

# 大学物理实验教程

## ——电磁学

基础物理实验室

2019.02

## 目录

绪论.....	1
实验一 电学元件的伏安特性.....	3
实验二 用数字积分式冲击电流计测量电容与高阻.....	9
实验三 RLC 电路特性的研究.....	13
实验四 单臂电桥测中值电阻.....	23
实验五 用双臂电桥测量低值电阻.....	26
实验六 用比较法测量直流电阻.....	31
实验七 交流电桥的原理和应用.....	43
实验八 磁阻效应及磁阻传感器的特性研究.....	53
实验九 磁场测量与描绘.....	59
实验十 测量三维亥姆霍兹线圈磁场.....	63
实验十一 霍尔效应实验.....	72
实验十二 测定电子荷质比.....	78
实验十三 叠加原理及代文宁定理的研究.....	86
实验十四 各向异性磁阻传感器与磁场测量.....	89
实验十五 指针式电表改装与校准.....	96

# 绪论

## 第一节 物理实验课的地位和任务

### 一、物理实验的重要性

物理学是人类在探索大自然现象及其规律过程中形成的以实验为基础的一门科学。物理学中每个概念的提出，每个定律的发现，每个理论的建立，都以坚实、严格的实验为基础，而且还要经受实验的进一步考验。物理学发展过程中，许多关键问题，最后都要诉诸实验。例如，杨氏的光干涉实验证实了光的波动说。法拉第发现了电磁感应现象，进而得出电磁感应定律和其它几个实验定律。麦克斯韦系统总结了电磁学的成就，提出著名的电磁场理论。赫兹的电磁波实验又检验和证实了电磁场理论的正确性。密立根的光电效应证实了爱因斯坦的光量子假说。可以说，在物理学中，每个概念的建立，每个定律的发现，无不有着坚实的实验基础。

从现代科学的观点来看，实验是研究自然规律与改造客观世界的基本手段。物理实验即为开拓新理论、新领域奠定基础，又是丰富和发展物理学应用的广阔天地。尤其是核物理、激光、电子技术和计算机等现代化科学技术的发展，更反映了物理实验技术发展的新水平。

物理学是一门理论与实验高度结合的科学，绝大部分物理理论首先是从实验现象突破后发展起来的，而相当部分物理学工作者主要从事实验物理方面的工作。因此物理实验教学，特别是基础的普通物理实验教学，在理工医科人才的应用能力培养、科学素质提高、科学态度的养成等方面发挥了极其重要的作用。

作为担负培养德、智、体全面发展的理论研究性人才或高级工程技术人才的高等学校，不仅要使学生具备比较深广的理论知识，而且还要使学生具有从事科学实验的较强能力，以适应科学技术不断进步和社会主义建设迅速发展的需要。

### 二、物理实验课程的地位、作用和任务

基础物理实验是为高等学校物理学、非物理学专业学生进行科学实验基本训练独立开设的一门必修基础课程。是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端。物理实验室是各类专业对学生进行科学训练的重要基地。

本课程的具体任务是

1、通过对物理现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解。

2、培养和提高学生的科学实验能力。其中包括：

- (1) 能够阅读实验教材和资料，作好实验前的准备；
- (2) 能够借助教材或仪器说明书正确使用常用仪器，完成常用物理量的测量；
- (3) 能够运用物理学理论对实验现象进行初步分析判断；
- (4) 能够正确记录和处理实验数据，绘制曲线，分析实验结果，撰写合格的实验报告；
- (5) 能够进行基础性测量装置的搭建，完成简单的设计性实验。

3、培养与提高学生的科学实验素养：要求学生具有理论联系实际和事实求是的科学作风，严肃认真的工作态度，主动研究的探索精神，相互协作的团队精神和遵守纪律、爱护公共财产的优良品德。

## 第二节 物理实验课的教学程序

1、课前预习是做好物理实验的基础，为保证实验的顺利进行，达到预期的实验效果，课前预习应做到：仔细阅读实验的教材和有关资料，正确理解实验原理及方法，了解实验的内容、步骤、要求及实验所用仪器、设备的工作原理、使用方法及注意事项等；写出实验预习报告，内容包括：实验题目、实验目的、实验原理简述、实验电路图、公式、实验内容以及所需的纸、笔、记录表格等。

2、学生进入实验室后，应遵守实验室规则，不要大声喧哗，不要乱动设备。实验前要认真学习指导教师对有关实验原理、仪器使用、应掌握的重点和注意的问题等方面的讲授，尤其要注意听讲有关仪器的调试技巧和人身安全方面的规定。通过预习和听讲，在实验开始前形成本次实验的基本思路，做到心中有数，使实验能顺利进行并取得好的效果。

3、进行实验前，首先应检查核对实验仪器，熟悉仪器设备及实验用元器件的性能，将各种仪器按照合理的便于操作的位置摆放。电磁学实验的仪器和元器件，应按线路的顺序、便于观察、测量和读数的原则摆放。

4、实验过程中，要认真观测实验现象，精心操作，完整记录所有数据，注意有效数字和单位。

5、实验结束后，应该先把实验的原始数据交给指导教师审查，经老师签字认可后，方可收拾整理仪器，结束实验。

## 第三节 实验报告的规范式写法

写实验报告是一个对实验原理更加深入理解的过程，是对实验内容、实验步骤的一个重新回顾，是对整个实验过程的一个全面总结，也是为将来进行科学研究，写好科学论文打下一个良好踏实的基础。实验报告要求用规范的实验报告纸书写，文字叙述要简练，字迹要清晰整洁，作图要正规，数据表格要齐全。

实验报告包括以下内容：

- 1、姓名、学号、学院、系、年级、专业、同组者、日期
- 2、科目、实验题目
- 3、实验目的
- 4、实验仪器
- 5、实验原理（简述实验的理论依据、公式及实验原理示意图等）。
- 6、实验步骤内容

(1) 实验过程的每一个步骤都要认真写出来。  
(2) 原始数据要重新经过整理后在实验报告中以表格的形式列出来，不能以原始数据记录纸代替。

(3) 实验结果得出后要以正确的形式表达出来。要有必要的误差分析，注意有效数字和单位。

(4) 图形要用坐标纸、铅笔清晰地画出来。

(5) 经教师签字的原始数据纸张要附在实验报告后面。

实验报告完成后，要完整有序地订在一起，以便在以后的传递中不被丢失和完整的保存。

### 7、讨论

要对实验教材后面的思考题进行讨论，对实验中遇到的现象进行分析，对发现的问题提出自己的见解及改进的思路，以便对实验教学进行不断的改进。

# 实验一 电学元件的伏安特性

## 【实验目的】

- 1、掌握电压表与电流表的内接法与外接法，选用合适接法减小测量误差。
- 2、掌握线性电阻元件伏安特性测量的基本方法。
- 3、掌握钨丝灯的伏安特性。
- 4、掌握二极管与稳压二极管的伏安特性与应用原理。

## 【实验仪器】

电路元件 V-A 特性实验箱（电压表、电流表、可调直流电源、电阻箱、电路元件等）。

## 【实验原理】

### 1、电阻元件

在电阻器两端施加电压，在电阻器内就有电流通过。根据欧姆定律，电阻器电阻值为：

$$R = \frac{U}{I} \quad 1-1$$

欧姆定律公式 1-1 可表述成下式：

$$I = \frac{U}{R} \quad 1-2$$

以  $U$  为自变量， $I$  为函数，作出电压-电流关系曲线，称为该元件的伏安特性曲线。

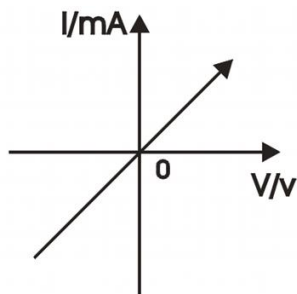


图 1-1 线性元件的伏安特性曲线

对于线绕电阻、金属膜电阻等电阻器，阻值在一定范围内稳定不变，其伏安特性曲线是一条通过原点的直线，这种电阻器也称为线性电阻器，具有这种特性的元件被称为线性元件。

理想情况下，电流表内阻为零，电压表内阻无穷大，下述两种测试电路都不会带来附加测量误差。理想电路中，被测电阻  $R=U/I$ 。

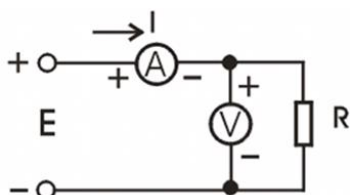


图 1-2 电流表外接测量电路

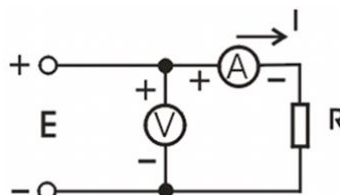


图 1-3 电流表内接测量电路

实际的电流表具有一定的内阻，记为  $R_I$ ；电压表也具有一定的内阻，记为  $R_U$ 。 $R_I$  和  $R_U$  的存在，必然带来附加测量误差。如果要得到准确测量值，需按下 1-3, 1-4 两式予以修正。  
 电流表内接测量时，

$$R = \frac{U}{I} - R_I \quad 1-3$$

电流表外接测量时，

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{U} - \frac{1}{R_U} \quad 1-4$$

上两式中： $R$ —被测电阻阻值，单位  $\Omega$ ；  
 $U$ —电压表读数值，单位  $V$ ；  
 $I$ —电流表读数值，单位  $A$ ；  
 $R_I$ —电流表内阻值，单位  $\Omega$ ；  
 $R_U$ —电压表内阻值，单位  $\Omega$ 。

为了减少附加误差，测量电路可以粗略地按下述办法选择：

- A. 当  $R_U \gg R$ ,  $R_I$  和  $R$  相差不大时，宜选用电流表外接电路；
- B. 当  $R \gg R_I$ ,  $R_U$  和  $R$  相差不大时，宜选用电流表内接电路；
- C. 当  $R \gg R_I$ ,  $R_U \gg R$  时，必须先用电流表内接和外接电路作测试而定。

方法如下：先按电流表外接电路接好测试电路，调节直流稳压电源电压，使两表指针都指向较大的位置，保持电源电压不变，记下两表值为  $U_1$ ,  $I_1$ ；将电路改成电流表内接式测量电路，记下两表值为  $U_2$ ,  $I_2$ 。

将  $U_1$ ,  $U_2$  和  $I_1$ ,  $I_2$  比较，如果电压值变化不大，而  $I_2$  较  $I_1$  有显著的减少，说明  $R$  是高值电阻。此时选择电流表内接式测试电路为好；反之电流值变化不大，而  $U_2$  较  $U_1$  有显著的减少，说明  $R$  为低值电阻，此时选择电流表外接测试电路为好。当电压值和电流值变化都不大时，两种测试电路均可选择。

## 2、钨丝灯

本实验所用钨丝灯泡规格为 12V/0.1A，实验时需控制灯泡两端电压低于 12V。金属钨的电阻温度系数为  $48 \times 10^{-4}/^\circ C$ ，为正温度系数，即当钨丝上流过电流，温度上升时，钨丝的电阻值增加。灯泡不加电时的电阻称为冷态电阻，施加额定电压时测得的电阻称为热态电阻。由于正温度系数的关系，冷态电阻小于热态电阻。与传统电阻器相比较，钨丝灯的电阻值随温度而变化，其伏安特性曲线是非线性的，因此钨丝灯属于非线性元件。

在一定的电流范围内，电压和电流的关系为：

$$U = KI^n \quad 1-5$$

式中： $U$ —灯泡两端电压，单位  $V$   
 $I$ —灯泡流过的电流，单位  $A$   
 $K$ —与灯泡有关的常数  
 $n$ —与灯泡有关的常数

为了求得常数  $K$  和  $n$ ，可以通过二次测量所得  $U_1$ 、 $I_1$  和  $U_2$ 、 $I_2$ ，得到：

$$U_1 = KI_1^n \quad 1-6$$

$$U_2 = KI_2^n \quad 1-7$$

将 1-6 式除以 1-7 式可得：

$$n = \frac{\lg \frac{U_1}{U_2}}{\lg \frac{I_1}{I_2}} \quad 1-8$$

将 1-8 式代入 1-6 式可以得到:

$$K=U_1 I_1^{-n}$$

1-9

### 3、二极管

对二极管施加正向偏置电压时，二极管中有正向电流通过（多数载流子导电），随着正向偏置电压增加，开始时电流值很小且变化很缓慢，而当正向偏置电压增加到接近二极管导通电压时（锗二极管 0.2V 左右，硅二极管 0.7V 左右），电流急剧增加，二极管导通后，电压的少许变化，电流的变化都很大。

对上述二极管施加反向偏置电压时，二极管处于截止状态，电流很微小（ $\mu\text{A}$  级别）。其反向电压增加至该二极管的击穿电压时，电流猛增，二极管被击穿。二极管击穿会造成永久性损坏，在二极管使用中应竭力避免。在研究二极管反向特性时，应串连限流电阻，以防因反向电流过大而损坏二极管。

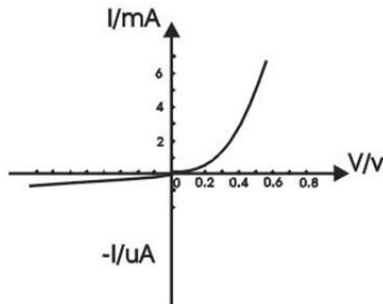


图 1-4 锗二极管伏安特性示意图

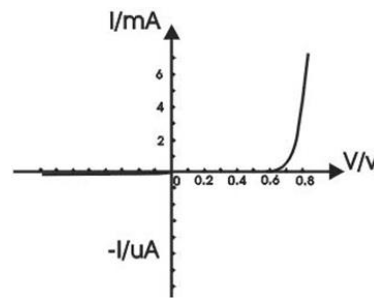


图 1-5 硅二极管伏安特性示意图

### 4、稳压二极管

稳压二极管正向伏安特性类似于二极管，反向特性相差较大。稳压二极管两端电压反向偏置时，其电阻值很大，反向电流极小。反向偏置电压增加到一定值（根据二极管不同，电压值不同，本实验所用二极管为 7V 左右）时，出现了反向击穿（有意掺杂而成），产生雪崩效应，其电流迅速增加。电压稍许变化，将引起电流巨大变化。只要在线路中对“雪崩”产生的电流采取有效的限流措施，其电流有小许一些变化，二极管两端电压仍然是稳定的（变化很小）。这就是稳压二极管的使用基础，其应用电路见图 1-6。

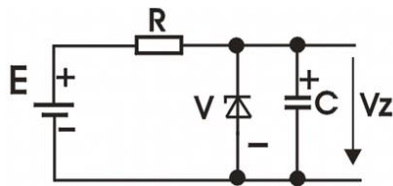


图 1-6 稳压二极管应用电路

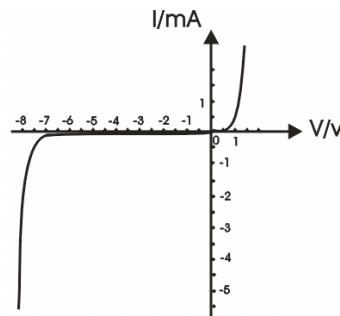


图 1-7 稳压二极管伏安曲线图

图中，E—供电电源，若二极管稳压电压值为 7V 左右，则要求 E 为 10V 左右；  
R—限流电阻，工作电流选择 8mA，考虑负载电流 2mA，通过 R 的电流为 10mA，

$$\text{计算 R 值: } R = \frac{E - U_z}{I} = \frac{10 - 8}{0.01} = 200 \Omega$$

C—电解电容，对稳压二极管产生的噪声进行平滑滤波；

$U_z$ —稳压输出电压。

## 【实验内容】

### 1、线性电阻

选用  $1\text{K}\Omega$  电阻器，按图 1-8 接线，分别采用电流表外接与内接进行实验。按表 1-1 调节电压，记录对应电流值，计算电阻计算值与修正值（按照  $R_U=1\text{M}\Omega$ ， $R_I=10\Omega$  计算），讨论两种测试方式的优劣。

表 1-1 线性电阻伏安特性数据

电流表内接				电流表外接			
U (V)	I (mA)	R 计算值( $\Omega$ )	R 修正值( $\Omega$ )	U (V)	I (mA)	R 计算值( $\Omega$ )	R 修正值( $\Omega$ )
1				1			
2				2			
3				3			
4				4			
5				5			
6				6			
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			

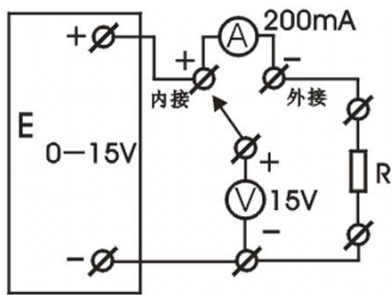


图 1-8 线性电阻伏安特性实验电路

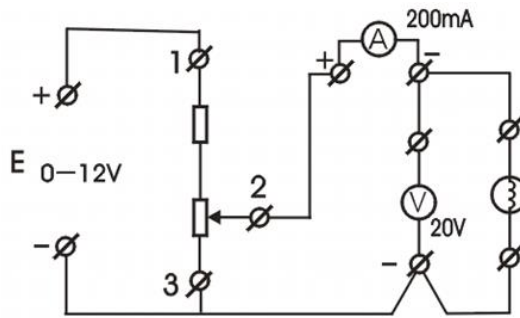


图 1-9 钨丝灯伏安特性实验电路

### 2、钨丝灯

灯泡两端电压控制在  $0\text{--}12\text{V}$  范围内，此时灯丝电阻大约为几欧姆到一百多欧姆，电压表  $20\text{V}$  档内阻为  $1\text{M}\Omega$ ，远大于灯泡电阻，电流表  $200\text{mA}$  档内阻为  $10\Omega$  或  $1\Omega$ （因万用表不同而不同），和灯泡电阻相比，小的不多，宜采用电流表外接法测量，见图 1-9。变阻器置  $100\Omega$ ，按表 1-2 逐步增加电源电压，记下相应的电流数据并计算灯泡阻值。

在坐标纸上画出钨丝灯泡的伏安特性曲线；选择两对数据（如  $U_1=2\text{V}$ ， $U_2=8\text{V}$ ，及相应的  $I_1$ 、 $I_2$ ），计算出  $K$ 、 $n$  系数值。

表 1-2 钨丝灯伏安特性数据

灯泡电压 U (V)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
灯泡电流 I (mA)										
电阻计算值 R ( $\Omega$ )										

