处有一强吸收峰。我们如果选择波长与之匹配的 LD 作为泵浦源，就可获得高的输出功率和泵浦效率，这时我们称实现了光谱匹配。但是，LD 的输出激光波长受温度的影响，温度变化时，输出激光波长会产生漂移，输出功率也会发生变化。因此，为了获得稳定的波长，需采用具备精确控温的 LD 电源，并把 LD 的温度设置好，使 LD 工作时的波长与 Nd:YAG 的吸收峰匹配。另外，在实际的激光器设计中，除了吸收波长和出射波长外，选择激光晶体时还需要考虑掺杂浓度、上能级寿命、热导率、发射截面、吸收截面、吸收带宽等多种因素。

3、端面泵浦固体激光器的模式匹配技术

图是典型的平凹腔型结构图。激光晶体的一面镀泵浦光增透和输出激光全反膜，并作为输入镜，镀输出激光一定透过率的凹面镜作为输出镜。这种平凹腔容易形成稳定的输出模，同时具有高的光光转换效率，但在设计时必须考虑到模式匹配问题。

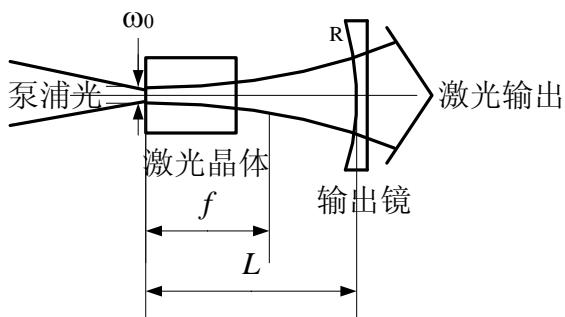


图 4-3-5 端面泵浦的激光谐振腔形式

如图所示，则平凹腔中的 g 参数表示为：

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} = 1, \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$$

根据腔的稳定性条件， $0 < g_1 g_2 < 1$ 时腔为稳定腔。故当 $L < R_2$ 时腔稳定。

同时容易算出其束腰位置在晶体的输入平面上，该处的光斑尺寸为：

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{[L(R_2 - L)]^{\frac{1}{2}} \lambda}{\pi}}$$

本实验中， R_1 为平面， $R_2=200\text{mm}$ ， $L=80\text{mm}$ 。由此可以算出 ω_0 的大小。

所以，泵浦光在激光晶体输入面上的光斑半径应该 $\leq \omega_0$ ，这样可使泵浦光与基模振荡模式匹配，在容易获得基模输出。

4、半导体激光泵浦固体激光器的被动调 Q 技术

目前常用的调 Q 方法有电光调 Q、声光调 Q 和被动式可饱和吸收调 Q。本实验采用的 Cr4+:YAG 是可饱和吸收调 Q 的一种，它结构简单，使用方便，无电磁干扰，可获得峰值功率大、脉宽小的巨脉冲。

Cr4+:YAG 被动调 Q 的工作原理是：当 Cr4+:YAG 被放置在激光谐振腔内时，它的透过率会随着腔内的光强而改变。在激光振荡的初始阶段，Cr4+:YAG 的透过率较低（初始透过率），随着泵浦作用增益介质的反转粒子数不断增加，当谐振腔增益等于谐振腔损耗时，反转粒子数达到最大值，此时可饱和吸收体的透过率仍为初始值。随着泵浦的进一步作用，腔内光子数不断增加，可饱和吸收体的透过率也逐渐变大，并最终达到饱和。此时，Cr4+:YAG 的透过率突然增大，光子数密度迅速增加，激光振荡形成。腔内光子数密度达到最大值时，激光为最大输出，此后，由于反转粒子的减少，光子数密度也开始减低，则可饱和吸收体 Cr4+:YAG 的透过率也开始减低。当光子数密度降到初始值时，Cr4+:YAG 的透过率也恢复到初始值，调 Q 脉冲结束。

5、半导体激光泵浦固体激光器的倍频技术

光波电磁场与非磁性透明电介质相互作用时，光波电场会出现极化现象。当强光激光产生后，由此产生的介质极化已不再是与场强呈线性关系，而是明显的表现出二次及更高次的非线性效应。倍频现象就是二次非线性效应的一种特例。本实验中的倍频就是通过倍频晶体实现对 Nd:YAG 输出的 1064nm 红外激光倍频成 532nm 绿光。

常用的倍频晶体有 KTP、KDP、LBO、BBO 和 LN 等。其中，KTP 晶体在 1064nm 光附近有高的有效非线性系数，导热性良好，非常适合用于 YAG 激光的倍频。KTP 晶体属于负双轴晶体，对它的相位匹配及有效非线性系数的计算，已有大量的理论研究，通过 KTP 的色散方程，人们计算出其最佳相位匹配角为：

$\theta = 90^\circ$, $\varphi = 23.3^\circ$, 对应的有效非线性系数 $d_{\text{eff}} = 7.36 \times 10^{-12} \text{ V/m}$ 。

倍频技术通常有腔内倍频和腔外倍频两种。腔内倍频是指将倍频晶体放置在激光谐振腔之内，由于腔内具有较高的功率密度，因此较适合于连续运转的固体激光器。腔外倍频方式指将倍频晶体放置在激光谐振腔之外的倍频技术，较适合于脉冲运转的固体激光器。

二 实验内容与要求

1、LD 安装和系统准直

(1) 将 LD 电源接通。通过上转换片观察 LD 出射光近场和远场的光斑。测量 LD 经快轴压缩后的阈值电流和输出特性曲线。

(2) 将耦合系统、激光晶体、输出镜、Q 开关、准直器等各元器件安装在调整架和滑块上；

(3) 将准直器安装在导轨上，利用直尺将其调整成光束水平出射，中心高度 50mm，水平并且水平入射在激光晶体中心位置；

(4) 通过调整架旋钮微调耦合系统的倾斜和俯仰，使晶体反射光位于准直器中心，并且准直光通过晶体后仍垂直进入 LD；

(5) 通过调整架旋钮微调 Nd:YAG 晶体的倾斜和俯仰，重复上一步的调节步骤。

(6) 在准直器前安装 T1 输出镜，调整旋钮使输出镜的反射光点位于准直器中心。

2、半导体泵浦固体激光器实验

实验装置图

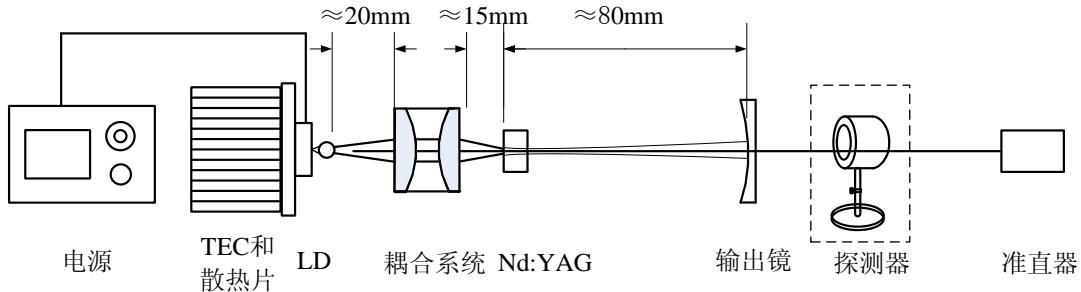


图 4-3-6 半导体泵浦固体激光器实验装置图

(1) 在准直器前安装 T1 输出镜，调整旋钮使输出镜的反射光点位于准直器中心。根据实验装置图设置其与晶体之间的距离。打开 LD 电源，缓慢调节工作电流到 1.0A。微调输出镜倾斜和俯仰使系统出光，然后微调激光晶体、耦合系统，使激光输出得到最大值。

(2) 将 LD 电流调到最小，然后从小到大渐渐增大 LD 电流，从产生激光的阈值电流开始，每隔 0.1A 测量一组激光器系统输出功率。结合 LD 的功率-电流关系，在实验报告上绘出激光输出功率-泵浦功率曲线。

(3) 更换为 T2 输出耦合镜，重复以上的步骤，测试不同 LD 电流下的激光输出功

率。

(4) 根据实验数据和曲线, 计算两种耦合输出下的激光斜效率和光-光转换效率, 并作简要分析。

3、半导体泵浦固体激光器调 Q 实验

实验装置图

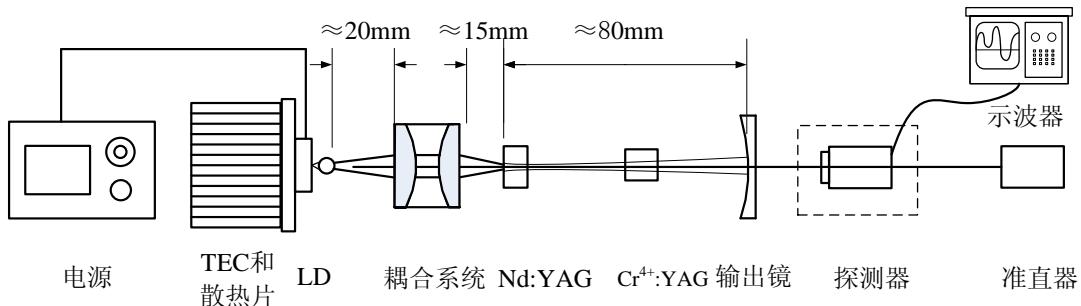


图 4-3-7 调 Q 实验装置图

安装 Cr⁴⁺:YAG 晶体, 在准直器前准直后放入谐振腔内。LD 电流调到 1.7A, 观察输出的平均功率, 微调调整架, 使激光输出平均功率最大; 降低 LD 电流到零。然后从小到大缓慢增加, 测量 1.7A、2.0A、2.3A 时输出脉冲的平均功率; 安装探测器, 取三个不同的 LD 工作电流 (1.7A、2.0A、2.3A), 分别测量输出脉冲的脉宽、重频; 计算不同功率下的峰值功率, 对不同功率下的输出脉冲进行对比, 并作简要分析。

4、半导体泵浦固体激光器倍频实验

实验装置图

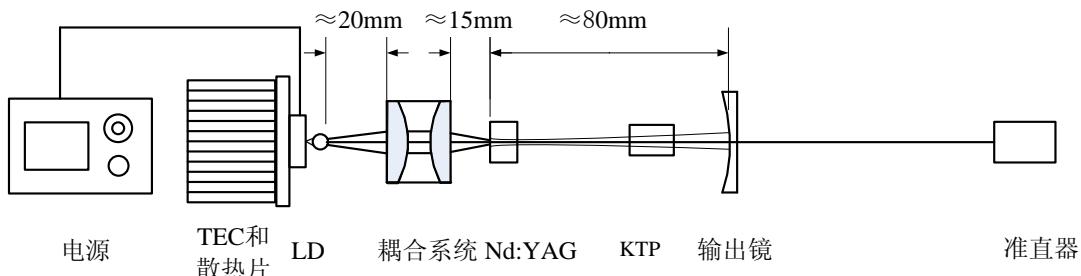


图 8 倍频实验装置图

(1) 将输出镜换为对绿光 532nm 高透及对红外 1064nm 高反的的输出镜, 微调调整架使其反射光点在准直器中心。打开 LD 电源, 取工作电流 1.7A, 微调输出镜、激光晶体、耦合系统的旋钮, 使输出激光功率最大。