### 3、二极管

#### 1) 反向特性测试



二极管的反向电阻值很大，采用电流表内接测试电路可以减少测量误差。测试电路参考图 1-10，变阻器设置为  $700\Omega$ 。按照表 1-3 调节电压并记录数据，并在坐标纸上画出二极管的反向伏安特性。

2) 正向特性测试

二极管在正向导通时，呈现的电阻值较小，拟采用电流表外接测试电路。测试电路参考图 1-11，变阻器开始设置为  $700\Omega$ 。按照表 1-4 调节电压并记录数据，并在坐标纸上画出二极管的正向伏安特性。

注：实验时二极管正向电流不得超过  $20\text{mA}$ 。

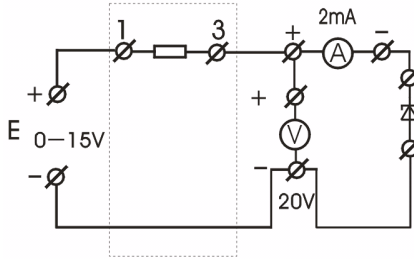


图 1-10 二极管反向特性测试电路

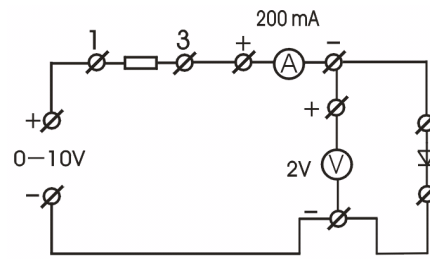


图 1-11 二极管正向特性测试电路

表 1-3 反向伏安曲线测试数据表

U (V)	1	2	3	4	5	6	7	8
I (uA)								
电阻计算值 (KΩ)								

表 1-4 正向伏安曲线测试数据表

U (V)	0.20	0.40	0.50	0.55	0.60	0.62	0.64	0.66	0.68	0.70
I (mA)										
计算值 R (KΩ)										
修正值 R (Ω)										

4、稳压二极管

反向偏置  $0\sim 7\text{V}$  左右时阻抗很大，拟采用电流表内接测试电路为宜；反向偏置电压进入击穿段，稳压二极管内阻较小（估计为  $R=8/0.008=1\text{K}\Omega$ ），这时拟采用电流表外接测试电路。测试电路见图 1-12。

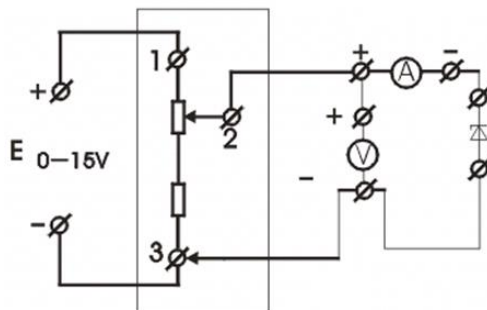


图 1-12 稳压二极管反向伏安特性电路

电源电压调至  $0\text{V}$ ，按图 1-12 接线，开始按电流表内接法，将电压表“+”端接于电流表“+”端；变阻器旋到  $1100\Omega$  后，慢慢地增加电源电压，记下电压表对应数据。

当观察到电流开始增加，并有迅速加快表现时，说明稳压二极管已开始进入反向击穿过

程，这时将电流表改为外接式，按表 1-5 继续慢慢地调节电源电压，以得到指定的电流。记录数据，并将数据在坐标纸上画出稳压二极管伏安特性曲线。

表 1-5 稳压二极管反向伏安特性测试数据表

电流表接法	数据									
	内接式	U (V)	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	5.5	6.0	6.5
I (uA)										
外接式	I (mA)	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0
	U (V)									

**【思考】**

- 1、电压表、电流表内阻测量方法有哪些？
- 2、试从钨丝灯泡的伏安特性曲线解释为什么在开灯的时候容易烧坏灯泡？
- 3、考虑到二极管正向特性严重非线性，电阻值变化范围很大，相应表格内加一项“电阻修正值”栏，与电阻计算值比较，讨论其误差产生过程。

## 实验二 用数字积分式冲击电流计测量电容与高阻

### 【实验目的】

- 1、学习数字积分式冲击电流计的使用方法。
- 2、比较法测量电容。
- 3、掌握 RC 放电法测量高阻的原理，并测量高阻。

### 【实验仪器】

DQ-3 数字积分式冲击电流计、DHDQ-3A 冲击法电容与高阻测量仪（含标准电容、待测电容、高值电阻、直流电源、放电开关、同步计时秒表等）。

### 【实验原理】

#### 1、用冲击电流计测量电容的原理

冲击电流计常用于测量电量，而不是电流。本质上讲，是对脉冲电流的积分测量。基于电磁学中一些物理量存在的积分关系，还可间接地测量磁感应强度、电容、电阻等。本实验采用新型的数字积分式冲击电流计进行测量。其原理是对输入的脉冲电流信号，用高速数字电路进行采集，计算其面积。

在图 2-1 中，电源 E 用于给电容提供充电电源。要求其具有较高的电压稳定度，且其内阻要足够小。开关  $K_1$  用于换向，必要时可以进行正反向测量，以提高测量准确度。开关  $K_2$  用于选择充电与测量， $K_3$  用于选择标准与被测电容。对  $K_2$ 、 $K_3$  开关的要求是绝缘电阻要高、断路间隙小、接触抖动小，否则抖动和漏电阻将可能会影响测量结果。

$K_3$  置于“标准”， $K_2$  置于“充电”，则电源 E 对标准电容  $C_N$  充电。标准电容  $C_N$  上所充电量为： $Q_0=C_N U$ 。将  $K_2$  置于“测量”挡，则  $C_N$  向冲击电流计 Q 放电，由于冲击电流计具有一定的内阻，故而在一定的时间内完成放电。冲击电流计完成电量的测量，并显示。

将  $K_3$  置于“被测”， $K_2$  置于“充电”，则电源 E 对被测电容  $C_X$  充电。被测电容  $C_X$  上所充电量为： $Q_X=C_X U$ 。将  $K_2$  置于“测量”挡，则  $C_X$  向冲击电流计 Q 放电。冲击电流计完成电量的测量，并显示。

忽略漏电阻和电源 E 的变化，则有  $Q_0/Q_X=C_N/C_X$ 。由于  $C_N$  为已知值，故可求得：

$$C_X = \frac{Q_X}{Q_0} C_N \quad 2-1$$

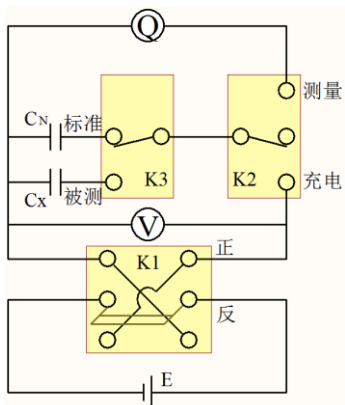


图 2-1 用冲击电流计测量电容

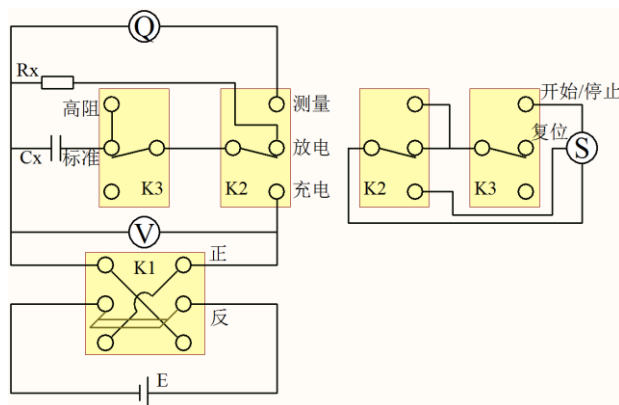


图 2-2 用冲击电流计测量高阻

## 2、RC 放电法测高阻

高阻一般是指大于  $10^6\Omega$  的电阻。用数字电阻表或伏安法测量高电阻时，因为数字表的输入电流或因电流非常小的原因，造成测量失准。借助于高性能的数字冲击电流计，用放电法测量高阻，是一种较为准确的方法。将待测高阻与已知电容组成回路，在电容放电时测量电容上的电量（或电压）随时间的变化关系，确定其时间常数，在已知标准电容容量的情况下，可确定高阻的阻值。其原理如图 2-2 所示。

在图 2-2 中，开关  $K_2$ 、 $K_3$  是一个双刀三位开关，其绝缘电阻高、断路间隙小、接触抖动小，测量工作过程如下：

1)  $C_N$  充电： $K_3$  置于“标准”， $K_2$  置于“充电”，假设  $E$  的内阻为 5 欧，标准电容的值为  $1\mu\text{F}$ ，则时间常数为  $5\mu\text{s}$ ，在  $30\sim 50\mu\text{s}$  内，电容充电完成。所以只要将  $K_2$  置于“充电”位置很短时间，就可认为充电完成。同时  $K_2$  的另一组开关接通计时器  $S$  的“复位”端，计时表示值回零。

2)  $C_N$  放电： $K_3$  置于“高阻”端，一组开关接至  $C_N$  不变，另一组开关接至“开始/停止”端，准备进行计时。将  $K_2$  置于“放电”端， $R_X$  就并联到  $C_N$  两端，电容开始放电；同时， $K_2$  的另一组开关接通计时器  $S$  的“开始/停止”端，计时器开始计时。由于  $K_2$  的两组开关是联动的，所以确保了放电与计时的同步性。由于  $K_2$ 、 $K_3$  使用了高绝缘性能的开关，而且  $C_N$  本身的绝缘电阻很高，所以实验中切换开关时，开关动作快慢并不会明显影响计时准确度，降低了操作难度，并提高了测量准确性。

3) 测量：放电一段时间后，将  $K_2$  切换到“测量”端， $C_N$  向冲击电流计放电，并断开  $R_X$ ，以免在冲击电流计测量期间  $C_N$  向  $R_X$  放电。同时  $K_2$  的另一组开关再次接通计时器  $S$  的“开始/停止”端停止计时；也由于  $K_2$  的两组开关是联动的，所以确保了冲击电流计测量与计时停止的同步性。

在上述的测量过程中，设放电时间为  $t$ ，则在  $t$  时刻电容  $C$  上的电量  $Q$ 、电压  $U$  和  $RC$  回路中的电流  $I$  之间满足：

$$Q = CU \quad 2-2$$

其中：

$$U = RI \quad 2-3$$

$$I = -\frac{dQ}{dt} \quad 2-4$$

负号表示随着放电时间的增加，电容器极板上的电荷  $Q$  随之减少。注意： $Q$ 、 $U$ 、 $I$  三个量都是时间的函数。

设初始条件为： $t=0$  时， $Q=Q_0$ ，则电容上电量随时间的关系：

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC} \quad 2-5$$

即：

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad 2-6$$

式中  $RC$  称为时间常数，一般用  $\tau$  表示，其物理意义为：当  $t=\tau=RC$  时，电容上的电量由  $t=0$  时的  $Q_0$  下降到  $0.368Q_0$ ，它决定放电过程的快慢。 $\tau$  时间常数越大，放电越慢；反之， $\tau$  越小，放电越快。对应的放电曲线见图 2-3。

对 2-6 式取自然对数有：

$$\ln Q = -\frac{t}{RC} + \ln Q_0 \quad 2-7$$

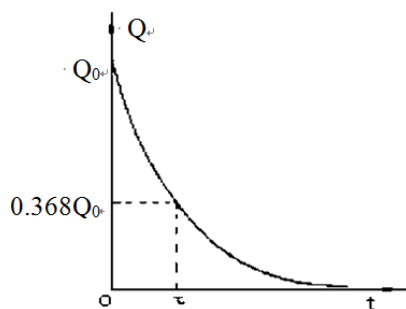


图 2-3  $Q \sim t$  曲线

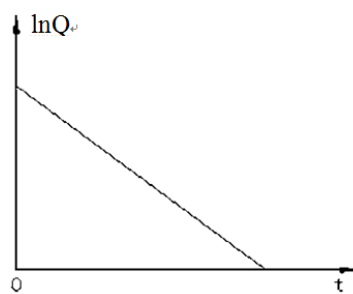


图 2-4  $\ln Q \sim t$  曲线

根据 2-7 式可知  $\ln Q$  与  $t$  成线性关系，见图 2-4。其直线斜率就是  $-\frac{1}{RC}$ ，根据已知标准电容值就可以求得  $R$  的大小。

### 【实验内容】

#### 1、用冲击电流计测量电容

按图 2-1 连接线路，接好冲击电流计、 $C_N$  和  $C_X$ 。

1)  $K_1$  置于“正向”， $K_3$  置于“标准”， $K_2$  置于“充电”，则电源  $E$  对标准电容  $C_N$  充电。（选择合适的  $E$  值和  $C_N$  值，使  $Q=CU$  值的大小在冲击电流计的量程范围内，否则不能有效测量）将  $K_2$  置于“测量”挡，则  $C_N$  向冲击电流计  $Q$  放电。冲击电流计完成电量的测量，自动显示  $Q$  的大小并保持，直到下一次测量。记录这个  $Q$  值。

2) 将  $K_3$  置于“被测”， $K_2$  置于“充电”，则电源  $E$  对标准电容  $C_X$  充电。将  $K_2$  置于“测量”挡，则  $C_X$  向冲击电流计  $Q$  放电。冲击电流计完成电量的测量，自动显示  $Q$  的大小并保持，直到下一次测量。记录这个  $Q$  值。

3) 多次测量，将结果记入表 2-1，用公式 2-1 计算  $C_X$  值。

表 2-1 冲击电流计测量电容

$C_N=$	1	2	3	4	5	6	7	8	平均值	$C_X$
$Q_N(\mu C)$										
$Q_X(\mu C)$										

#### 2、用冲击电流计测量高阻

按图 2-2 接线，接好冲击电流计、 $C_N$  和  $R_X$ ，根据  $R_X$  的预期大小，选择合适的  $C_N$  值，以使时间常数  $\tau=R_X C_N$  在  $10 \sim 100s$  之间。 $\tau$  太大，则测量时间过长； $\tau$  太小，计时容易产生误差。再根据  $C_N$  值，选择合适的电源  $E$  的电压值  $U$ ，使  $Q=C_N U$  值的大小在冲击电流计的测量范围内，否则不能有效测量。

1)  $C_N$  充电： $K_3$  置于“标准”， $K_2$  置于“充电”，同时  $K_2$  的另一组开关接通计时器  $S$  的“复位”端，计时表示值回零。

2)  $C_N$  放电： $K_3$  置于“高阻”端，一组开关接至  $C_N$  不变，另一组开关接至“开始/停止”端，准备进行计时。将  $K_2$  置于“放电”端， $R_X$  并联到  $C_N$  两端，电容开始放电；同时， $K_2$  的另一组开关接通计时器  $S$  的“开始/停止”端，计时器开始计时。

3) 测量：放电一段时间后，将  $K_2$  切换到“测量”端， $C_N$  向冲击电流计放电，并断开  $R_X$ 。同时  $K_2$  的另一组开关再次接通计时器  $S$  的“开始/停止”端停止计时；记录时间  $t$  和  $Q$  值。

4) 重复  $C_N$  充电至测量的过程，选择不同的放电时间  $t$ ，获得 10 组数据并记入表 2-2，将这些数据进行处理，即可获得  $R_X$  值。

表 2-2 冲击电流计测量高阻

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t(s)										
$Q_N(\mu C)$										
$\ln Q_N$										

用所学软件对上述的测量结果进行  $\ln Q_N-t$  直线拟合，根据直线斜率即可求得  $R_X C_N$  值，代入已知的  $C_N$  求得  $R_X$  值。

### 实验三 RLC 电路特性的研究

电容、电感元件在交流电路中的阻抗是随着电源频率的改变而变化的。将正弦交流电压加到电阻、电容和电感组成的电路中时，各元件上的电压及相位会随着变化，这称作电路的稳态特性；将一个阶跃电压加到 RLC 元件组成的电路中时，电路的状态会由一个平衡态转变到另一个平衡态，各元件上的电压会出现有规律的变化，这称为电路的暂态特性。

#### 【实验目的】

- 1、观测 RC 和 RL 串联电路的幅频特性和相频特性；
- 2、了解 RLC 串联、并联电路的相频特性和幅频特性；
- 3、观察和研究 RLC 电路的串联谐振和并联谐振现象；
- 4、观察 RC 和 RL 电路的暂态过程，理解时间常数  $\tau$  的意义；
- 5、观察 RLC 串联电路的暂态过程及其阻尼振荡规律；

#### 【实验仪器】

FB318 型电路实验仪、示波器等。

#### 【实验原理】

##### 一、RC 串联电路的稳态特性

##### 1、RC 串联电路的频率特性

在图 3-1 所示电路中，电阻 R、电容 C 的电压有以下关系式：

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \quad 3-1$$

$$U_A = I \cdot R \quad 3-2$$

$$U_C = \frac{I}{\omega \cdot C} \quad 3-3$$

$$\varphi = -\arctan \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R} \quad 3-4$$

其中  $\omega$  为交流电源的角频率，U 为交流电源的电压有效值， $\phi$  为电流和电源电压的相位差，它与角频率  $\omega$  的关系见图 3-2。

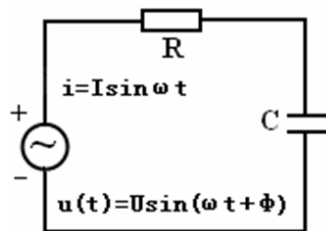


图 3-1 RC 串联电路

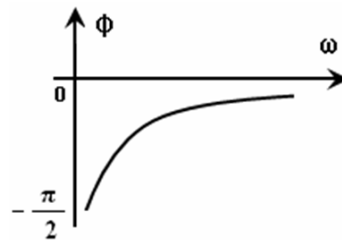


图 3-2 RC 串联电路的相频特性

可见，当  $\omega$  增加时，I 和  $U_R$  增加，而  $U_C$  减小。当  $\omega$  很小时  $\phi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ ， $\omega$  很大时  $\phi \rightarrow 0$ 。

## 2、RC 低通滤波

RC 低通滤波电路如图 3-3 所示，其中  $U_i$  为输入电压， $U_o$  为输出电压，则有

$U_o$  是一个复数，其模为：

$$\frac{U_o}{U_i} = \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C} \quad 3-5$$

设  $\omega_0 = \frac{1}{R \cdot C}$ ，则由上式可知：

$$\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}} \quad 3-6$$

$\omega = 0$  时， $\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = 1$ ； $\omega = \omega_0$  时  $\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ ； $\omega \rightarrow \infty$  时  $\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = 0$ 。