(2) 安装 KTP 晶体 (或 LBO), 在准直器前准直后放入谐振腔内, 倍频晶体尽量靠近激光晶体。调节调整架, 使得输出绿光功率最亮; 然后旋转 KTP 晶体 (或 LBO), 观察旋转过程中绿光输出有何变化;

三 半导体泵浦固体激光器注意事项:

1、半导体激光器 (LD) 对环境有较高要求, 因此本实验系统需放置于洁净实验室内。保持各种仪器的清洁, 不要用手触摸镜片、晶体、准直聚焦系统, 实验完成后, 应及时盖上仪器罩, 以免 LD 沾染灰尘。

2、LD 对静电非常敏感。所以严禁随意拆装 LD 和用手直接触摸 LD 外壳。不要自行拆装 LD 电源。电源如果出现问题，请与产家联系。同时，LD 电源的控制温度已经设定，对应于 LD 的最佳泵浦波长，请不要自行更改。

3、在增长 LD 电流时，不要快速旋转旋钮，旋转速度要缓慢，在降低电流时，同样要遵守此原则。

4、关仪器时，应先把电流降至最小，先关钥匙，然后是面板电源，最后关仪器背面的总电源。

5、LD、耦合系统、激光晶体，两两滑块之间距离大约为 25mm、17-19mm，经调整好以后最好不要随意变动，以免影响实验使用。

6、准直好光路后需用遮挡物（如功率计或硬纸片）挡住准直器，避免准直器被输出的红外激光打坏。

7、调节各光具座时，动作要轻、慢。

8、根据功率输出情况，功率计要选择合适的量程。

9、实验过程避免双眼直视激光光路。人眼不要与光路处与同一高度，带上激光防护镜操作。

思考题：

1. 什么是半导体泵浦固体激光器中的光谱匹配和模式匹配？
2. 可饱和吸收调 Q 中的激光脉宽、重复频率随泵浦功率如何变化？为什么？
3. 把倍频晶体放在激光谐振腔内对提高倍频效率有何好处？

实验 4-4 机器视觉创新综合实验

一、介绍：

机器视觉系统的特点是提高生产的自动化程度。在一些不适合人工作的危险环境下或者人工视觉难以满足要求的场合，常用机器视觉来替代人工视觉；同时在大批量生产过程中，人工视觉检测产品效率低且精度不高，用机器视觉检测方法可以大大提高生产效率和自动化程度。在现代化生产中，人们广泛的将机器视觉系统广泛地用于工况监测、成品检验和质量控制等领域。本实验模拟机器视觉系统在生产实践中的多种应用，深化同学对机器视觉系统的认识。

本实验所涉及内容包括：光电检测、信息光学、数字图像处理

二、实验原理

1. 机器视觉系统的基本构成及工作原理：

一个典型的工业机器视觉系统包括：光源、镜头、相机（包括 [CCD 相机](#) 和 COMS 相机）、图像处理单元（或图像捕获卡）、[图像处理软件](#)、监视器、通讯 / 输入输出单元等。

(1) 照明系统

照明是影响机器视觉系统输入的重要因素，它直接影响输入数据的质量和应用效果。由于没有通用的机器视觉照明设备，所以针对每个特定的应用实例，要选择相应的照明装置，以达到最佳效果。

(2) 图像传感系统

机器视觉的图像传感器一般包括三个部分：镜头，摄像机，图形采集卡。一般来说，图像传感器实施对景物图像的采集；图形采集卡承担着对摄像机所采集图像的前置处理任务，是图像传感器与主处理器之间的链接“桥梁”。

(3) 图像处理系统

机器视觉系统的图像处理系统软件主要包括计算机操作系统及其应用软件、图像处理算法软件、控制软件等。其中，图像处理算法软件是机器视觉系统中最为关键的软件，因为它反映出对不同被测对象图像特征检测的核心思想（数学模型）。实际上图像处理算法的涉及范围十分广阔，根据应用目的的不同，可包括摄像机标定算法、图像输入处理、图像滤波、边缘检测、特征提取、图像匹配、深度识别。

2. 图像采集设备的研究

(1) 远心光路

远心光路就是孔径光阑位于光学系统焦点处的光路。

在测量仪器中，远心光路的作用是非常明显的，因为它大大降低了因系统离焦而引起的测量误差。远心光路中按照光阑位置的不同，又分为物方远心光路和像方远心光路，光阑在像方焦点处的为物方远心光路，光阑在物方焦点处的为像方远心光路。

在图 4-4-1 中，光阑在物镜上，为非远心光路。按照测量要求，被测物 AB 的像 A' B' 应与分划板 MN 重合。但在实际测量中往往因调试误差而产生离焦，物面位置实际位于 A₁B₁ 处，它的像与 MN 不重合，在 MN 上的投影为 CD，这样就导致了测量误差。

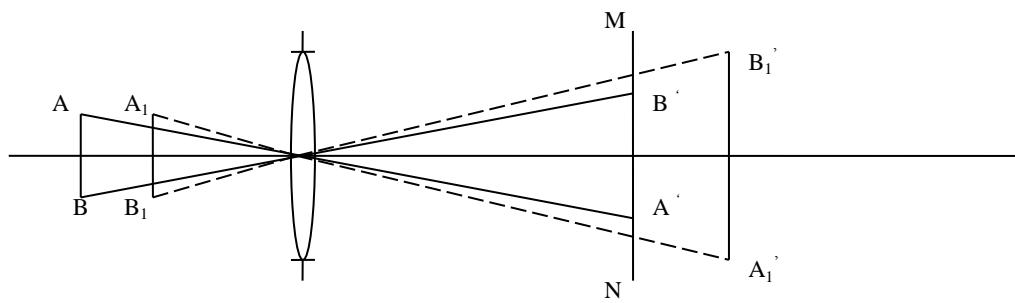


图 4-4-1 非远心光路

在图 74-4-2 中，在像方焦点上加上孔径光阑，成为物方远心光路。由于调焦不准，物面由 AB 移动至 A_1B_1 ，同时像面也由 $A'B'$ 移动至 $A'_1B'_1$ 处，但由于是远心光路，主光线平行于光轴，出射主光线通过焦点，主光线方向没有任何改变， A_1B_1 的像 $A'_1B'_1$ 在分划板上的投影仍为 $A'B'$ ，因此没有引起测量误差。当然，由于离焦，像在分划板上的投影有一些弥散，但投影中心没有变化，虽然也会造成判读误差，但是相比投影误差会小得多。

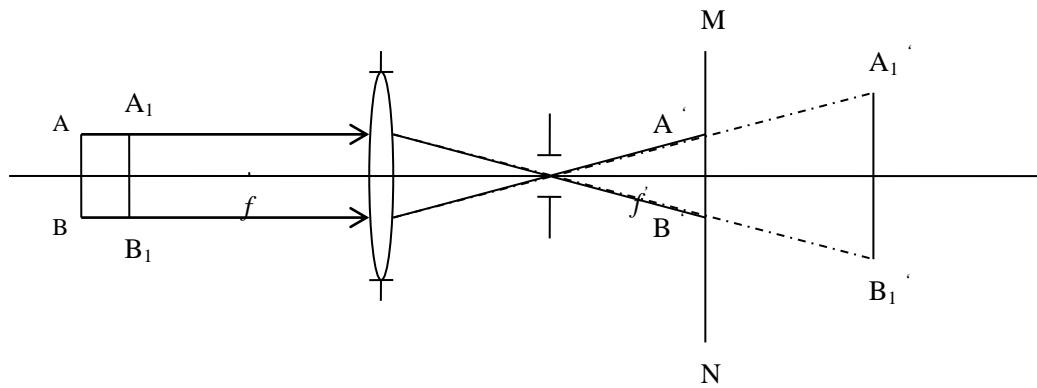


图 4-4-2 物方远心光路

在图 4-4-3 中，把光阑放在物镜的前焦面处。由于轴外主光线在像方是平行的，即使调焦有误差，其主光线在分划板上的位置也没有变化，读数还是相同的。

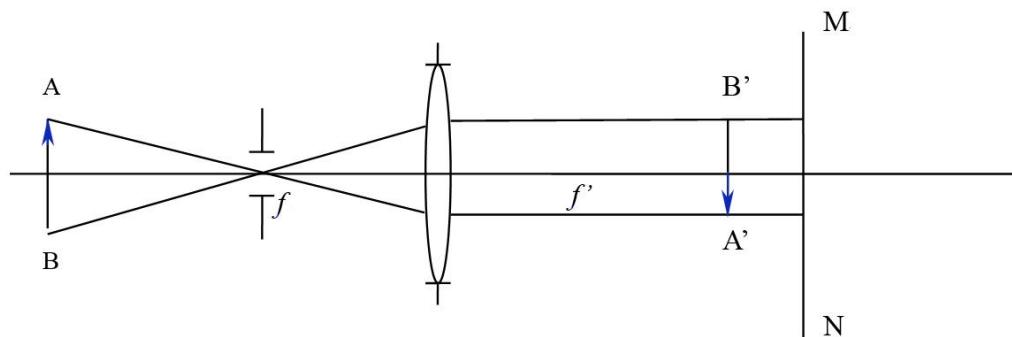


图 4-4-3 像方远心光路

综上所述，因主光线平行于光轴，造成的结果是物体前后移动时，在像面上的像点只会模糊而位置中心不变。

(2) 景深

在实际测量中，被测物都是有一定空间深度的，也就是说，需要将一定深度范围的物空间成像在一个平面上。

物空间所成的像，在像平面上除了与其共轭的物平面的像之外，同时还映出了位于共轭物平面前后的空间点的像，这些非共轭点在像平面上所成的像不再是点像，而是一些相应光束的截面—弥散斑。这些弥散斑尺寸足够小时，可以将其等效地视为空间物点的共轭像，并认为所成的由弥散斑组成的像是清晰的。

能在像平面上获得清晰像的空间深度称为景深。

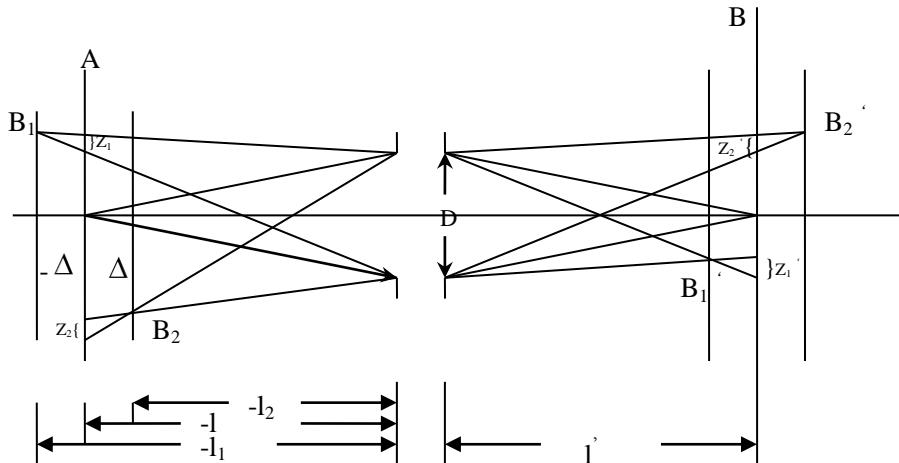


图 4-4-4

如图 4-4-4 所示，因为理想像面 B 上的弥散斑 Z'_1 和 Z'_2 分别与物空间对准面 A 上的弥散斑 Z_1Z_2 相共轭，则有，

$$Z'_1 = |\beta|Z_1, \quad Z'_2 = |\beta|Z_2, \quad (4-4-1)$$

(4-4-1) 式中， β 是共轭面 A' 和 A 的垂轴放大率。

由图中相似三角形得

$$\frac{Z_1}{D} = \frac{l_1 - l}{l_1}, \quad \frac{Z_2}{D} = \frac{l - l_2}{l_2}, \quad (4-4-2)$$