可见  $\left| \frac{U_o}{U_i} \right|$  随  $\omega$  的变化而变化，并且当  $\omega < \omega_0$  时， $\left| \frac{U_o}{U_i} \right|$  变化较小， $\omega > \omega_0$  时， $\left| \frac{U_o}{U_i} \right|$  明显下降。这就是低通滤波器的工作原理，它使较低频率的信号容易通过，而阻止较高频率的信号通过。

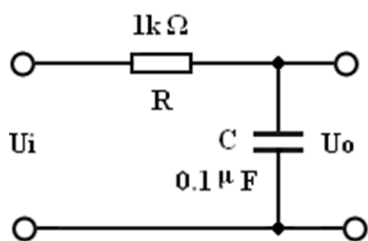


图 3-3 RC 低通滤波器

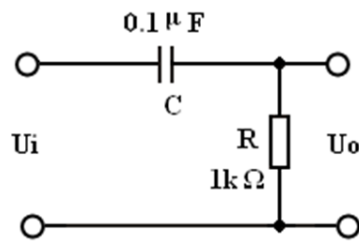


图 3-4 RC 高通滤波器

## 3、RC 高通滤波

RC 高通滤波电路的原理图见图 3-4，分析可知有：

$$\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{1}{\omega \cdot R \cdot C} \right)^2}} \quad 3-7$$

同样令  $\omega_0 = \frac{1}{R \cdot C}$  则：

$\omega = 0$  时， $\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = 0$ ； $\omega = \omega_0$  时， $\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$ ； $\omega \rightarrow \infty$  时， $\left| \frac{U_o}{U_i} \right| = 1$ 。

可见该电路的特性与低通滤波电路相反，它对低频信号的衰减较大，而高频信号容易通过，衰减很小。



## 二、RL 串联电路的稳态特性

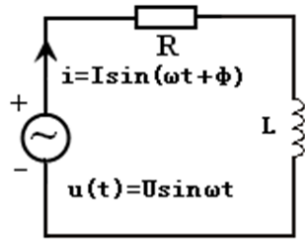


图 3-5 RL 串联电路

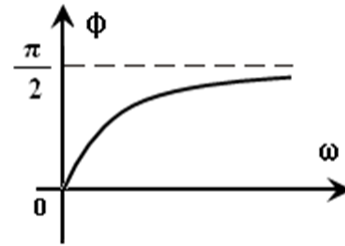


图 3-6 RL 串联电路的相频特性

RL 串联电路如图 3-5 所示，可见电路中  $I$ 、 $U$ 、 $U_R$ 、 $U_L$  有以下关系：

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}} \quad 3-8$$

$$U_R = I \cdot R \quad 3-9$$

$$U_L = I \cdot \omega \cdot L \quad 3-10$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L}{R}\right) \quad 3-11$$

可见 RL 电路的幅频特性与 RC 电路相反， $\omega$  增加时， $I$ 、 $U_R$  减小  $U_L$  则增大。它的相频特性见图 3-6。由图可知， $\omega$  很小时  $\varphi \rightarrow 0$ ， $\omega$  很大时  $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$ 。

## 三、RLC 电路的稳态特性：

在电路中如果同时存在电感和电容元件，那么在一定条件下会产生某种特殊状态，能量会在电容和电感元件中产生交换，我们称之为谐振现象。

### 1、RLC 串联电路

在如图 3-7 所示电路中，电路的总阻抗  $|Z|$ ，电压  $U$ 、 $U_R$  和  $i$  之间有以下关系：

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} \quad 3-12$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}\right) \quad 3-13$$

$$i = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \quad 3-14$$

其中  $\omega$  为角频率，可见以上参数均与  $\omega$  有关，它们与频率的关系称为频响特性，见图 3-8。

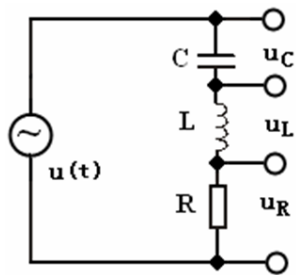


图 3-7 RLC 串联电路

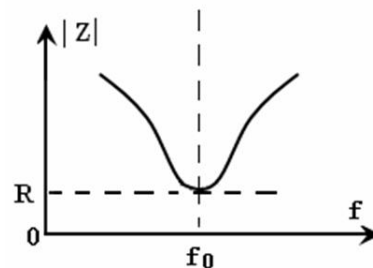


图 3-8(a) RLC 串联电路的阻抗特性

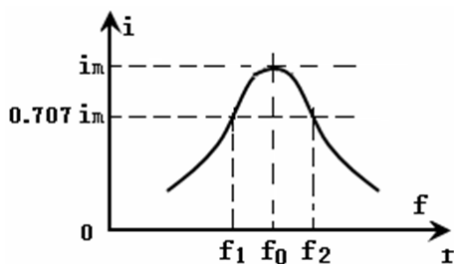


图 3-8(b) RLC 串联电路的幅频特性

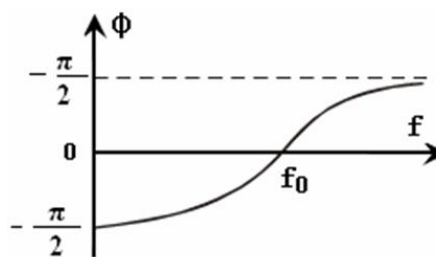


图 3-8(c) RLC 串联电路的相频特性

由图 3-8(a)与图 3-8(c)可知，在频率  $f_0$  处阻抗  $Z$  值最小，且整个电路呈纯电阻性，而电流  $i$  达到最大值，我们称  $f_0$  为 RLC 串联电路的谐振频率( $\omega_0$  为谐振角频率)。从图 3-8(b)可知，在  $f_1 < f_0 < f_2$  的频率范围内  $i$  值较大,我们称为通频带。

下面我们推导出  $f_0$  ( $\omega_0$ ) 和另一个重要的参数品质因数  $Q$ 。当  $\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C}$  时，从公式 3-12、3-13 及 3-14 可知：

$$|Z| = R \quad 3-15$$

$$\varphi = 0 \quad 3-16$$

$$i_m = \frac{U}{R} \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad 3-17$$

$$f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} \quad 3-18$$

这时的电感上的电压：

$$U_L = i_m \cdot |Z_L| = \frac{\omega_0 \cdot L}{R} \cdot U \quad 3-19$$

电容上的电压：

$$U_C = i_m \cdot |Z_C| = \frac{1}{R \cdot \omega_0 \cdot C} \cdot U \quad 3-20$$

$U_c$  或  $U_L$  与  $U$  的比值称为品质因数  $Q$ 。可以证明：

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_c}{U} = \frac{\omega_0 \cdot L}{R} = \frac{1}{R \cdot \omega_0 \cdot C} \quad 3-21$$

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q}, \quad Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad 3-22$$

## 2、RLC 并联电路

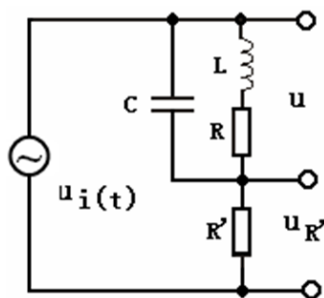


图 3-9 RLC 并联电路

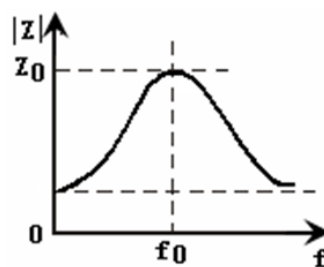


图 3-10(a) RLC 并联电路的阻抗特性

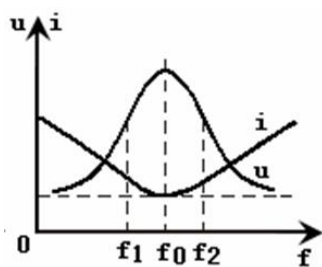


图 3-10(b) RLC 并联电路的幅频特性

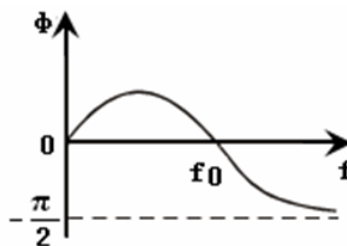


图 3-10(c) RLC 串联电路的相频特性

在图 3-9 所示的电路中有：

$$|Z| = \sqrt{\frac{R^2 + (\omega \cdot L)^2}{(1 - \omega^2 \cdot L \cdot C)^2 + (\omega \cdot C \cdot R)^2}} \quad 3-23$$

$$\varphi = \arctan \left( \frac{\omega \cdot L - \omega \cdot C (R^2 + \omega \cdot C \cdot R)^2}{R} \right) \quad 3-24$$

可以求得并联谐振角频率：

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} \quad 3-25$$

可见并联谐振频率与串联谐振频率不相等（当  $Q$  值很大时才近似相等）。图 3-10 给出了 RLC 并联电路的阻抗、相位差和电压随频率的变化关系。

和 RLC 串联电路类似，品质因数：

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad 3-26$$

由以上分析可知 RLC 串联、并联电路对交流信号具有选频特性，在谐振频率点附近，有较大的信号输出，其它频率的信号被衰减。这在通信领域，高频电路中得到了非常广泛的应用。

#### 四、RC 串联电路的暂态特性

电压值从一个值跳变到另一个值称为阶跃电压。在图 3-11 所示电路中当开关 K 合向“1”时，设 C 中初始电荷为 0，则电源 E 通过电阻 R 对 C 充电，充电完成后，把 K 打向“2”，电容通过 R 放电，其充电方程为：

$$U_C = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad 3-27$$

$$U_R = E \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad 3-28$$

放电方程为：

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot U_C = 0 \quad 3-29$$

可求得充电过程时：

$$U_C = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad 3-30$$

$$U_R = E \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad 3-31$$

放电过程时：

$$U_C = E \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad 3-32$$

$$U_R = -E \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad 3-33$$

由上述公式可知  $U_C$ ， $U_R$  和  $i$  均按指数规律变化。令  $\tau = RC$ ， $\tau$  称为 RC 电路的时间常数。 $\tau$  值越大，则  $U_C$  变化越慢，即电容的充电或放电越慢。图 12 给出了不同  $\tau$  值的  $U_C$  变化情况，其中  $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$ 。

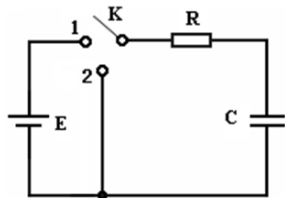


图 3-11 RC 串联电路

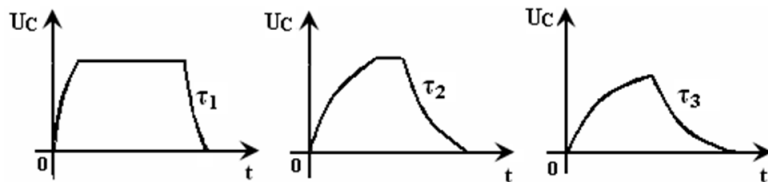


图 3-12 不同  $\tau$  值时  $U_C$  的变化

#### 五、RL 串联电路的暂态过程

在图 3-13 所示的 RL 串联电路中，当 K 打向“1”时，电感中的电流不能突变，L 打向“2”时，电流也不能突变为 0，这两个过程中的电流均有相应的变化过程。类似 EC 串联电路，电路的电流、电压方程为：

电流增长过程:

$$U_L = E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad 3-34$$

$$U_R = E \cdot (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad 3-35$$

电流消失过程:

$$U_L = -E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad 3-36$$

$$U_R = E \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad 3-37$$

其中电路的时间常数:

$$\tau = \frac{L}{R} \quad 3-38$$

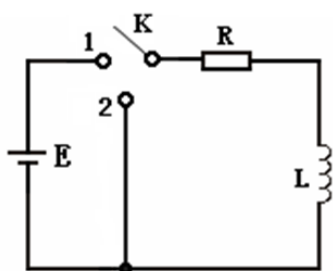


图 3-13 RL 串联电路

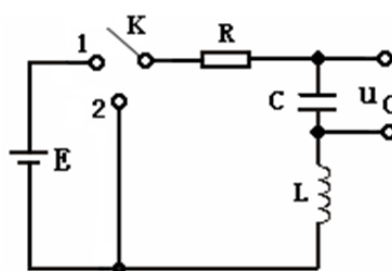


图 3-14 RLC 串联电路

### 六、RLC 串联电路的暂态过程

在图 3-14 所示的电路中, 先将 K 打向“1”, 待稳定后再将 K 打向“2”, 这称为 RLC 串联电路的放电过程, 这时的电路方程为:

$$L \cdot C \frac{d^2 U_C}{dt^2} + R \cdot C \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0 \quad 3-39$$

初始条件为:  $t=0$ ,  $U_C = E$ ,  $\frac{dU_C}{dt} = 0$ , 按 R 值的大小, 一般可分为三种情况求解:

1)  $R < 2\sqrt{L/C}$  时, 为欠阻尼:

$$U_C = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{C}{4R} \cdot R^2\right)}} \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad 3-40$$

其中:

$$\tau = \frac{2L}{R} \quad 3-41$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \sqrt{1 - \frac{C}{4L} \cdot R^2} \quad 3-42$$

2)  $R > 2\sqrt{L/C}$  时, 为过阻尼:

$$U_C = \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{4L} \cdot R^2 - 1}} \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \text{sh}(\omega t + \phi) \quad 3-43$$

其中:

$$\tau = \frac{2L}{R} \quad 3-44$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot \sqrt{\frac{C}{4L} \cdot R^2 - 1} \quad 3-45$$

3)  $R = 2\sqrt{L/C}$  时, 为临界阻尼:

$$U_C = \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \cdot E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad 3-46$$

图 15 为这三种情况下的  $U_C$  变化曲线, 其中 1 为欠阻尼, 2 为过阻尼, 3 为临界阻尼。

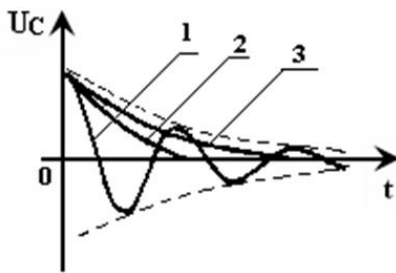


图 3-15 放电时  $U_C \sim t$  曲线

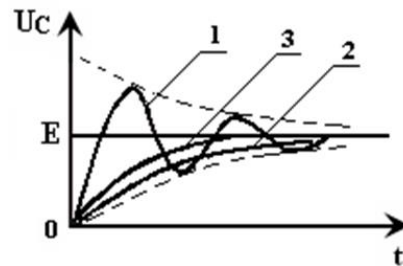


图 3-16 充电时  $U_C \sim t$  曲线

如果当  $R \ll 2\sqrt{L/C}$  时, 则曲线 1 的振幅衰减很慢, 能量的损耗较小。能够在 L 与 C

之间不断交换, 可近似为 LC 电路的自由振荡, 这时  $\omega \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ ,  $\omega_0$  是  $R=0$  时 LC 回

路的固有频率。

对于充电过程, 与放电过程相类似, 只是初始条件和最后平衡的位置不同。图 3-16 给出了充电时不同阻尼的  $U_C$  变化曲线图。

### 【实验内容】

对 RC, RL, RLC 电路的稳态特性的观测采用正弦波。对 RLC 电路的暂态特性观测可采用直流电源和方波信号, 用方波作为测试信号可用普通示波器方便地进行观测; 以直流信号作实验时, 需要用数字存储式示波器才能得到较好的观测。

#### 一、RC 串联电路的稳态特性

### 1、RC 串联电路的幅频特性

选择正弦波信号，保持其输出幅度不变，分别用示波器测量不同频率时的  $U_R$ 、 $U_C$ ，

可取  $C = 0.1\mu F$ ， $R = 1k\Omega$ ，也可根据实际情况自选 R、C 的参数。

用双通道示波器观测时可用一个通道监测信号源电压，另一个通道分别测  $U_R$ 、 $U_C$ ，但需注意两通道的接地点应位于线路的同一点，否则会引起部分电路短路。

### 2、RC 串联电路的相频特性

将信号源电压 U 和  $U_R$  分别接至示波器的两个通道，可取  $C = 0.1\mu F$ ， $R = 1k\Omega$ （也可自选）。从低到高调节信号源频率，观察示波器上两个波形的相位变化情况，先可用李萨如图形法观测，并记录不同频率时的相位差。

3、据测量结果作 RC 串联电路的幅频特性和相频特性图。

## 二、RL 串联电路的稳态特性

1、测量 RL 串联电路的幅频特性和相频特性与 RC 串连电路时方法类似，可选  $L = 10mH$ ， $R = 1k\Omega$ ，也可自行确定。

2、根据测量结果作 RL 串联电路的幅频特性和相频特性图。

## 三、RLC 串联电路的稳态特性

自选合适的 L 值、C 值和 R 值，用示波器的两个通道测信号源电压 U 和电阻电压  $U_R$ ，必须注意两通道的公共线是相通的，接入电路中应在同一点上，否则会造成短路。

### 1、幅频特性

保持信号源电压 U 不变（可取  $U_{p-p} = 5V$ ），根据所选的 L、C 值，估算谐振频率，以选择合适的正弦波频率范围。从低到高调节频率，当  $U_R$  的电压为最大时的频率即为谐振频率，记录下不同频率时的  $U_R$  大小。

### 2、相频特性

用示波的双通道观测 U，的相位差， $U_R$  的相位与电路中电流的相位相同，观测在不同频率下的相位变化，记录下某一频率时的相位差值。

3、据测量结果作 RLC 串联电路的幅频特性和相频特性。并计算电路的 Q 值。

## 四、RLC 并联电路的稳态特性：

按图 3-9 进行连线，注意此时 R 为电感的内阻，随不同的电感取值而不同，它的值可在相应的电感值下用直流电阻表测量，选取  $L = 10mH$ ， $C = 0.1\mu F$ ， $R' = 10k\Omega$ 。也可自行设计选定。注意  $R'$  的取值不能过小，否则会由于电路中的总电流变化大而影响  $U_R'$  的大小。

### 1、LC 并联电路的幅频特性

保持信号源的 U 值幅度不变（可取  $U_{p-p} = 2 \sim 5V$ ），测量 U 和  $U_R'$  的变化情况。注意

示波器的公共端接线，不应造成电路短路。

## 2、RLC 并联电路的相频特性

用示波器的两个通道，测  $U$  和  $U'_R$  的相位变化情况。自行确定电路参数。

3、据测量结果作 RLC 串联电路、RLC 并联电路的幅频特性和相频特性。并计算电路的  $Q$  值。

## 五、RC 串联电路的暂态特性

如果选择信号源为直流电压，观察单次充电过程要用存储式示波器。我们选择方波作为信号源进行实验，以便用普通示波器进行观测。由于采用了功率信号输出，故应防止短路。

1、选择合适的  $R$  和  $C$  值，根据时间常数  $\tau$ ，选择合适的方波频率，一般要求方波的周期  $T > 10\tau$ ，这样能较完整地反映暂态过程，并且选用合适的示波器扫描速度，以完整地显示暂态过程。

2、改变  $R$  值或  $C$  值，观测  $U_R$  或  $U_C$  的变化规律，记录下不同  $RC$  值时的波形情况，并分别测量时间常数  $\tau$ 。

3、改变方波频率，观察波形的变化情况，分析相同的  $\tau$  值在不同频率时的波形变化情况。

4、根据不同的  $R$  值、 $C$  值，画出  $RC$  电路的暂态响应曲线。

## 六、RL 电路的暂态过程

1、选取合适的  $L$  与  $R$  值，注意  $R$  的取值不能过小，因为  $L$  存在内阻。如果波形有失真、自激现象，则应重新调整  $L$  值与  $R$  值进行实验，方法与  $RC$  串联电路的暂态特性实验类似。

2、根据不同的  $R$  值、 $L$  值，画出  $RL$  电路的暂态响应曲线。

## 七、RLC 串联电路的暂态特性

1、先选择合适的  $L$ 、 $C$  值，根据选定参数，调节  $R$  值大小。观察三种阻尼振荡的波形。如果欠阻尼时振荡的周期数较少，则应重新调整  $L$ 、 $C$  值。

2、示波器测量欠阻尼时的振荡周期  $T$  和时间常数  $\tau$ 。 $\tau$  值反映了振荡幅度的衰减速度，从最大幅度衰减到 0.368 倍的最大幅度处的时间即为  $\tau$  值。

3、根据不同的  $R$  值画出 RLC 串联电路的暂态响应曲线，分析  $R$  值大小对充放电的影响。



## 实验四 单臂电桥测中值电阻

### 【实验目的】

1. 推导直流电桥的平衡公式。
2. 根据实验原理思考尽快使电桥达到平衡的简捷方法。
3. 掌握直流平衡电桥的工作原理。
4. 学会用单臂电桥测量中等阻值电阻。

### 【实验仪器】

单臂直流电桥、待测元器件、导线两根。

### 【实验原理】

电桥是一种用电阻比较法进行测量的仪器，被广泛用来精确测量许多电学量和非电量，在自动控制测量中也是常用的仪器之一。电桥按其用途，可分为平衡电桥和非平衡电桥；按其使用的电源又可分为直流电桥和交流电桥；按其结构可分为单臂电桥和双臂电桥。电阻按阻值的大小大致可分为三类：待测电阻值在  $1\text{M}\Omega$  以上的为高阻；在  $1\Omega\sim 1\text{M}\Omega$  称为中值电阻，可用单臂（惠斯登）电桥测量；阻值在  $1\Omega$  以下的为低值电阻，则必须使用双臂电桥（开尔文电桥）来进行测量。

用伏安法测电阻时，由于电表精度的制约和电表内阻的影响，测量结果准确度较低。于是人们设计了电桥，它是通过平衡比较的测量方法，而表征电桥是否平衡，用的是检流计示零法。只要检流计的灵敏度足够高，其示零误差即可忽略。用电桥测量电阻的误差主要来自于比较，而比较是在待测电阻和标准电阻间进行的，标准电阻越准确，电桥法测电阻的精度就越高。

#### 1、单双臂电桥作为单臂电桥使用时的工作原理

QJ23A 型电桥的内部线路如图 4-1 所示。

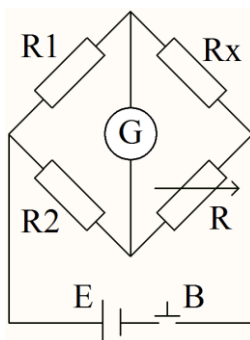


图 4-1 平衡电桥

图中， $R_1$ ， $R_2$ ——转换开关式比率臂电阻箱  
 $R$ ——转换开关式测定臂电阻箱  
 $G$ ——检流计  
 $B$ ——电源开关  
 $R_x$ ——待测电阻

当电桥平衡时，由检流计上无电流得出：

$$I_1 = I_x, \quad I_2 = I$$

由检流计两端电位相等得：

$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

$$I_x R_x = IR$$

由以上四式得出：

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R$$

这样待测电阻  $R_x$  可以由  $R_1$ 、 $R_2$  的比率 ( $\frac{R_1}{R_2}$ ) 与  $R$  的乘积决定，因此通常称  $R_1$ 、 $R_2$  所在的桥臂为比率臂，称  $R$  所在的桥臂为测定臂。

## 2、电桥平衡时的基本特点

- (1) 电桥平衡与否仅由各臂参数确定，与电源及检流计内阻无关。
- (2) 电桥平衡时，电源和检流计位置可以互换，并且电桥相对臂亦可互换，一个对角线的状态（开路或接有某一电阻）不会影响另一对角线的状态（电流的大小）。
- (3) 电桥平衡时，从电源对角线两端向电桥看去所呈现的电阻（即所谓输入电阻） $R_{Sr}$  与测量对角线的电阻  $R_g$  无关，而输出电阻（即从测量对角线向电源看去所呈现的电阻） $R_{Sc}$  与电源支路中电阻  $R_E$  大小无关。
- (4) 电桥平衡时，电桥各臂的相对灵敏度都有相同的，这样在检查电桥灵敏度时可任选一臂作为可变臂。

在许多测量和实验方法中，都是利用了电桥的以上特点。

## 3、电桥灵敏度

电桥达到平衡时，若使其中一个桥臂的电阻值  $R$  改变一个微小  $\Delta R$ ，电桥偏离平衡使检流计偏转  $\Delta n$  格（一般取  $\Delta n$  为 30 格左右）则电桥灵敏度（以相对灵敏度表示）定义为：

$$S = \frac{\Delta n}{\Delta R} R$$

实验和理论计算都表明，影响电桥灵敏度的因素是多种多样的。电源电压越高（当然在允许范围内），检流计本身灵敏度越高，检流计内阻越小，桥臂电阻越小，则电桥灵敏度越高。

## 【实验内容】

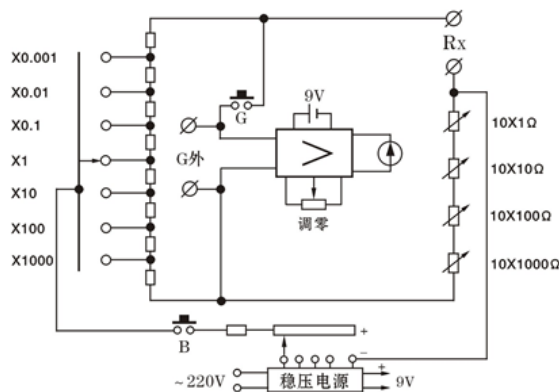


图 4-2 仪表电路原理图

1、未知电阻接到  $R_x$  处，测 4 个未知电阻，同时测量对应的电桥灵敏度。

待测电阻	倍率	电阻码盘读数	电阻测量值	$\Delta R$	$\Delta n$	S
R1x						
R2x						
R3x						
R4x						

2、研究电桥电压对电桥灵敏度的影响。

所选电阻值：\_\_\_\_\_  $\Omega$

电压值	$\Delta R$	$\Delta n$	S
3V			
6V			
15V			

注：

在测量未知电阻时，把 R 置于五位有效数字的最小数，首先选择合适的  $R_1$  与  $R_2$  之比，然后从高位到低位调节 R 各旋钮，直至电桥平衡。

**【注意事项】**

- 1、实验箱上电后，电桥通电前（B 断开时），先通过旋转实验箱上的“调零”旋钮将检流计调零。后续试验中请勿再动此旋钮。
- 2、选择合适倍率使电阻箱最高码盘读数不为 0，保证有效数字位数。
- 3、调平衡时，一定要先粗后细，保护检流计不被损坏。
- 4、检流计灵敏度先低后高，但不是越高越好。
- 5、指针偏转低于 1 格即可认为电桥处于平衡状态。
- 6、电桥上的开关都是常断开关，使用时请用跃按法。

**【思考题】**

- 1、电桥灵敏度与哪些因素有关？
- 2、怎样使电桥尽快至平衡？

## 实验五 用双臂电桥测量低值电阻

### 【实验目的】

- 1、掌握双臂电桥测电阻的原理和方法。
- 2、学习并掌握用 FB513 型组装式双臂电桥测量低值电阻的方法。

### 【实验原理】

用伏安法测电阻时，由于电表精度的制约和电表内阻的影响，测量结果准确度较低。于是人们设计了电桥，它是通过平衡比较的测量方法，而表征电桥是否平衡，用的是检流计示零法。只要检流计的灵敏度足够高，其示零误差即可忽略。

用电桥测电阻的误差主要来自于比较，而比较是在待测电阻和标准电阻间进行的，标准电阻越准确，电桥法测电阻的精度就越高。

#### 一、双臂电桥测低值电阻的原理

当用单臂电桥测电阻时，其中比例臂电阻可采用较高的电阻，因此，与比例臂电阻相连接的导线电阻和接触电阻都可以忽略不计。如果待测电阻  $R_x$  属于低值电阻，那么比较臂电阻  $R_N$  也应该用低值电阻。因此与  $R_x$ 、 $R_N$  相连的四根导线和几个接点的接触电阻对测量结果的影响就显得比较可观，不能轻易忽略。为了减少它们的影响，我们对单臂电桥作了两处明显的改进，从而发展成双臂电桥：

1、被测电阻  $R_x$  和标准电阻  $R_N$  均采用四端接法。四端接法示意图见图 5-1，图中  $C_1$ 、 $C_2$  是电流端，通常接电源回路，从而将这两端的引线电阻和接触电阻折合到电源回路的其它串联电阻中； $P_1$ 、 $P_2$  是电压端，通常接测量电压用的高电阻回路或电流为零的补偿回路，从而使这两端的引线电阻和接触电阻对测量的影响大为减少。采用这种接法的电阻称为四端电阻。

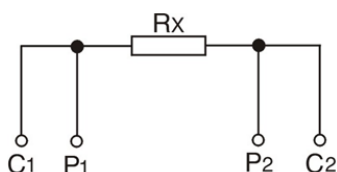


图 5-1 四端接法

2、把低值电阻的四端接法用于电桥电路。如图 5-2 所示。其中增设了电阻  $R_2$ 、 $R'$ ，构成另一臂，其阻值较高。这样，电阻  $R_x$  和  $R_N$  的电压端附加电阻由于和高阻值桥臂串联，其影响就大大减少了；两个靠外侧的电流端附加电阻串联在电源回路中，对电桥没有影响；两个内侧的电流端的附加电阻和连线电路总和为  $r$ ，只要适当调节  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R$ 、 $R'$  的阻值，就可以消除  $r$  (对测量结果的影响。调节  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R$ 、 $R'$ ，使流过检流计  $G$  的电流为零，电桥达到平衡，于是得到以下三个回路方程：

$$\begin{cases} I_1 R = I_3 R_x + I_2 R' \\ I R_1 = I_2 R_2 + I_3 R_N \\ I_2 (R_2 + R') = (I_3 - I_2) r \end{cases}$$

上式中各量见图 5-2 所示上列方程可得：

$$R_x = \frac{R}{R_1} R_N + \frac{r R_2}{R + R_2 + r} \left( \frac{R}{R_1} - \frac{R'}{R_2} \right) \quad 5-1$$

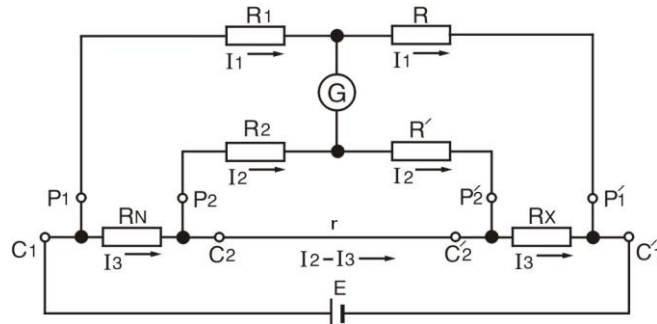


图 5-2 电桥电路

从 5-1 式可以看出，双臂电桥的平衡条件与单臂电桥平衡条件的差别在于公式右边多出了第二项，如果满足以下辅助条件：

$$\frac{R}{R_1} = \frac{R'}{R_2} \quad 5-2$$

则公式 5-1 中第二项为零，于是得到双臂电桥的平衡条件为：

$$R_x = \frac{R}{R_1} R_N \quad 5-3$$

可见，根据电桥平衡原理测电阻时，双臂电桥与单臂电桥具有完全相同的表达式。

为了保证在电桥使用过程中  $\frac{R}{R_1} = \frac{R'}{R_2}$  的辅助条件始终成立，通常将电桥设计成一种特殊

结构，即  $R$ 、 $R'$  采用特制的同轴调节的十进制五盘电阻箱。其中每位的调节转盘下都有两组相同的十进电阻，因此无论各个转盘位置如何，都能保持  $R$ 、 $R'$  相等，以 FB513 型组装式双臂电桥为例：其阻值调节范围等于： $(0 \sim 10) \times (1000 + 100 + 10 + 1 + 0.1) \Omega$ 。 $R_2$  和  $R_1$  采用 3 对不同的固定电阻，分别为： $100\Omega$ 、 $1000\Omega$ ，对于这样设计的电桥，只要调节到  $R_1 = R_2$ ，则 5-1 式要求的条件就能得到满足。

在这里必须指出，在实际的双臂电桥中，很难做到  $\frac{R_1}{R_2}$  和  $\frac{R'_1}{R'_2}$  完全相等，所以电阻  $r$  越小越好，因此  $C_2$  和  $C_2'$  之间尽量用短粗导线连接。

### 【实验仪器】

FB513 型组装式双臂电桥是根据图 5-2 直流双臂电桥电原理图设计的。其面板布置见图 5-3。

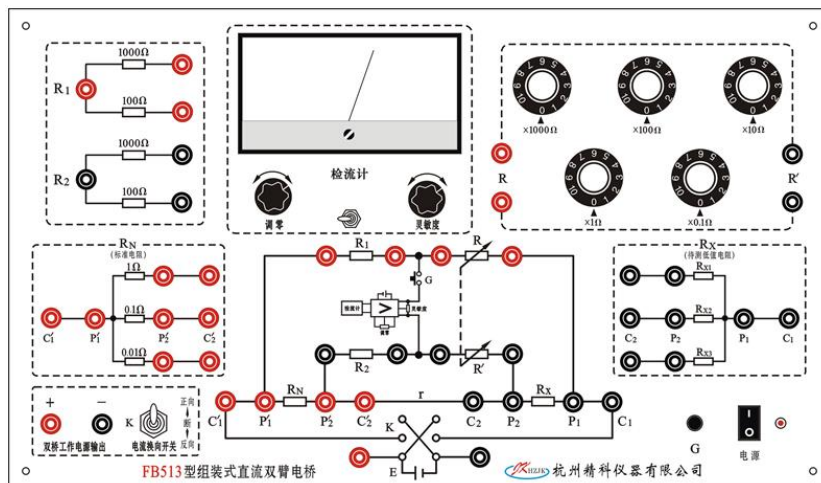


图 5-3 仪器面板布置图

图 5-3 中,  $R_1$  和  $R_2$  是二组阻值分别为  $100\Omega$ 、 $1000\Omega$  电阻的电桥比例臂,  $R$  和  $R'$  是五个同轴调节十进制步进开关电阻盘, 可同时分别输出二组  $10 \times (1000+100+10+1+0.1) \Omega$  调节范围内阻值相同的电阻值, 作电桥的测量臂用。“ $R_N$ ”为电桥内附的标准电阻, 其阻值分别为  $1\Omega$ 、 $0.1\Omega$ 、 $0.01\Omega$ ，“ $R_X$ ”为电桥内附的待测电阻, 其标称值分别为:  $R_{X1}=0.02\Omega$ 、 $R_{X2}=0.36\Omega$ 、 $R_{X3}=0.82\Omega$ 。电桥的检流计内附电子放大电路, 附有调零装置, 检流计的灵敏度可以调节, 因此该电桥省去了检流计支路的保护电阻, 检流计电源的通断由检流计表头下方的扭子开关控制, 信号通断由“G”按钮控制, 检流计的电路仪器内部已连接好。电桥的工作电源由仪器内部的稳压电源供给, 通过换向开关接入电桥电路。此外仪器还附有可供测量 3 根不同材料金属棒的 SR-1 型四端测量夹具, 提供了另外一种形式的低值电阻的测试方法。

### 【实验内容】

#### 一、用 FB513 型组装式单双臂电桥测量低值电阻

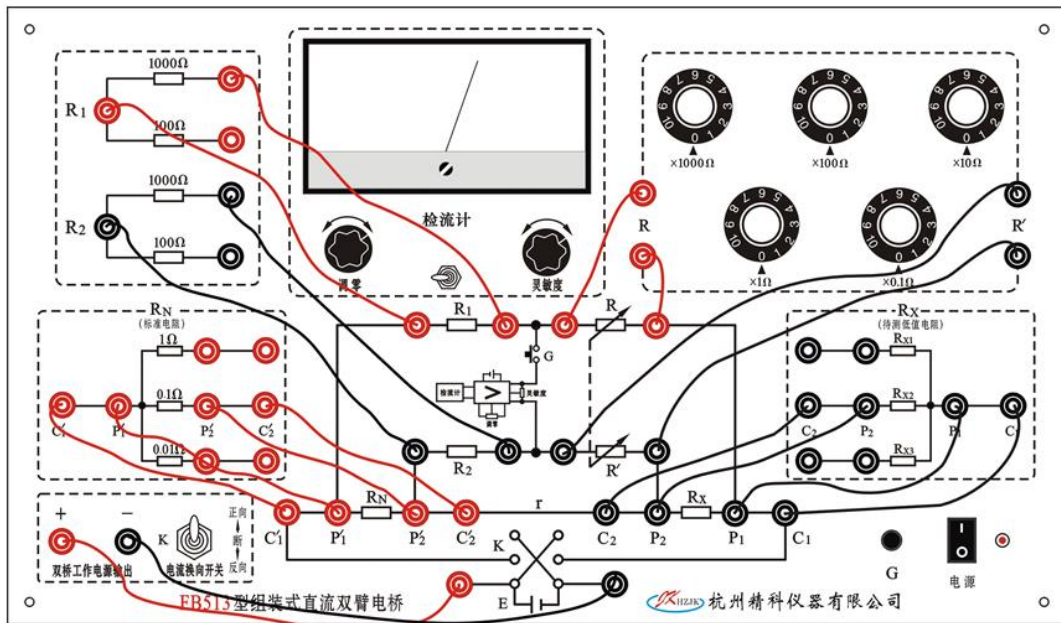


图 5-4 单双臂电桥测量低值电阻

- 1、在仪器面板上选择待测电阻及  $R_1$  与  $R_2$  ( $R_1=R_2$ ) 后按图 5-4 所示连接线路;
- 2、选择  $R_1$  与  $R_2$  可参见下表