于是有

$$l_1 = \frac{Dl}{D - Z_1}, \quad (4-4-3)$$

$$l_2 = \frac{Dl}{D + Z_2}, \quad (4-4-4)$$

设 $Z_2 = Z_1 = Z$, $Z'_2 = Z'_1 = Z'$, $Z = \frac{Z'}{|\beta|}$ 代入 (4-4-3)、(4-4-4) 式，

$$\text{可得 } l_1 = \frac{Dl|\beta|}{D|\beta| - Z'}, \quad l_2 = \frac{Dl|\beta|}{D|\beta| + Z'},$$

$$\text{景深 } \Delta = l_2 - l_1 = -\frac{2Dl|\beta|Z'}{D^2\beta^2 - Z'^2}.$$

综上所述，景深与光瞳（光圈）口径 D ，对准距离 l ，垂轴放大率 β ，允许弥散斑

直径 Z' 等诸多因素有关。当 l 、 β 、 Z' 固定时，景深 Δ 随光瞳（孔径光阑）口径 D 的加大而减小。远心光路的孔径光阑一般不大，且由于主光线的特性使得系统在一定离焦范围内成像倍率不变，所以其景深比非远心光路要大。

(3) 畸变

在理想光学系统中，一对共轭的物像平面上，放大率是常数。但是对于实际光学系统只有视场较小时有这个性质。当视场较大或很大时，像的放大率随视场而异，这就使像相对于物会失去相似性。这种使像变形的成像缺陷称为畸变。

设某一视场实际放大率为 $\bar{\beta}$ ，它与理想放大率 β 之差 $\bar{\beta}-\beta$ 与 β 之比的百分数就作为该视场的畸变，以 q 表示，

$$\text{即 } q = \frac{\bar{\beta} - \beta}{\beta} \times 100\% ,$$

式中 β 为像高与物高之比，设 y_p' 为实际像高， y_o' 为理想像高。

$$\text{则 } \beta = \frac{y_o'}{y}, \bar{\beta} = \frac{y_p'}{y}, \text{ 因此 } q = \frac{y_p' / y - y_o' / y}{y_o' / y} \times 100\% = \frac{y_p' - y_o'}{y_o'} \times 100\% .$$

三、实验内容及步骤

本实验的内容包括让用户通过实验对远心镜头有个实践上的认识，并对远心镜头的重要参数景深和畸变进行测量。实验步骤如下：

1. 远心镜头景深测量

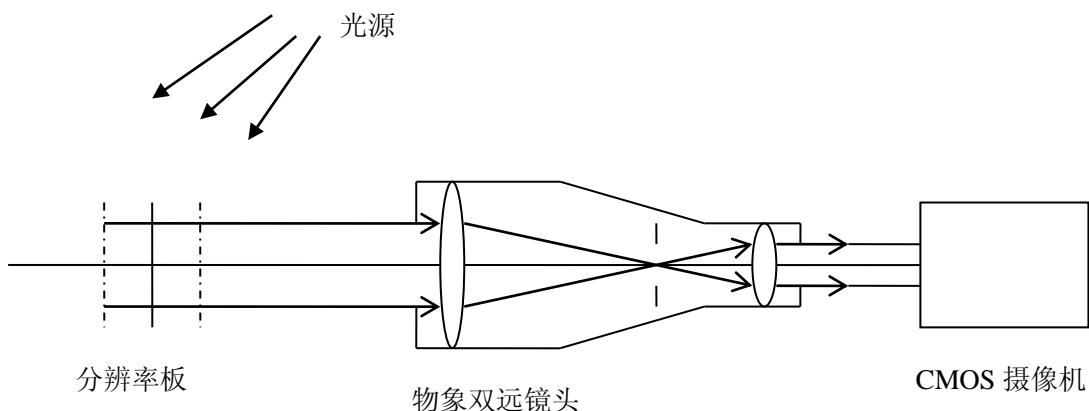


图 4-4-5 景深测量光路图

- (1) 按照图 4-4-5 建好实验光路，并将各部件的光轴调至同轴等高。
- (2) 将 CMOS 摄像机拧上镜头，USB 插头连接上计算机。在计算机上打开该摄像机（如果计算机事先没有安装驱动程序，需用光盘安装相应的 CMOS 摄像机的驱动程序）。
- (3) 将分辨率板数字朝上，正面（刻字面）面对镜头，稳定的置于干板架上，不得遮挡刻有条纹和数字的有效区域，调整干板架支杆的高度，使图形区的中心与镜头中心等高。
- (4) 在计算机上观察分辨率板的成像是否正立，旋转镜头使屏幕上成像正立，微调干板架支杆高度使分辨率板的像位于窗口正中央。

(5) 将分辨率板与镜头第一光学面的距离调整至 GC0-2301 镜头 Re 设计值，并微调一维平移台使成像清晰。

(6) 使分辨率板滑块远离镜头，观察显示屏上的图像，直至图像出现明显模糊现象，记下此时分辨率板滑块在光学导轨上的位置。再使分辨率板滑块靠近镜头，直至图像再次出现明显模糊现象，记下此时分辨率板滑块在光学导轨上的位置（本实验所使用的镜头，这两个位置的距离约为 70mm）。

(7) 利用分辨率板滑块在光学导轨上的读数粗调分辨率板到镜头第一光学面的距离，利用一维平移台微调这个距离。使分辨率板在步骤（3）所得出的成像区间中每 2mm 成像一次，点击‘单帧采集’并保存每次成像的图像。由于一维平移台的调整范围有限，所以采用粗调微调结合的方式来使位移的变化能够覆盖 0-70mm 范围。