被测电阻	标准电阻 (内附)	比例臂电阻	准确度等级	电源电压
$R_X (\Omega)$	$R_N (\Omega)$	$R_1=R_2 (\Omega)$	%	U (V)
10 ~ 100	1	100	0.2	1.5
1 ~ 10	1	1000	0.1	
0.1 ~ 1	0.1			
0.01 ~ 0.1	0.01			
0.001 ~ 0.01	0.01	1000	0.5	

3、将检流计“灵敏度”调节电位器置于中间位置 (即检流计灵敏度不是最高位置), 电流换向开关置于中间位置 (断位置),

4、开启“电源”开关 (指示灯亮), 将检流计工作电源接通, 电子检流计工作, 调节“调零”旋钮使检流计指针指“0” (此时, “G”按钮不要按下), 然后按下“G”按钮, 线路中的检流计回路接通, 再次调节“调零”旋钮使检流计指针指“0”;

5、估计被测电阻的阻值, 在测量盘上打好相应的指示值, 然后将“电流换向开关”拨到“正向”方向, 线路中的电源回路接通, 调节测量盘使检流计指“0”;

6、调节“灵敏度”旋钮, 提高检流计的灵敏度, 再次调节测量盘使检流计指“0”, 此时,

测量盘示值为该电阻的实际值： $R_x = \frac{R(\text{测量盘示值})}{R_2} \cdot R_N$

7、将“电流换向开关”拨到“反向”方向，重复测量一次，按实验要求，将该被测电阻多次进行正反向测量并记录。

## 二、用 FB513 型组装式双臂电桥测量金属棒电阻

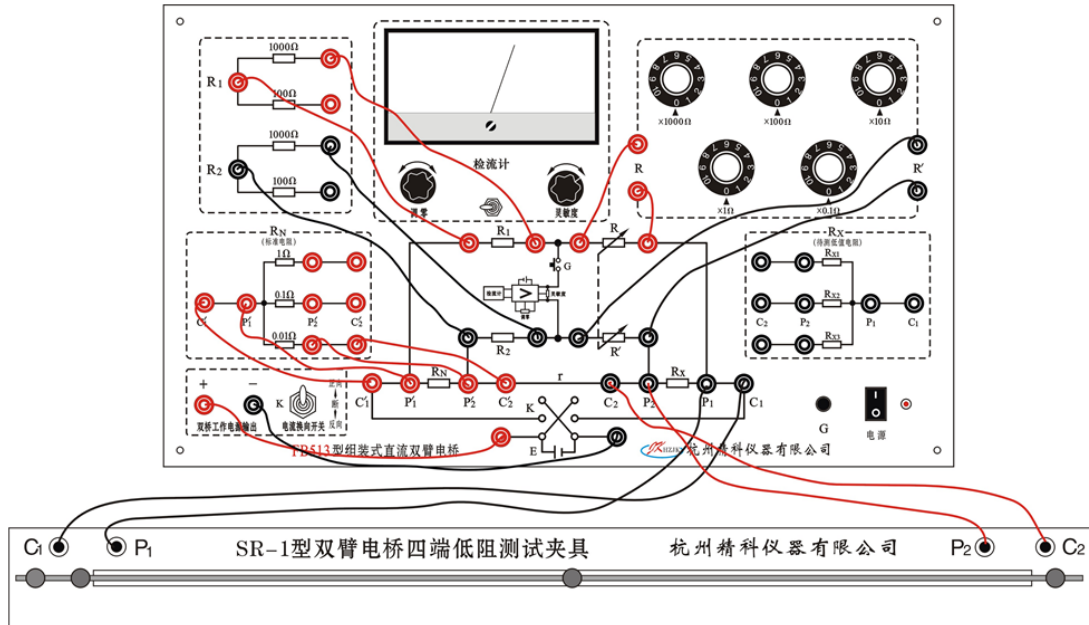


图 5-5 双臂电桥测量金属棒电阻

1、选择待测金属棒，将棒穿入 SR-1 面板上的四个固定立柱，利用左边二个及右边一个固定立柱将金属棒固定，中间可滑动的立柱，待选择测量距离后，再将其固定在金属棒相应位置上；

2、按图 5-5 所示连接好导线，“ $R_N$ ”标准电阻选择“ $0.01\Omega$ ”， $R_1=R_2=1000\Omega$ ；

3、测量方法同低值电阻测量方法；

4、调换不同材质的金属棒进行测量并将测量结果记录于表格中，并计算该金属棒的电阻率。

### 【注意事项】

1、测低电阻时通过待测电阻的电流较大，在测量过程中通电时间应尽量短暂，即换向开关只在调节电桥平衡时接通，一旦调节完毕，即刻断开，以避免待测电阻和导线发热造成测量误差。

2、用双臂电桥测电阻时，应按上述表中之规定，在选择  $R_N$  及  $R_1$  与  $R_2$  时，尽可能用上测量盘 (R) 的第 I 读数盘读出被测电阻值  $R_x$  的数字，从而保证测量值有较多的有效位数，并可减小电阻元件的功率消耗。

3、导线连接时应完全按接线图所示，连接方向不能搞错，否则会导致电桥无法调平衡。

4、被测电阻值  $R_x < 0.001\Omega$ ， $R_N$  选  $0.01\Omega$ ，测量盘 (R) 的第 II 读数盘读出被测电阻值  $R_x$  的数字。

5、仪器面板所示虚线框为各部件的组合分布区域，不代表连接导线。

### 【数据与结果】

1、将测量结果记录在下列表格中

(1) 双臂电桥低值电阻测量记录表格 (供参考)

测量次数	待测电阻实测值 ( $R_{X1}$ )		待测电阻实测值 ( $R_{X2}$ )		待测电阻实测值 ( $R_{X3}$ )	
	正向	反向	正向	反向	正向	反向
1						
2						
3						

(2) 双臂电桥金属棒电阻测量记录表格 (供参考)

测量距离 (Cm)	铜棒电阻实测值 ( $R_{X1}$ )		铁棒电阻实测值 ( $R_{X2}$ )		铝棒电阻实测值 ( $R_{X3}$ )	
	正向	反向	正向	反向	正向	反向
20						
30						
40						
50						

2、确定电阻测量结果的不确定度:

$$\Delta R_x = R_{\max} \times \text{准确度等级}\%$$

FB513 型自装式双臂电桥准确度等级是 0.1,  $R_{\max}$  是所选用的比例臂电阻  $R_1$ 、 $R_2$  及  $R_N$  条件下最大可测电阻值。最后把实验结果记为  $R_x \pm \Delta R_x (\Omega)$ 。

附: 被测金属棒—铜棒  $\phi 2.74\text{mm}$ , 电阻率约:  $0.0177\Omega/\text{mm}^2/\text{m}$

被测金属棒—不锈钢棒  $\phi 3.94\text{mm}$ , 电阻率约:  $0.72\Omega/\text{mm}^2/\text{m}$

被测金属棒—合金铝棒  $\phi 4.0\text{mm}$ , 电阻率约:  $0.037\Omega/\text{mm}^2/\text{m}$

### 【思考题】

1、双臂电桥与单臂电桥相比作了哪些改进? 双臂电桥是怎样避免接线电阻和接触电阻对测量结果的影响的?

2、双臂电桥的平衡条件是什么?

3、FB513 型组装式双臂电桥使用时, 如何按被测电阻  $R_x$  估计值, 选择比率臂电阻的阻值和大致估计  $R$  应放置的位置?

4、双桥实验中的换向开关的作用是什么?

5、双桥实验中, 连线和操作要注意哪些问题?



## 实验六 用比较法测量直流电阻

### 【实验目的】

- 1、用惠斯通电桥(单电桥)和双电桥测量未知电阻, 计算不确定度;
- 2、用直接比较法(电阻比等于电压比)测量不同的未知电阻, 计算不确定度;
- 3、测量室温下金属丝的电阻率;

### 【实验仪器】

DH6108 赛电桥综合实验仪、四位半数字万用表、QJ23a 直流单臂电桥、ZX21a 直流电阻箱(选配)、FB513 组装时双臂直流电桥、螺旋测微尺和游标卡尺(>200mm)

### 【实验原理】

#### 一、伏安法测量电阻的原理

##### 1、实验线路的比较和选择

当电流表内阻为 0, 电压表内阻无穷大时, 下述两种测试电路的测量不确定度是相同的。

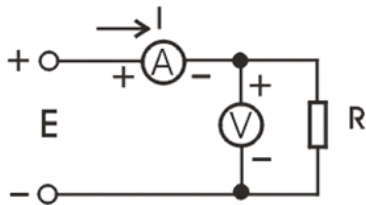


图 6-1 电流表外接测量电路

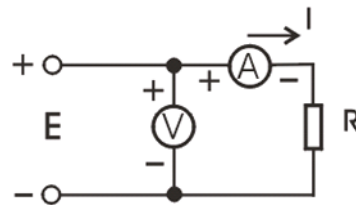


图 6-2 电流表内接测量电路

理想情况下, 被测电阻  $R = \frac{V}{I}$ 。实际的电流表具有一定的内阻, 记为  $R_I$ ; 电压表也具有

一定的内阻, 记为  $R_V$ 。因为  $R_I$  和  $R_V$  的存在, 如果简单地用  $R = \frac{V}{I}$  公式计算电阻器电阻值, 必然带来附加测量误差。为了减少这种附加误差, 测量电路可以粗略地按下述办法选择:

比较  $\lg(R/R_I)$  和  $\lg(R_V/R)$  的大小, 比较时  $R$  取粗测值或已知的约值。如果前者大则选电流表内接法, 后者大则选择电流表外接法(选择原则 1)。

如果要得到测量准确值, 就必须按下 6-1、6-2 两式, 予以修正。

即电流表内接测量时:

$$R = \frac{V}{I} - R_I \quad 6-1$$

电流表外接测量时:

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{V} - \frac{1}{R_V} \quad 6-2$$

上两式中:

- $R$ —被测电阻阻值, 单位  $\Omega$ ;
- $V$ —电压表读数值, 单位 V;
- $I$ —电流表读数值, 单位 A;
- $R_I$ —电流表内阻值, 单位  $\Omega$ ;
- $R_V$ —电压表内阻值, 单位  $\Omega$ 。

## 2、基本误差限与不确定度

实验使用的数字电压表和电流表的量程和准确度等级一定时，可以估算出  $U_V$ 、 $U_I$ ，再用简化公式  $R = \frac{V}{I} - R_I$  计算时的相对不确定度：

$$\frac{U_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{U_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{U_I}{I}\right)^2} \quad 6-3$$

式中  $U_R$  表示测量  $R$  的不确定度，并非指  $R$  的电压值。

可见要使测量的准确度高，应选择线路的参数使数字表的读数尽可能接近满量程（选择原则 2），因为这时的  $V$ 、 $I$  值大， $U_R/R$  就会小些。

当数字电压表、电流表的内阻值  $R_V$ 、 $R_I$  及其不确定度大小  $U_{R_I}$ 、 $U_{R_V}$  已知时，可用公式 6-1、6-2 更准确地求得  $R$  的值，相对不确定度由下式求出：

电流表内接时：

$$\frac{U_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{U_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{U_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{U_{R_I}}{R_I}\right)^2 \left(\frac{R_I}{V/I}\right)^2} / \left[1 - \frac{R_I}{V/I}\right] \quad 6-4$$

电流表外接时：

$$\frac{U_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{U_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{U_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{U_{R_V}}{R_V}\right)^2 \left(\frac{V/I}{R_V}\right)^2} / \left[1 - \frac{V/I}{R_V}\right] \quad 6-5$$

这就知道由公式 6-1、6-1 来得到电阻值  $R$  时，线路方案和参数的选择应使  $U_R/R$  尽可能最小（选择原则 3）。

## 二、惠斯通电桥(单电桥)和双电桥测量未知电阻的原理

现代计量中直流电桥正逐步被数字仪表所替代，以往在电阻测量中电桥起了重要作用。惠斯通电桥(Wheatstone's bridge)沿用了近二百年，1833 年由克里斯泰(Cheistie)首先提出，后来以惠斯通名字命名；用惠斯通电桥测电阻也是大、中学物理实验的常见题目。电桥产生的背景是：

1) 在数字仪表发展之前的时期，如果用伏安法测量电阻  $R = V/I$ ，需要同时准确测量电压  $V$  和电流  $I$ ，当时 0.2 级模拟式电表的制造成本与价格就已经显著高于准确度约 0.05% 的 6 位旋钥式电阻箱。

2) 伏安法测量的条件要求较高，如 0.2 级电表的使用与检定的条件要求较高，对电源的稳定性要求也高。

3) 电桥采用比较测量方法，只要求平衡指零仪表的灵敏度足够高(对其准确度无要求)，对电源稳定性指标的要求也很低。准确电阻易于制造、模拟电表准确度差、一般电源稳定度差是惠斯通电桥产生的物质背景。巧妙的比较测量思想是使电桥长期用于教学实验的理论原因。

### 1、惠斯通电桥(单电桥)的原理

电桥原理图见图 6-3，图中标准电阻  $R_1$ 、 $R_2$  和可变电阻  $R$  的阻值已知，它们和被测电阻  $R_x$  连成四边形，每条边称作电桥的一个臂。对角 A 和 C 之间接电源  $E$ ；对角 B 和 D 之间接电流计  $G$ ，它象桥一样。若调节  $R$  使电流计中电流为零，B 和 D 点等电位，电桥达到平衡，可得

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R \quad 6-6$$

若电流计足够灵敏，式 6-6 就能相当好地成立，被测电阻值  $R_x$  可仅从三个标准电阻的值来求得，与电源电压无关。这一过程相当于把  $R_x$  和标准电阻相比较，因而准确度高。仪器中将  $R_2/R_1$  做成比率为  $c$  不同档，则  $R_x$  为

$$R_x = cR \quad 6-7$$

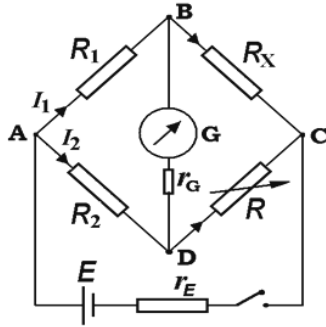


图 6-3 电桥原理简图

## 2、基本误差限与不确定度

在一定参考条件下(20℃附近、电源电压偏离额定值不大于 10%、绝缘电阻符合一定要求、相对湿度 40~60%等), 直流电桥的允许基本误差(基本误差限) $E_{lim}$ 为:

$$E_{lim} = \pm a\% \left( cR + \frac{cR_N}{10} \right) \quad 6-8$$

式中  $c$  是比率值, 第一项  $a\%cR = a\%R_X$  正比于被测电阻。第二项  $a\%(cR_N/10)$  是常数项, 对实验室的 QJ23a/24 型电桥我们约定取  $R_N = 5000$ , 这是教学中的简化处理(一般厂家给出的  $R_N = 10000$ )。等级指数  $a$  主要反映了电桥中各个标准电阻的准确度。一定测量范围的指数  $a$  与电源电压和检流计指标相联系, 使用中需参考电桥说明书或仪器铭牌的标示参数。教学中一般直接将  $E_{lim}$  的绝对值作为电阻测量结果的不确定度, 即:

$$U_{R_X} = |E_{lim}| \quad 6-9$$

式中  $U_{R_X}$  表示  $R_X$  的不确定度, 不是表示上  $R_X$  的电压, 下同。

## 3、电桥的灵敏阈

当电源、电流计指标不符合测量范围的对应要求时, 电桥平衡后, 微调  $R_X$  电流计可能看不到偏转, 说明电桥不够灵敏。将电流计灵敏阈(0.2 格)所对应的  $R_X$  的变化量  $\Delta_S$  定义为电桥灵敏阈。 $R_X$  改变  $\Delta_S$  可等效为: 使  $R_X$  不变而仅仅使  $R$  改变  $\Delta_S/c$ 。于是测  $\Delta_S$  的步骤为: 平衡后将测量盘  $R$  调偏到  $(R + \Delta R)$ , 使电流计偏转  $\Delta d$  (2 或 1 格), 近似有:

$$\Delta_S = 0.2c \left| \frac{\Delta R}{\Delta d} \right| \quad 6-10$$

电桥灵敏阈  $\Delta_S$  反映了平衡判断的误差影响, 它和电源、电流计参量有关, 还和比率  $c$  及  $R_X$  的大小有关。 $\Delta_S$  愈大, 电桥愈不灵敏。为减小  $\Delta_S$ , 可适当提高电源电压或外接更灵敏的电流计。当电源、电流计指标符合说明书要求时,  $|E_{lim}|$  中已包含了  $\Delta_S$  的影响; 如果不是这样, 则应将  $\Delta_S$  与  $|E_{lim}|$  合成得出不确定度  $U_{R_X}$ 。例如对用三电阻箱作桥臂自组电桥可得:

$$\frac{U_{R_X}}{R_X} = \sqrt{\left( \frac{U_{R_1}}{R_1} \right)^2 + \left( \frac{U_{R_2}}{R_2} \right)^2 + \left( \frac{U_R}{R} \right)^2 + \left( \frac{\Delta_S}{R_X} \right)^2} \quad 6-11$$

式中  $\frac{U_{R_X}}{R_X}$  表示  $R_X$  的相对不确定度, 而不是  $R_X$  上的电压除以  $R_X$ , 类似的  $\frac{U_{R_1}}{R_1}$  也表示  $R_1$  的相对不确定度, 下同。

## 4、双电桥测量低值电阻

测量低值电阻不能用惠斯通电桥(单电桥), 可以用双电桥。双电桥测量低值电阻采用四端接法, 如图 6-4 所示。电流端为  $C_1$ 、 $C_2$ , 电压端为  $P_1$ 、 $P_2$  端。电压测量几乎不取电流,  $AP_1$  和  $BP_2$  引线电阻上的附加电压可忽略不计, 电流  $I$  在引线  $C_1A$ 、 $BC_2$  上的电压及触点  $C_1$ 、 $C_2$  上的接触电势差也被排除在测量支路  $P_1ABP_2$  之外。如被测电阻是均匀导线, 被测导线长度就是  $AB$  两点的间距。关于双电桥的原理和使用方法不再论述, 可以参考有关资料, 使用前可以阅读仪器说明书。

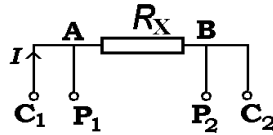


图 6-4 四端接法示意图

在一定参考条件下(20℃附近、电源电压偏离额定值不大于 10%、绝缘电阻符合一定要求、相对湿度 40~60%等), 双臂电桥的允许基本误差(基本误差限)  $E_{lim}$  为:

$$E_{lim} = \pm \alpha \% \left( cR + \frac{cR_N}{10} \right) \quad 6-12$$

式中  $c$  是比率臂示值,  $R$  为测量盘示值。第一项  $\alpha \% cR = \alpha \% R_X$  正比于被测电阻。第二项  $\alpha \% (cR_N/10)$  是常数项, 例如, 对于实验室常见的 FB513 型电桥, 我们在教学中约定取  $R_N = 0.1\Omega$ 。等级指数  $\alpha$  主要反映了电桥中各个标准电阻的准确度。一定测量范围的指数  $\alpha$  与电源电压和检流计指标相联系, 使用中需参考电桥说明书或仪器铭牌的标示参数。

### 5、金属丝电阻和电导率的测量

均匀金属丝的电阻  $R_x$  与直径为  $D$ 、长度为  $l$ 、电阻率为  $\rho$  的关系为

$$R_x = \frac{\rho l}{\pi(d/2)^2} \quad 6-13$$

实验中要测不锈钢丝的电导率  $\rho$  是温度的函数, 室温下在  $10^{-1}\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$  量级, 因而不锈钢丝的电阻  $R_x$  很小。测低值电阻时要用较大的电流, 要设法减小引线(连接导线)电阻和接触点电阻对测量的影响, 因为引线电阻、接触电阻的大小和被测低值电阻相比往往不可忽略。不锈钢丝的直径可用螺旋测微尺测量五次以上, 取平均值; 用游标卡尺测量有效长度。

## 三、比较法测量电阻

### 1、比较法测量电阻的原理

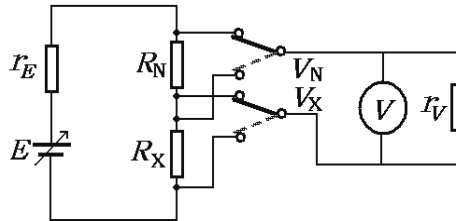


图 6-5 比较法测量电阻

随着现代数字技术的发展基础, 可以采用更为简洁直观的直接(直读)比较测量方法, 电路原理简图如图 6-5 所示。图中  $E$  是电动势为  $E$  的稳压电源, 电源等效内阻为  $r_E$  ( $r_E$  中包括外电路的引线电阻); 被测对象为  $R_X$ ; 比较测量用标准电阻为  $R_N$ ; 等效内阻为  $r_V$  的数字电压表  $V$  通过开关可以分别测量  $R_N$  与  $R_X$  上的电压  $V_N$  和  $V_X$ 。  $r_V \rightarrow \infty$  时可得:

$$R_X = \frac{V_X}{V_N} R_N \quad 6-14$$

当电压表内阻较小时上式似乎不能成立, 但实际上忽略  $r_E$  时上式是恒等式。有兴趣的同学可以预习时自行证明。

在忽略 6-14 式原理误差的前提下, 可得  $R_X$  的相对不确定度为:

$$\frac{U_{RX}}{R_X} = \sqrt{\left(\frac{U_{RN}}{R_N}\right)^2 + \left(\frac{U_{VX}}{V_X}\right)^2 + \left(\frac{U_{VN}}{V_N}\right)^2} \quad 6-15$$

式中  $U_{RN}$  是标准电阻  $R_N$  的不确定度。由于是短时间间隔内的比较测量,  $U_{VN}$  和  $U_{VX}$  不需按数字表直接测量时的不确定度计算, 而可代之以非线性残差限  $U_{inl,min}$ , 或直接用  $U_{rel,inl}$  当作 6-15 式中的相对不确定度值。这样做的优点是: 数字表的非线性残差限明显小于不确定度。当标准

电阻的准确度较高即  $U_{RN}/R_N$  较小时,  $R_X$  的测量结果的准确度也较高。

另外, 这种测量方法即使电压单位被读错, 仍不影响电压比; 即使电压表的不确定度较大, 只要非线性(相对)残差限较小, 测量结果仍较准确。

## 2、实现方式

本实验所采用的测量设备由以下各部分组成:

1) 1~19V 超低准静态内阻的可调直流稳压电源, 用两个多圈电位器作粗调、细调, 输出电流 >10mA, 可用作几十欧姆以上的电阻测量电源;

2) 0~1V 电压源, 最大电流 5A, 供测量几十欧姆以下的低值电阻时用;

3) 0~10mA 输出的电流源, 开路电压 19V, 可用于测量各类电阻响应式传感器, 或者替代非平衡电桥进行相应的实验;

4) 比较测量电路, 包括标准电阻  $R_N$  和转换开关。  $R_N$  由 11 档标称值为  $10^K$  的高准确度标准电阻组成。对于低值电阻、中值电阻和高值电阻三种不同的被测对象, 标准电阻  $R_N$  采用不同的值, 如表 6-1 所示。切换开关在测量低值电阻时严格运用四端接法, 实验装置在面板上有电压端、电流端的不同端钮。

表 6-1 被测电阻与标准电阻阻值

被测电阻的范围		低值电阻				中值电阻				高值电阻	
类似的电桥仪器		FB513				QJ23				QJ36	
$R_N$ ( $\Omega$ )		$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$
测量范围	方法 1	$0.199 R_N \sim 1.99 R_N$									
	方法 2	$0.316 R_N \sim 3.16 R_N$ ( $\sqrt{10} \approx 3.16$ )									
电源选择		低电压, 0.02~1 V				1.0~19 V 连续可调					
		大电流, 0~5 A				不大于 30 mA					
电压表量程 (V)		0.19999				1.9999					
电压表的属性	量程 (V)	0.19999				1.9999 (并联 $r_{\text{par}}$ 再串联 $r_{\text{ser}}$ 之后)					
	总等效内阻 $r$ (k $\Omega$ )	30		300				3000			

5) 多量程数字电压表。由数字电压表、并联防漂电阻  $r_{\text{par}}$ 、串联定值电阻  $r_{\text{ser}}$  等构成。共有 4 个量程: 0.2V (>10M $\Omega$ )、0.2V (30k $\Omega$ )、2V (300k $\Omega$ )、2V (3M $\Omega$ ), 可用于测量电压, 又可研究内阻对测量的影响。

6) 被测低值电阻, 由一根均匀金属丝和接线端钮组成。

## 3、具体测量方式

可以根据需要采用以下两种形式:

1) 调电压使  $V_N$  为额定值的“直读”式测量步骤

“直读”式测量时, 被测量等于读数乘以  $10^K$ 。方法如下

② 调电源电压, 使  $V_N$  为 0.10000V、1.0000V 等额定值;

②  $V_X$  直接读出后, 根据公式 6-14 可知,  $R_X = V_X \times 10^K$ , 这里指数  $K$  为与量程有关的整数。

2) 用  $R_X = R_N V_X/V_N$  计算的“满量程”式测量步骤

为减小  $R_X$  的不确定度  $U_{RX}$ , 在知道  $R_X$  的约值后, 根据  $0.316R_N \leq R_X \leq 3.16R_N$  这个公式来选取测量范围。方法如下:

① 调节电源电压, 使  $R_X$  和  $R_N$  中阻值大的一个电阻上的电压接近满量程;

② 再测量另一较小电阻上的电压, 最后可得  $R_X = R_N V_X/V_N$ 。

这样的操作步骤测量结果要靠计算求出, 不如前述的方法方便, 但是由于  $V_X$  和  $V_N$  都比较大, 可使公式(15)的根式中的分母增大而使不确定度有所减小。

#### \*四、利用直流恒流源，替代非平衡电桥测量连续变化的电阻量

非平衡电桥的原理是：利用电桥不平衡时输出的电压与被测电阻的函数关系，通过测量桥路输出电压来测量连续变化的被测电阻量。

用非平衡电桥测量连续变化的电阻量比较复杂，且输入与输出存在非线性。

用比较法的思路，能够将非平衡电桥测量连续变化的电阻量这种比较复杂的方法，回归到简单测量的方法上来，并且输入量与输出量成线性关系。

只要将电压源改成恒流源，被测电阻接到  $R_X$  端，选择合适的标准电阻和恒流源的电流大小，获得合适的  $V_N$ 、 $V_X$  值，测量  $V_X$  即可实时测量得到  $R_X$ ，从而进一步求得被测物理量。

### 【实验内容】

#### 一、用伏安法测量未知电阻

进行本实验时，需要另行配置一个四位半的数字万用表，选择其电压档，并联一个合适的标准电阻，改装成为电流表使用。

实验仪器自有的四位半数字电压表作电压测量用。它的特点是具有 2 个量程，每个量程又有 2 种不同的内阻，这样可以用不同内阻的表头来测量，并比较内阻对测量结果的影响。

##### 1、测量一个数十 $\Omega$ 的电阻

根据被测电阻的大小，按选择原则 1 选择电流表的接法，按选择原则 2 和 3 选择线路参数，并合适选择工作电源，电压表、电流表的量程。

换用相同量程但不同内阻的电压表进行测量。

##### 2、测量一个 1 千多 $\Omega$ 的电阻

根据被测电阻的大小，按选择原则 1 选择电流表的接法，按选择原则 2 和 3 选择线路参数，并合适选择工作电源，电压表、电流表的量程。

换用相同量程但不同内阻的电压表进行测量。

##### 3、测量一个数百千 $\Omega$ 的电阻

根据被测电阻的大小，按选择原则 1 选择电流表的接法，按选择原则 2 和 3 选择线路参数，并合适选择工作电源，电压表、电流表的量程。

注意，测高值电阻时，由于标准电阻不确定度加大及绝缘电阻等的影响，加上被测对象本身的稳定性也往往较差，读数会出现跳字，这时要读取显示值的平均值。

按公式 6-1、6-2 计算各自的测量结果，按公式 6-3~6-5 计算各自的测量不确定度。将以上结果进行比较。

#### 二、惠斯通电桥(单臂电桥)和双电桥测量未知电阻

进行本实验时，需要另行配置一个直流惠斯通电桥，例如典型的 QJ23a；一个直流开尔文电桥，例如 FB513。如果没有合适的直流惠斯通电桥，也可以另加一个电阻箱，再利用仪器的 2 个标准电阻作为桥臂，构成自组单臂电桥，具体方案参考图 6-3，或由指导老师提供。

电桥的使用方法及注意事项参见电桥说明书。

##### 1、用直流惠斯通电桥分别测量数十 $\Omega$ 、1 千多 $\Omega$ 、数百千 $\Omega$ 的电阻

按公式 6-8 计算各自的测量结果，按公式 6-9 计算各自的测量不确定度。

##### 2、如果用自组电桥测量则应按公式 6-10、6-11 计算各自的测量不确定度。

##### 3、用开尔文电桥测量金属丝电阻和电导率

测得金属丝电阻值和直径后，按公式 6-12 计算基本误差限，按公式 6-13 推导出电导率

#### 三、比较法测量电阻

分别用电压比较法测量数十  $\Omega$ 、1 千多  $\Omega$ 、数百千  $\Omega$  电阻和金属丝低电阻。

##### 1、调电压使 $V_N$ 为额定值的“直读”式测量，具体步骤为：

①预备：通过面板开关和旋钮选择合适的测量档，根据测量范围 ( $0.199 R_N \sim 1.99 R_N$ ) 选定标准电阻  $R_N$ ，可参见表 6-1。再按面板的图示，将电源、表头、标准电阻和被测电阻接好。

②调整：“测量选择”开关打向  $V_N$ ，表头的选择可参见表 1。测量  $V_N$ ，分别仔细调节电压粗调和细调的电位器旋钮，使电压读数值  $V_N$  与下表 6-2 所示的“调整时  $V_N$  的额定值”相差不超过 1LSB (1 个字)。

表 6-2  $0.199R_N \leq R_X \leq 1.99R_N$  时的“直读”式测量计算举例

项目	单位	低值电阻	低值电阻	低值电阻	低值电阻	中值电阻	中值电阻
标准电阻 $R_N$	$\Omega$	1.0000E-2	1.0000E-1	1.0000E+0	1.0000E+1	1.0000E+2	1.0000E+3
$U_{RN}/R_N$	1	5.0%	1.0%	0.20%	0.02%	0.02%	0.02%
上限值 $R_X = 1.99R_N$	$\Omega$	1.99E-02	1.99E-01	1.99E+00	1.99E+01	1.99E+02	1.99E+03
下限值 $R_X = 0.199R_N$	$\Omega$	1.99E-03	1.99E-02	1.99E-01	1.99E+00	1.99E+01	1.99E+02
电压表满量程(FSR)	V	0.19999	0.19999	0.19999	0.19999	1.9999	1.9999
调整时 $V_N$ 的额定值	A	0.05000	0.10000	0.10000	0.10000	1.0000	1.0000
电流 $I$ 的典型值		5.0	1.0	1.0E-01	1.0E-02	1.0E-02	1.0E-03
$R_X$ 的数值	$\Omega$	$5V_X$	$V_X$	$10V_X$	$100V_X$	$100V_X$	$10^3V_X$
$U_{RX}/R_X$	$R_X$ 上限	1	5.0%	1.0%	0.20%	0.026%	0.026%
	$R_X$ 下限	1	5.0%	1.0%	0.21%	0.079%	0.079%

项目	单位	中值电阻	中值电阻	中高值电阻	高值电阻
标准电阻 $R_N$	$\Omega$	1.0000E+4	1.0000E+5	1.0000E+6	1.0000E+7
$U_{RN}/R_N$	1	0.02%	0.02%	0.10%	0.20%
上限值 $R_X = 1.99R_N$	$\Omega$	1.99E+04	1.99E+05	1.99E+06	1.99E+07
下限值 $R_X = 0.199R_N$	$\Omega$	1.99E+03	1.99E+04	1.99E+05	1.99E+06
电压表满量程 (FSR)	V	1.9999	1.9999	1.9999	1.9999
调整时 $V_N$ 的额定值	V	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
电流 $I$ 的典型值	A	1.00E-04	1.00E-05	1.00E-06	1.00E-07
$R_X$ 的数值	$\Omega$	$10^4V_X$	$10^5V_X$	$10^6V_X$	$10^7V_X$
$U_{RX}/R_X$	$R_X$ 上限	1	0.026%	0.026%	0.10%
	$R_X$ 下限	1	0.079%	0.079%	0.13%

③测量：“测量选择”开关打向  $V_X$ ，读取  $V_X$ 。如果这时数字表超过量程，说明  $R_X$  过大，应该换大  $R_N$  值；如果读数小于 2000 个字，则应换小  $R_N$  值。

注意：测高值电阻时，由于标准电阻不确定度加大及绝缘电阻等的影响，加上被测对象本身的稳定性也往往较差，读数会出现跳字，这时要读取显示值的平均值。

④计算：绝大多数情况下， $V_X$  直接读出后， $R_X = V_X \times 10^K$ ，这里指数  $K$  为与量程有关的整数，只有在电阻值的最低档（ $R_N = 1.0000E-2\Omega$ ），由于最大电流为 5A，所以  $R_X = 5V_X$ 。

## 2、用 $R_X = R_N V_X / V_N$ 计算的“满量程”式测量步骤

为减小  $R_X$  的不确定度  $U_{RX}$ ，在知道  $R_X$  的约值后，根据  $0.316R_N \leq R_X \leq 3.16R_N$  这个公式来选取测量范围。 $R_N$  的选择、测量范围及不确定度范围等见表 6-3 所示，表头的选择可参见表 6-1。

方法如下：

①调节电源电压，使  $R_X$  和  $R_N$  中阻值大的一个电阻上的电压接近满量程；

②再测量另一较小电阻上的电压，最后可得  $R_X = R_N V_X / V_N$ 。

这样的操作步骤测量结果要靠计算求出，不如前述的方法方便，但是由于  $V_X$  和  $V_N$  都比较大，可使公式 6-15 的根式中的分母增大，而使不确定度有所减小，这从表 6-2 和表 6-3

的  $U_{RX}/R_X$  一项就可看出。

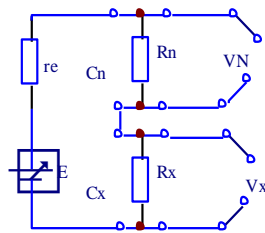
表 6-3  $0.316R_N \leq R_X \leq 3.16R_N$  时用  $R_X = R_N V_X/V_N$  式的计算举例

项目	单位	低值电阻	低值电阻	低值电阻	低值电阻	中值电阻	中值电阻
标准电阻 $R_N$	$\Omega$	1.0000E-2	1.0000E-1	1.0000E+0	1.0000E+1	1.0000E+2	1.0000E+3
$U_{RN}/R_N$	1	5.0%	1.0%	0.20%	0.02%	0.02%	0.02%
上限值 $R_X = 3.16R_N$	$\Omega$	3.16E-02	3.16E-01	3.16E+00	3.16E+01	3.16E+02	3.16E+03
下限值 $R_X = 0.316R_N$	$\Omega$	3.16E-03	3.16E-02	3.16E-01	3.16E+00	3.16E+01	3.16E+02
$R_N R_X$ 大者上的电压约值 $R_X$ 的数值	V		0.19	0.19	0.19	1.9	1.9
$R_X = R_N V_X/V_N$							
$U_{RX}/R_X$	$R_X = R_N$	1	5.0%	1.0%	0.20%	0.023%	0.023%
	$R_X$ 为上或下限	1	5.0%	1.0%	0.20%	0.033%	0.033%