(8) 读取上一步中所得到的各组数据，作出分辨率-物距曲线。

(9) 本实验以分辨率在 121p/mm 及其以上，为可接受的分辨率，由此得到成像清晰的物距范围，最大物距和最小物距的差值即为景深。

(10) 将远心镜头替换为非远心镜头，重复上述实验步骤，测得非远心镜头的景深之后，与远心镜头的景深相比较。（得到远心镜头具有能够三维大景深成像）。

2. 远心镜头畸变的测量

利用已知的标准长度（例如：刻度白屏）对 DHC 图像测量软件进行标定

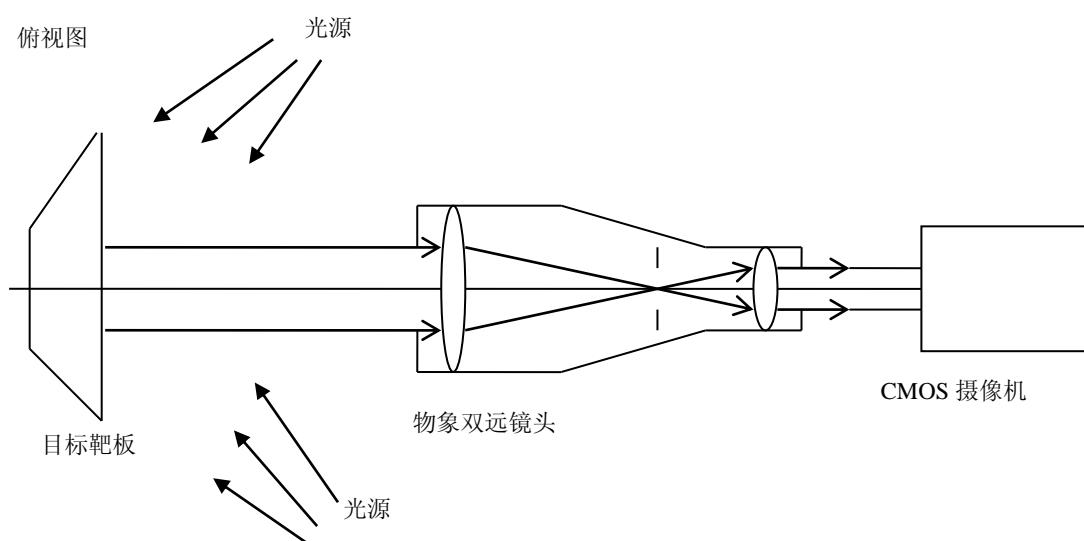


图 4-4-6 畸变测量光路图

(1) 按照图 4-4-6 建好实验光路，将目标物更换为刻度白屏。

(2) 打开 DHC 图像测量软件，点击菜单栏“设备-大恒 HV 摄像机（若采集设备为 CCD 摄像机则选择大恒 SV 摄像机）”。

(3) 点击工具栏“开始采集图像”，在软件的成像窗口内呈现白屏的图像。适当调整刻度尺的位置。使其成像的位置尽量靠近下面所用的滑动标尺且与窗口的上边缘平行。（加一张显示屏的实景图）

(4) 调整两个滑块的相对位置，使刻度尺在成像窗口中成像清晰。

(5) 点击菜单栏“系统-标定”或者直接点击工具栏“校正工具图表”，这时系

统弹出红色的滑动标尺（有水平方向和竖直方向两个）和校正窗口，反选校正窗口内的“X=Y 选项”。

(6) 鼠标放在滑动标尺水平方向和竖直方向的交点处，拖动滑动标尺，使滑动标尺左端与图像中的刻度尺 0 刻度线重合，将鼠标放到水平滑动标尺的右端拖动调整滑动标尺长度，使滑动标尺右端与白屏的 10mm 位置重合。这时在校正窗口内有 X 和 Y 方向上长度和像素之比的详细信息。

点击确定，即完成了实验所用图像测量软件的标定。

3. 利用 DHC 图像测量软件测量远心镜头的畸变

(1) 将目标物滑块上的实验仪器更换为剪式升降台。

(2) 将待测目标靶板正对镜头横向竖直放置与剪式升降台上

(3) 调整升降台的高度，使目标靶板的像占满测量软件的成像区域，并且测量软件成像区域正中心有一条黑色粗刻线，调整物距使靶板在摄像机上成像清晰。

(4) 在成像窗口中镜头的中央位置选择一条黑色粗刻线，测量其宽度，作为镜头成像的近轴理想像高 y_o' 。

具体测量方法如下，点击测量软件界面菜单栏“测量-画线”，鼠标移至所选黑色粗刻线的上边缘，单击鼠标选定直线第一点，向下拖动鼠标，利用软件自动产生的水平辅助线使所画直线与黑色粗刻线的边缘垂直，鼠标移至黑色粗刻线的下边缘，单击鼠标选定直线第二点，这时软件会在所画直线上直接给出直线的长度，测得黑色粗刻线的宽度，从而得到镜头成像的近轴

理想像高 y_o' 。测量多组数据取平均值，以消除像差和人为因素所带来的误差。

(5) 在成像窗口中的待测点位置选择一条黑色粗刻线，按照步骤(3)中的方法测量其宽度，作为该点处的镜头成像的偏轴实际像高 y_p' 。同样测量多组数据取平均值。

$$(6) \text{ 该被测点处的相对畸变即为 } q = \frac{y_p' - y_o'}{y_o'} \times 100\%.$$

(7) 本实验取 4 个被测点，分别测量相对畸变。



图 4-4-7 机器视觉实验系统

(8) 点击软件菜单栏“文件-保存图片”，以保存实验数据
所用主要器件：远心镜头，CMOS，目标物。

4. 分辨率测量

所谓分辨率，就是摄像机“能看到多少的东西”。分辨率通常标示为平均 1mm 内可以数出多少根线，而电视则表示整个画面能数出多少线。摄像机分辨率分为垂直分辨率和水平分辨率，纵向分辨率称为水平分辨率，横向分辨率称为垂直分辨率。