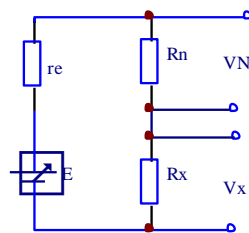
项目	单位	中值电阻	中值电阻	中高值电阻	高值电阻
标准电阻 $R_N$	$\Omega$	1.0000E+4	1.0000E+5	1.0000E+6	1.0000E+7
$U_{RN}/R_N$	1	0.02%	0.02%	0.10%	0.20%
上限值 $R_X = 3.16R_N$	$\Omega$	3.16E+04	3.16E+05	3.16E+06	3.16E+07
下限值 $R_X = 0.316R_N$	$\Omega$	3.16E+03	3.16E+04	3.16E+05	3.16E+06
$R_N R_X$ 大者上的电压约值 $R_X$ 的数值	V	1.9	1.9	1.9	1.9
$R_X = R_N V_X/V_N$					
$U_{RX}/R_X$	$R_X = R_N$	1	0.023%	0.023%	0.10%
	$R_X$ 为上或下限时	1	0.033%	0.033%	0.10%

实验接线图：

① 四端电阻（接法如图 6-4）电源 0-1V（5A）测量范围  $10^{-2}-10^2\Omega$



② 普通电阻接法电源 1-19V（10mA）测量范围  $10^3-10^7\Omega$



四、计算出前面各种方法测出的结果和不确定度，进行比较。分析这些方法各自的特点。

\*五、设计性实验：用 PT100 铂电阻设计一个数字温度计。

用前述比较法测量电阻的理论及计算公式，将恒流源接入标准电阻和被测电阻串联组成



的回路中，代替非平衡电桥测量变化的温度。

选择合适的标准电阻和恒定电流的大小，获得与温度  $t$  有关的  $V_X$  值，并进行处理即可实时测量温度。过程如下：

一般来说，金属的电阻随温度的变化，可用下式描述：

$$R_x = R_{X0} (1 + \alpha t + \beta t^2) \quad 6-16$$

在测量准确度要求不高或温度范围不大的情况下，如果忽略温度二次项  $\beta t^2$ ，可将铂电阻的阻值随温度变化视为线性变化，即

$$R_x = R_{X0} (1 + \alpha t) = R_{X0} + \alpha t R_{X0} \quad 6-17$$

这时 PT100 铂电阻的  $R_{X0}$  约为  $100\Omega$ ， $\alpha$  约为  $3.85 \times 10^{-3}/^\circ\text{C}$ ，所以

$$R_x = 100 + 3.85 \times 10^{-3} \times 100t$$

结合公式  $R_X = R_N V_X / V_N$ ，可知：

$$V_x = \frac{V_N}{R_N} R_x = \frac{V_N}{R_N} (100 + 3.85 \times 10^{-3} \times 100t)$$

如果选择  $R_N = 100\Omega$ ，有

$$V_x = V_N + 3.85 \times 10^{-3} t \quad 6-18$$

可见，这时  $V_X$  与  $t$  成正比， $t$  为摄氏温度。

将  $V_X$  和  $V_N$  求差（可用减法器实现），并作一定系数  $k$  的变换可得到：

$$V'_x = k(V_x - V_N) = 3.85 \times 10^{-3} kt = 10^n t \quad 6-19$$

式中  $k$  为放大系数， $n$  为与数字表量程相关的系数。

将  $V'_x$  用数字电压表显示出来，就是温度值了。

具体的电路由实验者自行设计搭建，注意，对  $V_X$  和  $V_N$  求差值时要进行高阻抗放大，以免引入误差。

由于以上方法忽略了 PT100 的二次项  $\beta t^2$ ，所以必然会引入一定的误差。实际应用中可以引入校准电路，对所测得温度范围内进行线形校准，提高测量的准确度。

## 附录 1 四位半数字电压表的误差和非线性残差的分布特征研究实验

### 1、反映测量准确度的示值误差限或测量不确定度

量程固定的四位半数字面板表和多量程直流电压表（如数字万用表的直流电压挡），不确定度的典型值分别为

四位半面板表：

$$U_{V_X} / V_X = 0.02\% + 0.01\% V_m / V_X \quad 6-20$$

多量程表的基本量程：

$$U_{V_X} / V_X = 0.05\% + 0.015\% V_m / V_X \quad 6-21$$

式中  $V_m$  为量程。附图 1 中，虚线所表示的就是数字表的不确定度。

### 2、示值误差

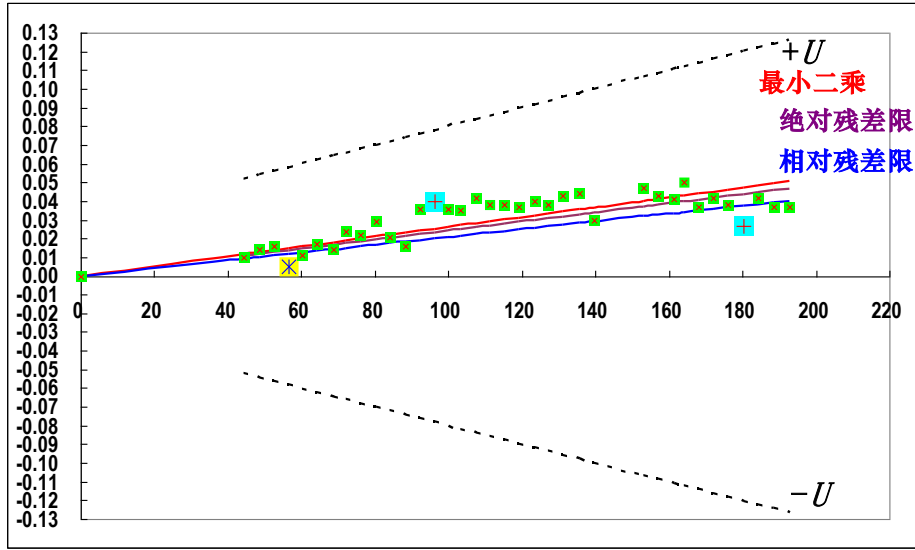
如果用高准确度的 UT805 型五位半数字表测量一系列被测量  $V_{Xi}$  的准确值  $V_{ti}$ ，同时读取四位半表的显示值  $V_{di}$ 。这样， $V_{ti}$  可看作约定真值，就可以算出对应这一系列被测量  $V_{Xi}$  的误差  $e_i$

$$e_i = V_{di} - V_{ti} = V_{di} - V_{Xi} \quad 6-22$$

附图 1 中带绿色标记点表示  $e_i$  的值及分布。

$V_{ti}$  比  $V_{di}$  多一位有效数字。测出一定个数的误差  $e_i$ ，可以画出近似的表示  $e_i - V_{Xi}$  关系的误差分布趋势曲线。这里所说的误差，不是对同一量的多次测量中的误差，而是反映不同被测量时的误差。它包含随机误差、系统误差两类分量。如果对每一个不同的  $V_{Xi}$  都分别作多次测量

可以发现：同一被测量 $V_{Xi}$ 的误差的平均值比较稳定，对确定的 $V_{Xi}$ 来说误差的平均值可看作系差分；但是这样的误差平均值随着 $V_{Xi}$ 的不同而不同，实际仪表一般不可能给出详细的误差特性，因此这种对确定的 $V_{Xi}$ 来说的属于系差的分量，对不同的 $V_{Xi}$ 来说具有随机性。



附图1 数字表的示值误差、不确定度及非线性残差限

### 3、非线性残差限 $U_{inl}$ 与非线性相对残差限 $U_{rel,inl}$

以 $V_{Xi}$ 为自变量、 $V_{di}$ 为因变量作过原点的直线拟合，可得方程

$$\hat{V}_{di} = bV_{Xi} \quad 6-23$$

斜率的理想值为整数1。非线性残差为 $v_{inl,i} \equiv V_{di} - bV_{Xi}$ ，定义非线性残差限 $U_{inl}$ 为

$$U_{inl} \approx |v_{inl,i}|_{\max} = |V_{di} - bV_{Xi}|_{\max} \quad 6-24$$

误差是测量值与(约定)真值之差，残差是测量值与最佳估值之差。求上式斜率可以用对应不同判据的不同的拟合方法，包括最小二乘法等，因而就有相对应的不同的非线性残差限。

#### 1) 最小二乘法

由多组数据 $V_{di}$ 和 $V_{Xi}$ 可先用最小二乘法求斜率 $b_{LSM}$ ，再算出非线性残差限 $U_{inl,LSM}$ 来。

附图1中，红色的过零点射线表示了用**最小二乘法**做出的拟合直线

#### 2) 最大残差(绝对值)极小法

由 $b_{LSM}$ 求出的残差分布区间一般正负不对称，只是使残差平方和极小。可用**数值方法**找出 $b_{LSM}$ 附近的“最佳”斜率 $b'$ ，使残差分布正负基本对称，从而使非线性残差限 $U_{inl,min}$ 极小

$$U_{inl,min} = (V_{di} - b' V_{Xi})_{\max} \approx |(V_{di} - b' V_{Xi})_{\min}| \quad 6-25$$

附图1中，紫色的过零点射线表示了用**最大残差(绝对值)极小法**做出的拟合直线。

#### 3) 残差限为对称射线(相对残差限最小)法

测电压比 $(V_X/V_N)$ 时相对不确定度为

$$U_{(V_X/V_N)}/(V_X/V_N) \approx \sqrt{(U_{V_X}/V_X)^2 + (U_{V_N}/V_N)^2}$$

它与斜率 $b$ 的取值无关。一般测量时 $V_{Xi} \geq 0.1V_m$ ，在 $b_{LSM}$ 附近用**数值方法**可找到另一“最佳”斜率 $b''$ ，使残差限为关于“最佳”直线对称的两条射线，也就是使相对残差的分布区间正负对称。定义该区间的半宽度为非线性相对残差限 $U_{rel,inl}$ ，用百分比表示

$$U_{rel,inl} = \left( \frac{V_{di} - b'' V_{Xi}}{V_{Xi}} \right)_{\max} \approx \left| \left( \frac{V_{di} - b'' V_{Xi}}{V_{Xi}} \right)_{\min} \right| \quad (\text{for } V_{Xi} \geq 0.1V_m) \quad 6-26$$

附图1中，蓝色的过零点射线表示了用**残差限为对称射线(相对残差限最小)法**做出的拟合直线。

因实测数据有限、仪表使用期间非线性关系也可能有变化，所以由一定数据(如 40 组)定出的  $U_{rel,inl}$  可能略小于实际值。在测电压比时，由于电压  $V_X$  和  $V_N$  不同，用  $U_{inl,min}$  和  $U_{rel,inl}$  所得电压比不确定度也不同，两者用一种即可。

#### 4、非线性(相对)残差限显著小于相应的(相对)不确定度

用上述测量方法，我们以两块不同型号的四位半万用表的  $V_m = 2V$  档为例，测量了并计算出了它们的不确定度、最大的误差绝对值、最小二乘法直线的非线性残差限  $U_{inl,LSM}$ 、最大残差极小化的非线性残差限  $U_{inl,min}$ 、 $V_{Xi} \geq 0.1V_m$  时的非线性相对残差限  $U_{rel,inl}$ ，分别如附表 1 所示。

附表 1 典型数字电压表的参量比较(LSBs 表示末位一个字)

	某 UT58E 型表	某一 VC9806 型表	VC9806 测 0.6 V 时
不确定度 $U_{V_X}$	0.10% $V_X + 3LSBs$	0.05% $V_X + 3LSBs$	6LSBs 或 0.10%
最大的误差绝对值 $ V_{di} - V_{Xi} _{max}$	5.7LSBs	2.5LSBs	2.5LSBs 或 0.042%
A.非线性残差限,最小二乘法(LSM)	$U_{inl,LSM} = 2.4LSBs$	$U_{inl,LSM} = 1.5LSBs$	1.5LSBs 或 0.025%
B.最大残差绝对值极小法	$U_{inl,min} = 1.7LSBs$	$U'_{inl} = 1.2LSBs$	1.2LSBs 或 0.020%
C.残差限为对称射线法( $V \geq 0.2V$ )	$U_{rel,inl} = 0.027\%$	$U_{r,inl} = 0.014\%$	0.014%

由附图 1 和附表 1 可见：**非线性(相对)残差限显著小于相应的(相对)不确定度**，这是对其它类型数字电压表也成立的普遍事实。这一事实一定程度上反映了一般测量误差中**系统性误差分量影响为主、倍率误差分量是重要误差分量的规律**。表中数据还说明：不确定度明显大于实测的误差限值，这是因为不确定度中必然包含“老化裕量”等分量，以保证电表在相邻两次检定(校准)期间的示值误差都不超过不确定度。

### 附录 2 各种测量方法的比较

#### A、忽略电表内阻影响的直读比较测量法

当稳压电源输出  $E$  为某一定值时，用等效内阻为  $r_V$  的电压表交替测量标准电阻  $R_N$  与被测电阻  $R_X$  上的电压  $V_N$  与  $V_X$ 。在电源内阻  $r_E = 0$  且电表等效输入电阻  $r_V = \infty$  时 6-14 式成立。

本测量方法的要点之一是：只要  $r_E/r_V$  足够小，即使电阻  $r_V$  与  $R_X$  (或  $R_N$ ) 相比不大，公式 6-2 仍相当准确地成立。这是出乎常规思路之外的结论。证明如下：

$$\frac{V_X}{V_N} = \frac{R_X r_V}{(R_X + r_V)(R_N + r_E) + R_X r_V} \cdot \frac{(R_X + r_E)(R_N + r_V) + R_N r_V}{R_N r_V} = \frac{R_X}{R_N} \cdot (1 + \varepsilon) \quad 6-27$$

$$\text{式中 } \varepsilon = \frac{(R_N - R_X)r_E}{R_X r_V + R_X R_N + r_E r_V + R_X r_E + R_N r_V}$$

由于  $|\varepsilon| < \left| \frac{(R_N - R_X)r_E}{(R_X + R_N + r_E)r_V} \right| < \frac{r_E}{r_V}$ ，当  $r_E/r_V < 5 \times 10^{-5}$ ，就可使公式 6-14 成立。

相对不确定度为：

$$\frac{U_{RX}}{R_X} = \sqrt{\left(\frac{U_{RN}}{R_N}\right)^2 + \left(\frac{U_{VX}}{V_X}\right)^2 + \left(\frac{U_{VN}}{V_N}\right)^2} \quad 6-28$$

#### B、伏安法测量电阻的相对不确定度

电流表内接时：

$$\frac{U_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{U_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{U_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{U_{R_I}}{R_I}\right)^2 \left(\frac{R_I}{V/I}\right)^2} \left/ \left[1 - \frac{R_I}{V/I}\right] \right. \quad 6-29$$

电流表外接时：

$$\frac{U_R}{R} = \sqrt{\left(\frac{U_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{U_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{U_{R_V}}{R_V}\right)^2 \left(\frac{V/I}{R_V}\right)^2} \bigg/ \left[1 - \frac{V/I}{R_V}\right] \quad 6-30$$

以上公式是以数字表的不确定度计算的，所以这个结果和比较测量法的不确定度相比要大。将伏安法和直接比较法测量电阻所得到的不确定度数据对比，也可以印证这个结论。

C、直接比较法中标准电阻不确定度的影响比电桥法较小

电桥法中  $R_X$  的相对不确定度公式为

$$\frac{U_{R_X}}{R_X} = \sqrt{\left(\frac{U_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{U_{R_2}}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{U_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_S}{R_X}\right)^2} \quad 6-31$$

在三桥臂电阻相对不确定度均为  $c\%$  的简化条件下，即使忽略  $\Delta_S/R_X$  这一项， $U_{R_X}/R_X$  也不小于  $c\% \times \sqrt{3}$ ，由于  $R_N$  是高准确度的单个电阻，在  $R_N$  不确定度相同的情况下，直读比较测量法的不确定度可以显著小于电桥法相应公式 6-30 的结果。

D、本实验所述测量方法与普通的数字万用表电阻档测量结果的比较

对于集成化数字万用表，由于其结构和原理的限制，用电阻档测电阻量时相对不确定度  $U_{R_X}/R_X$  一般比电压测量的相对不确定度  $U_V/V$  至少大半个数量级。例如 VC9806 型数字万用表， $U_{R_X} = 0.2\%R_X + 5 \text{ LSBs}$ ，而电压绝对测量的不确定度  $U_V = 0.05\%V + 3 \text{ LSBs}$ ，比较测量中用非线性误差限  $\delta_{\text{lin}}$  计算不确定度， $\delta_{\text{lin}} \approx 1.5 \text{ LSBs}$ ，显著小于  $U_V$ 。可见数字万用表电阻档测量结果  $U_{R_X}/R_X$  大于惠斯通电桥的测量结果，而电桥法的  $U_{R_X}/R_X$  一般大于本实验所述比较法，因此，数字万用表电阻档  $U_{R_X}/R_X$  显著大于本实验所述比较法的测量结果。

## 实验七 交流电桥的原理和应用

交流电桥是一种比较式仪器，在电子测量技术中占有重要地位。它主要用于测量交流等效电阻及时间常数，电容量及介质损耗，线圈电感量及其线圈品质因数和互感等电气参数的精密测量，也可把非电量变换为相应电量参数后进行精密测量。

常用的交流电桥分为阻抗比电桥和变压器电桥两大类。习惯上一般称阻抗比电桥为交流电桥。本实验中交流电桥指的就是阻抗比电桥。交流电桥的线路虽然和直流单臂电桥线路具有相同的结构形式，但由于它的四个桥臂由阻抗元件组成，所以它的平衡条件、线路的组成以及实现平衡的调整过程都比直流电桥要复杂得多。

### 【实验原理】

图 7-1 是交流电桥的原理线路。它与直流单臂电桥原理相似。在交流电桥中，四个桥臂一般是由阻抗元件如电阻、电感、电容组成。交流电桥的电源通常用正弦交流电源。交流平衡指示仪的种类很多，分别适用于不同频率范围。频率为 200Hz 以下时可采用谐振式检流计；音频范围内可采用耳机作为平衡指示器；音频或更高的频率时也可采用电子指零仪器；也有用示波器或交流毫伏表作为平衡指示器的。本实验采用高灵敏度的电子放大式指零仪，它具有足够高的灵敏度。当指示器指零时，电桥达到平衡。本实验通常采用频率 1000Hz、100Hz 二种频率的正弦交流电源供电。

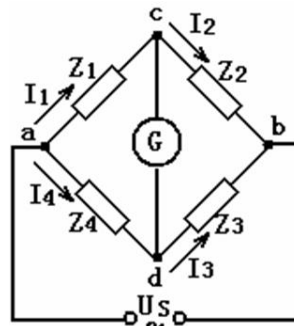


图 7-1 交流电桥原理线路图

### 一、交流电桥的平衡条件

如图 7-1 所示，我们在正弦稳态的条件下讨论交流电桥的基本原理。在交流电桥中，四个桥臂由阻抗元件组成，在电桥的一个对角线 cd 上接入交流指零仪，另一对角线 ab 上接入正弦交流电源。