分辨率的测定：

将标准分辨率图正放，将测试图的水平和垂直边框标志充满显示器的有效空间进行摄像。

目测，一般测定方法是：黑白显示器看分辨率测试图楔形黑白条纹在哪里分开，无法区别黑白时，其临界点即为分辨率。显示器、镜头必须使用性能超过被测摄像机的机器。

测定照明条件：

光源色温为 $3100k \pm 100k$ ；照度为 $20001x \pm 1001x$ 。

摄像机设定条件：

增益为 0dB, AGC OFF; 电子快门 OFF; 白平衡最佳。

5. 实物测量

我们可以利用此系统测量一些日常生活中的常见物，可测量的参数包括线长、周长、角度等数据。

注意：

镜头上下移动前一定要把两镜头移动旋钮之间的锁紧扳手逆时针旋转松开；在镜头上下移动到合适位置后，再把此锁紧扳手顺时针旋紧，避免镜头滑动。

四、实验结果分析

- 1、思考一下畸变的种类有哪些，此镜头属什么类型。
- 2、一般采用什么方法消除畸变。

实验数据记录

物距 (mm)	分辨率 (1p/mm)

附录

中华人民共和国法定计量单位

我国的法定计量单位（以下简称法定单位）包括：

- (1) 国际单位制(SI)的基本单位（见表 1）；
 - (2) 国际单位制的辅助单位(见表 2)；
 - (3) 国际单位制中具有专门名称的导出单位(见表 3)；
 - (4) 可与国际单位制并用的我国法定计量单位(见表 4)；
 - (5) 由以上单位购成的组合形式的单位；
 - (6) 由词头和以上单位所构成的十进倍数和分数单位(词头见表 5).
- 法定单位的定义、使用方法等，由国家计量局另行规定.

表 1 国际单位制的基本单位

量的名称	单位名称	单位符号
长度	米	m
质量	千克(公斤)	kg
时间	秒	s
电流	安[培]	A
热力学温度	开[尔文]	K
物质的量	摩[尔]	mol
发光强度	坎[德拉]	cd

注：

- 1 圆括号中的名称,是它前面的名称的同义词,下同.
- 2 无放括号的量的名称与单位名称均为全称.方括号中的字,在不致引起混淆、误解的情况下,可以省略,去掉方括号中的字即为其名称的简称,下同.
- 3 本标准所称的符号,除特殊指明外,均指我国法定计量单位中所规定的符号以及国际符号,下同.
- 4 人民生活和贸易中,质量习惯称为重量.

表 2 国际单位制的辅助单位

量的名称	单位名称	单位符号
平面角	弧 度	rad
立体角	球面度	sr

表 3 国际单位制中具有专门名称的导出单位

量的名称	SI 导出单位		
	名称	符号	用 SI 基本单位和 SI 导出单位表示
频率	赫[兹]	Hz	$1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$
力	牛[顿]	N	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$

压力, 压强, 应力	帕[斯卡]	Pa	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$
能[量], 功, 热量	焦[耳]	J	$1 \text{ J} = 1 \text{ N}\cdot\text{m}$
功率, 辐[射能]通量	瓦[特]	W	$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$
电荷[量]	库[仑]	C	$1 \text{ C} = 1 \text{ A}\cdot\text{s}$
电压, 电动势, 电位, (电势)	伏[特]	V	$1 \text{ V} = 1 \text{ W/A}$
电容	法[拉]	F	$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$
电阻	欧[姆]	Ω	$1 \Omega = 1 \text{ V/A}$
电导	西[门子]	S	$1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1}$
磁通[量]	韦[伯]	Wb	$1 \text{ Wb} = 1 \text{ V}\cdot\text{s}$
磁通[量]密度, 磁感应强度	特[斯拉]	T	$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2$
电感	亨[利]	H	$1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A}$
摄氏温度	摄氏度	$^{\circ}\text{C}$	$1 \text{ }^{\circ}\text{C} = 1 \text{ K}$
光通量	流[明]	lm	$1 \text{ lm} = 1 \text{ cd}\cdot\text{sr}$
[光]照度	勒[克斯]	lx	$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2$
[放射性]活度	贝克[勒耳]	Bq	$1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$
吸收剂量			
比授[予]能	戈[瑞]	Gy	$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg}$
比释动量			
剂量当量	希[沃特]	Sv	$1 \text{ Sv} = 1 \text{ J/kg}$

表 4 可与国际单位制单位并用的我国法定计量单位

量的名称	单位名称	单位符号	与 SI 单位的关系
时间	分	min	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$
	[小]时	h	$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3 600 \text{ s}$
	日, (天)	d	$1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86 400 \text{ s}$
[平面]角	度	$^{\circ}$	$1 \text{ }^{\circ} = (\pi/180) \text{ rad}$
	[角]分	'	$1 ' = (1/60) \text{ }^{\circ} = (\pi/10 800) \text{ rad}$
	[角]秒	"	$1 '' = (1/60)' = (\pi/648 000) \text{ rad}$
体积	升	L, (l)	$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$
质量	吨	t	$1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$
	原子质量单位	u	$1 \text{ u} \approx 1.660 540 \times 10^{-27} \text{ kg}$
旋转速度	转每分	r/min	$1 \text{ r/min} = (1/60) \text{ s}^{-1}$
长度	海里	n mile	$1 \text{ n mile} = 1 852 \text{ m}$ (只用于航行)
速度	节	kn	$1 \text{ kn} = 1 \text{ n mile/h} = (1 852/3 600) \text{ m/s}$ (只用于航行)
能	电子伏	eV	$1 \text{ eV} \approx 1.602 177 \times 10^{-19} \text{ J}$
级差	分贝	dB	
线密度	特[克斯]	tex	$1 \text{ tex} = 10^{-6} \text{ kg/m}$
面积	公顷	hm ²	$1 \text{ hm}^2 = 10^4 \text{ m}^2$

注:

1 平面角单位度、分、秒的符号,在组合单位中应采用 ($^{\circ}$)、(')、(") 的形式.例如,不用 $^{\circ}/\text{s}$ 而用 ($^{\circ}$) /s

2 升的符号中,小写字母 l 为备用符号.

3 公顷的国际通用符号为 ha .

表 5 用于构成十进倍数和分数单位的词头

因 数	词 头 名 称		符 号
	英 文	中 文	
10^{24}	yotta	尧[它]	Y
10^{21}	zetta	泽[它]	Z
10^{18}	exa	艾[可萨]	E
10^{15}	peta	拍[它]	P
10^{12}	tera	太[拉]	T
10^9	giga	吉[咖]	G
10^6	mega	兆	M
10^3	kilo	千	k
10^2	hecto	百	h
10^1	deca	十	da
10^{-1}	deci	分	d
10^{-2}	centi	厘	c
10^{-3}	milli	毫	m
10^{-6}	micro	微	u
10^{-9}	nano	纳[诺]	n
10^{-12}	pico	皮[可]	p
10^{-15}	femto	飞[母托]	f
10^{-18}	atto	阿[托]	a
10^{-21}	zepto	仄[普托]	z
10^{-24}	yocto	幺[科托]	y

物理学常量表*

量	符号、公式	数 值	不确定度/ (0.000 000 1)
光速**	c	299 792 458 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	—
普朗克常量	h	$6.626\ 075\ 5(40)\times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$	0.60
约化普朗克常量	$\hbar = h/2\pi$	$1.054\ 572\ 66(6\ 3)\times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$ $=6.582\ 122\ 0(20)\times 10^{-22}\text{MeV}\cdot\text{s}$	0.60 0.30
电子电荷	e	$1.602\ 177\ 33(4\ 9)\times 10^{-19}\text{C}$	0.30 0.30
电子质量	m_e	$0.510\ 999\ 06(1\ 5)\text{MeV}/c^2$ $9.109\ 389\ 7(54)\times 10^{-31}\text{kg}$	0.30 0.59
质子质量	m_p	$938.272\ 31(2\ 8)\text{MeV}/c^2$ $=1.672\ 623\ 1(10)\times 10^{-27}\text{kg}$ $=1836.152\ 701(37)\text{m}_e$	0.30 0.59, 0.020
氘质量	m_d	$1.875.613.39(5.7)\text{MeV}/c^2$	0.30
真空电容率	ϵ_0	$8.854\ 187\ 817\cdots\times 10^{-12}\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$	—

真空磁导率	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{N}\cdot\text{A}^{-2} = 12.566\ 370$ $614\dots \times 10^{-7} \text{N}\cdot\text{A}^{-2}$	—
精细结构常量	$\alpha = e^2 / 4\pi\epsilon_0\hbar c$	$1/137.035\ 989\ 5(61)$	0.045
里德伯能量	$hcR_\infty = m_e c^2 \alpha^2 / 2$	$13.605\ 698\ 1(40) \text{eV}$	0.30
引力常量	G	$6.672\ 59(8\ 5) \times 10^{-11} \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$	128 128
重力加速度(纬度 45° 海平面)	g	$9.806\ 65 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$	—
阿伏加德罗常量	N_A	$6.022\ 136\ 7(36) \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$	0.59
玻尔兹曼常量	k	$1.380\ 658\ (12) \times 10^{-23} \text{J}\cdot\text{K}^{-1}$ $= 8.617\ 385\ (73) \times 10^{-5} \text{eV}\cdot\text{K}^{-1}$	8.5 8.4
斯忒潘—玻尔兹曼常量	$\sigma = \pi^2 k^4 / 60 \hbar^3 c^2$	$5.670\ 51(1\ 9) \times 10^{-8} \text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$	34
玻尔磁子	$\mu_B = e\hbar / 2m_e$	$5.788\ 382\ 63\ (5\ 2) \times 10^{-11} \text{MeV}\cdot\text{T}^{-1}$	0.089
核磁子	$\mu_N = e\hbar / 2m_p$	$3.152\ 451\ 66(2\ 8) \times 10^{-14} \text{MeV}\cdot\text{T}^{-1}$	0.089
玻尔半径(无穷大质量)		$0.529\ 177\ 249(24) \times 10^{-10} \text{m}$	0.045
	$a_\infty = 4\pi\epsilon_0\hbar^2 / m_e e^2$		

*数据取自 The European Physical Journal C, 1998 (3): 69

参考书

- (1) 李志超 霍剑青等编著,《大学物理实验》第三、四册,北京,高等教育出版社,2001, 2002.
- (2) 吴思诚 王祖铨主编,《近代物理实验》(第二版),北京,北京大学出版社, 1995.
- (3) 沙振舜 黄润生编著,《新编近代物理实验》,南京,南京大学出版社, 2002.
- (4) 戴乐山 戴道宣主编,《近代物理实验》,上海,复旦大学出版社, 1995.
- (5) 何元金 马兴坤主编,《近代物理实验》,北京,清华大学出版社, 2003.
- (6) 吕斯骅 朱印康主编,《近代物理实验技术》,北京,高等教育出版社, 1991.
- (7) 周孝安 赵咸凯 谭锡安 郭玉华《近代物理实验教程》武汉,武汉大学出版社 1998
- (8) 李敬林主编 《近代物理实验》 北京, 北方交通大学出版社 2003
- (9) 林木欣主编 《近代物理实验教程》 北京, 科学出版社 1999