当调节电桥参数，使交流指零仪中无电流通过时（即  $I_0 = 0$ ），cd 两点的电位相等，电桥达到平衡，这时有：

$$\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_3 = \dot{Z}_2 \cdot \dot{Z}_4 \quad 7-1$$

上式就是交流电桥的平衡条件，它说明：当交流电桥达到平衡时，相对桥臂的阻抗的乘积相等。由图 7-1 可知，若第四桥臂  $\dot{Z}_4$  由被测阻抗  $\dot{Z}_x$  构成，则：

$$\dot{Z}_X = \frac{\dot{Z}_3 \cdot \dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} \quad 7-2$$

当其他桥臂的参数已知时，就可计算出被测阻抗  $\dot{Z}_X$  的值。

## 二、交流电桥平衡的分析

在正弦交流情况下，桥臂阻抗可以写成复数的形式：

$$\dot{Z} = R + jX = Z e^{j\phi}$$

若将电桥的平衡条件用复数的指数形式表示，则可得：

$$Z_1 e^{j\phi_1} \cdot Z_3 e^{j\phi_3} = Z_2 e^{j\phi_2} \cdot Z_4 e^{j\phi_4}$$

即：

$$Z_1 \cdot Z_3 e^{j(\phi_1 + \phi_3)} = Z_2 \cdot Z_4 e^{j(\phi_2 + \phi_4)}$$

根据复数相等的条件，等式两端的幅模和幅角必须分别相等，故有：

$$\begin{cases} Z_1 \cdot Z_3 = Z_2 \cdot Z_4 \\ \phi_1 + \phi_3 = \phi_2 + \phi_4 \end{cases} \quad 7-3$$

上面就是平衡条件的另一种表现形式，可见交流电桥的平衡必须满足两个条件：一是相对桥臂上阻抗幅模的乘积相等；二是相对桥臂上阻抗幅角之和相等。由式 7-3 可以得出如下两点重要结论。

### 1、交流电桥必须按照一定的方式配置桥臂阻抗

与直流单臂电桥不同，若用任意不同性质的四个阻抗组成一个交流电桥，有可能永远无法调节到平衡，因此必须把电桥各元件的性质按交流电桥的两个平衡条件作适当配合。一般在实验测量时，常采用标准电抗元件来平衡被测量元件，所以实验中常采用以下形式的电路：

1) 将被测量元件  $\dot{Z}_X$  与标准元件  $\dot{Z}_n$  相邻放置，如图 1 中  $\dot{Z}_4 = \dot{Z}_X$ ， $\dot{Z}_3 = \dot{Z}_n$ ，这时由公式 7-3 可知：

$$\dot{Z}_X = \frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_n}{\dot{Z}_2} \quad 7-4$$

式中的比值  $\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}$  称为“臂比”，故名“臂比电桥”，一般情况下  $\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}$  为实数，因此  $\dot{Z}_X, \dot{Z}_n$  必须 是具有相同性质的电抗元件，改变臂比可以改变量程。

2) 将被测量元件与标准元件相对放置，如图 7-1 中  $\dot{Z}_4 = \dot{Z}_X$ ， $\dot{Z}_2 = \dot{Z}_n$ ，这时由公式 7-3 可知：

$$\dot{Z}_X = \frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_3}{\dot{Z}_n} = \dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_3 \cdot \dot{Y}_n \quad 7-5$$

式中的乘积  $\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_3$  称“臂乘”，故名“臂乘电桥”，其特点是  $\dot{Z}_x, \dot{Z}_n$  元件阻抗的性质必须相反，因此这种形式的电桥常常应用在用标准电容测量电感。在实际测量中为了使电桥结构简单和调节方便，通常将交流电桥中的两个桥臂设计为纯电阻。

由式 7-3 的平衡条件可知，如果相邻两臂接入纯电阻（臂比电桥），则另外相邻两臂也必须接入相同性质的阻抗。若被测对象  $\dot{Z}_x$  是电容，则它相邻桥臂  $\dot{Z}_4$  也必须是电容；若  $\dot{Z}_x$  是电感，则  $\dot{Z}_4$  也必须是电感。

如果相对桥臂接入纯电阻（臂乘电桥），则另外相对两桥臂必须为异性阻抗。若被测对象  $\dot{Z}_x$  为电容，则它的相对桥臂  $\dot{Z}_3$  必须是电感，而如果  $\dot{Z}_x$  是电感，则  $\dot{Z}_3$  必须是电容。

## 2、交流电桥平衡必须反复调节两个桥臂的参数

在交流电桥中，为了满足上述两个条件，必须调节两个以上桥臂的参数，才能使电桥完全达到平衡，而且往往需要对这两个参数进行反复地调节，所以交流电桥的平衡调节要比直流电桥的调节困难一些。

## 三、交流电桥的常见形式

交流电桥的四个桥臂，要按一定的原则配以不同性质的阻抗，才有可能达到平衡。从理论上讲，满足平衡条件的桥臂类型，可以有许多种。但实际上常用的类型并不多，这是因为：

1、桥臂尽量不采用标准电感，由于制造工艺上的原因，标准电容的准确度要高于标准电感，并且标准电容不易受外磁场的影响。所以常用的交流电桥，不论是测电感和测电容，除了被测臂之外，其它三个臂都采用电容和电阻。本实验由于采用了开放式设计的仪器，所以也能以标准电感作为桥臂，以便于使用者更全面地掌握交流电桥的原理和特点以选择使用。

2、尽量使平衡条件与电源频率无关，这样才能发挥电桥的优点，使被测量只决定于桥臂参数，而不受电源的电压或频率的影响。有些形式的桥路的平衡条件与频率有关，如后面将提到的“海氏电桥”，这样，电源的频率不同将直接影响测量的准确性。

3、电桥在平衡中需要反复调节，才能使幅角关系和幅模关系同时得到满足。通常将电桥趋于平衡的快慢程度称为交流电桥的收敛性。收敛性愈好，电桥趋向平衡愈快；收敛性差，则电桥不易平衡或者说平衡过程时间要很长，需要测量的时间也很长。电桥的收敛性取决于桥臂阻抗的性质以及调节参数的选择。下面将介绍几种常用的交流电桥。

### （一）电容电桥

电容电桥主要用来测量电容器的电容量及损耗角，为了弄清电容电桥的工作情况，首先对被测电容的等效电路进行分析，然后介绍电容电桥的典型线路。

#### 1、被测电容的等效电路

实际电容器并非理想元件，它存在着介质损耗，所以通过电容器  $C$  的电流和它两端的电压的相位差并不是  $90^\circ$ ，而且比  $90^\circ$  要小一个  $\delta$  角就称为介质损耗角。具有损耗的电容可以用两种形式的等效电路表示，一种是理想电容和一个电阻相串联的等效电路，如图 7-2(a)所示；另一种是理想电容与一个电阻相并联的等效电路，如图 7-3(a)所示。在等效电路中，理想电容表示实际电容器的等效电容，而串联（或并联）等效电阻则表示实际电容器的发热损耗。

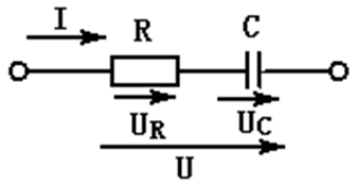


图 7-2(a) 有损耗电容器的串联等效电路

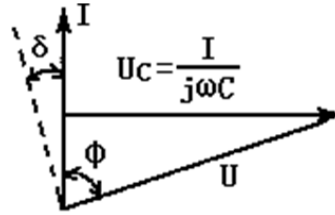


图 7-2(b) 矢量图

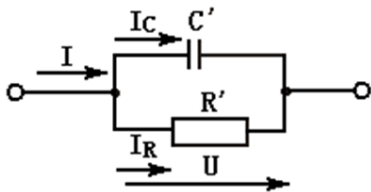


图 7-3(a) 有损耗电容器的并联等效电路

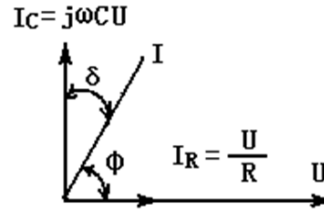


图 7-3(b) 矢量图

图 7-2(b)及图 7-3(b)分别画出了相应电压、电流的相量图。必须注意，等效串联电路中的  $C$ 、 $R$  与等效并联电路中的  $C'$ 、 $R'$  是不相等的。在一般情况下，当电容器介质损耗不大时，应当有  $C \approx C'$ 、 $R \leq R'$ 。所以，如果用  $R$  或  $R'$  来表示实际电容器的损耗时，还必须说明它对于哪一种等效电路而言。因此为了表示方便起见，通常用电容器的损耗角  $\delta$  的正切  $\text{tg}\delta$  来表示它的介质损耗特性，并用符号  $D$  表示，通常称它为损耗因数，在等效串联电路中：

$$D = \text{tg}\delta = \frac{U_R}{U_C} = \frac{I \cdot R}{I / \omega \cdot C} = \omega \cdot C \cdot R$$

在等效的并联电路中：

$$D = \text{tg}\delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{U/R'}{\omega \cdot C' \cdot U} = \frac{1}{\omega \cdot C' \cdot R'}$$

应当指出，在图 7-2(b)和图 7-3(b)中， $\delta = 90^\circ - \phi$  对两种等效电路都是适合的，所以不管用哪种等效电路，求出的损耗因数是一致的。

## 2、测量损耗小的电容电桥线路（串联电容电桥）

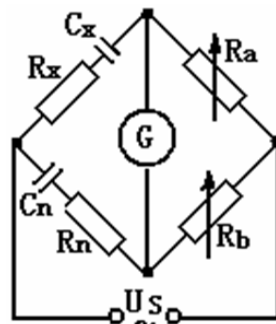


图 7-4 串联式电容电桥

图 7-4 为适合用来测量损耗小的被测电容的电桥，被测电容  $C_x$  接到电桥的第一臂，它的损耗用等效串联电阻  $R_x$  表示，与被测电容相比较的标准电容  $C_n$  接入相邻的第四臂，同



时与  $C_n$  串联一个可变电阻  $R_n$ ，电桥的另外两臂则为纯电阻  $R_b$  及  $R_a$ ，当电桥调到平衡时：

$$R_x = \frac{R_a}{R_b} R_n \quad 7-6$$

$$C_x = \frac{R_b}{R_a} C_n \quad 7-7$$

由此可知，要使电桥达到平衡，必须同时满足上面两个条件，因此至少调节两个参数。如果改变  $R_n$  和  $C_n$ ，便可以单独调节互不影响地使电容电桥达到平衡。但通常标准电容都是做成固定的，因此  $C_n$  不能连续可变，这时我们可以调节  $R_b/R_a$  比值使式 7-7 得到满足，但调节  $R_b/R_a$  的比值时又影响到式 7-6 的平衡。因此要使电桥同时满足两个平衡条件，必须对  $R_n$  和  $R_b/R_a$  等参数反复调节才能实现，因此使用交流电桥时，必须通过实际操作取得经验，才能迅速使电桥平衡。电桥达到平衡后， $C_x$  和  $R_x$  值可以分别按式 7-6 和式 7-7 计算，其被测电容的损耗因数  $D$  为

$$D = \operatorname{tg} \delta = \omega \cdot C_x \cdot R_x = \omega \cdot C_n \cdot R_n \quad 7-8$$

### 3、测量损耗大的电容电桥线路（并联电容电桥）

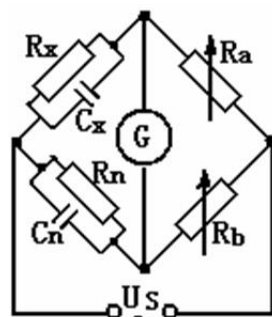


图 7-5 并联式电容电桥

假如被测电容的损耗大，用上述电桥测量时，与标准电容相串联的电阻  $R_n$  必须很大，这将会降低电桥的灵敏度。因此当被测电容的损耗大时，宜采用图 7-5 所示的另一种电容电桥的线路来进行测量，它的特点是标准电容  $C_n$  与电阻  $R_n$  是彼此并联的，则根据电桥的平衡条件可以写成：

$$R_b \cdot \left( \frac{1}{\frac{1}{R_n} + j \cdot \omega \cdot C_n} \right) = R_a \cdot \left( \frac{1}{\frac{1}{R_x} + j \cdot \omega \cdot C_x} \right)$$

整理后可得：

$$C_x = \frac{R_b}{R_a} C_n \quad 7-9$$

$$R_x = \frac{R_a}{R_b} R_n \quad 7-10$$

而损耗因数为：

$$D = \operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\omega \cdot C_x \cdot R_x} = \frac{1}{\omega \cdot C_n \cdot R_n} \quad 7-11$$

交流电桥测量电容根据需要还有一些其他形式，可参看有关的书籍。

## (二) 电感电桥

电感电桥是用来测量电感的，电感电桥有多种线路，通常采用标准电容作为与被测电感相比较的标准元件，从前面的分析可知，这时标准电容一定要安置在与被测电感相对的桥臂中。(根据实际的需要，也可采用标准电感作为标准元件，这时标准电感一定要安置在与被测电感相邻的桥臂中，这里不再作为重点介绍。)

一般实际的电感线圈都不是纯电感，除了电抗  $X_L = \omega \cdot L$  外，还有有效电阻  $R$ ，两者之比称为电感线圈的品质因数  $Q$ 。即：

$$Q = \frac{\omega L}{R} \quad 7-12$$

下面介绍两种电感电桥电路，它们分别适宜于测量高  $Q$  值和低  $Q$  值的电感元件。

### 1、测量高 $Q$ 值电感的电感电桥(海氏电桥)

测量高  $Q$  值的电感电桥的原理线路如图 7-6 所示，该电桥线路又称为海氏电桥。电桥平衡时，根据平衡条件可得：

$$(R_x + j \cdot \omega \cdot L_x) \cdot \left( R_n + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_n} \right) = R_a \cdot R_b$$

简化和整理后可得：

$$L_x = R_b \cdot R_a \cdot \frac{C_n}{1 + (\omega \cdot C_n \cdot R_n)^2} \quad 7-13$$

$$R_x = R_a \cdot R_b \cdot \frac{R_n \cdot (\omega \cdot C_n)^2}{1 + (\omega \cdot C_n \cdot R_n)^2} \quad 7-14$$

由式 7-13、7-14 可知，海氏电桥的平衡条件是与频率有关的。因此在应用成品电桥时，若改用外接电源供电，必须注意要使电源的频率与该电桥说明书上规定的电源频率相符，而且电源波形必须是正弦波，否则，谐波频率就会影响测量的精度。

用海氏电桥测量时，其  $Q$  值为：

$$Q = \frac{\omega \cdot L_x}{R_x} = \frac{1}{\omega \cdot C_n \cdot R_n} \quad 7-15$$

由式 7-15 可知, 被测电感  $Q$  值越小, 则要求标准电容  $C_n$  的值越大, 但一般标准电容的容量都不能做得太大, 此外, 若被测电感的  $Q$  值过小, 则海氏电桥的标准电容的桥臂中所串的  $R_n$  也必须很大, 但当电桥中某个桥臂阻抗数值过大时, 将会影响电桥的灵敏度, 可见海氏电桥线路是适于测  $Q$  值较大的电感参数的, 而在测量  $Q < 10$  的电感元件的参数时则需用另一种电桥线路, 下面介绍这种适用于测量低  $Q$  值电感的电桥线路。

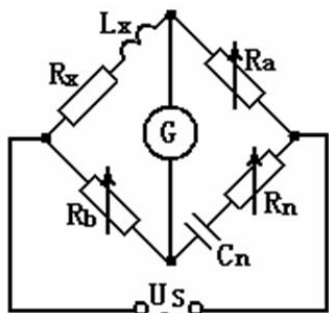


图 7-6 测量高  $Q$  值电感的电桥

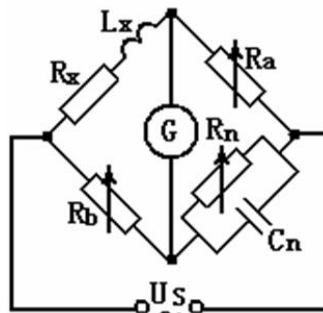


图 7-7 测量低  $Q$  值电感的电桥

## 2、测量低 $Q$ 值电感的电感电桥(麦克斯韦电桥)

测量低  $Q$  值电感的电桥原理线路如图 7-7 所示。该电桥线路又称为麦克斯韦电桥。

这种电桥与上面介绍的测量高  $Q$  值电感的电桥线路所不同的是: 标准电容的桥臂中的  $C_n$  和可变电阻  $R_n$  是并联的。在电桥平衡时, 有:

$$(R_x + j \cdot \omega \cdot L_x) \cdot \left( \frac{1}{\frac{1}{R_n} + j \cdot \omega \cdot C_n} \right) = R_a \cdot R_b$$

相应的测量结果为:

$$L_x = R_a \cdot R_b \cdot C_n \quad 7-16$$

$$R_x = R_a \cdot R_b \cdot \frac{1}{R_n} = R_a \cdot R_b \cdot Y_n \quad 7-17$$

被测对象的品质因数  $Q$  为:

$$Q = \frac{\omega \cdot L_x}{R_x} = \omega \cdot R_n \cdot C_n \quad 7-18$$

麦克斯韦电桥的平衡条件式 7-16、7-17 表明, 它的平衡是与频率无关的, 即在电源为任何频率或非正弦的情况下, 电桥都能平衡, 所以该电桥的应用范围较广。但是实际上, 由于电桥内各元件间的相互影响, 所以交流电桥的测量频率对测量精度仍有一定的影响。

### (三) 电阻电桥

测量电阻时采用惠斯登电桥, 见图 7-8。可见桥路形式与直流单臂电桥相同, 只是这里用交流电源和交流指零仪作为测量信号。

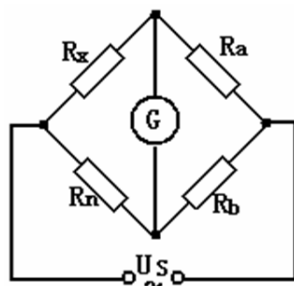


图 7-8 交流电桥测量电阻

当电桥平衡时，G 无电流流过，cd 两点为等电位，则：

$$R_x = \frac{R_a}{R_b} \cdot R_n$$

由于采用交流电源和交流电阻作为桥臂，所以测量一些残余电抗较大的电阻时不易平衡，这时可改用直流电桥进行测量。

### 【使用说明】

(注：频率选择一般用 1000Hz、100Hz 可供测量参考)

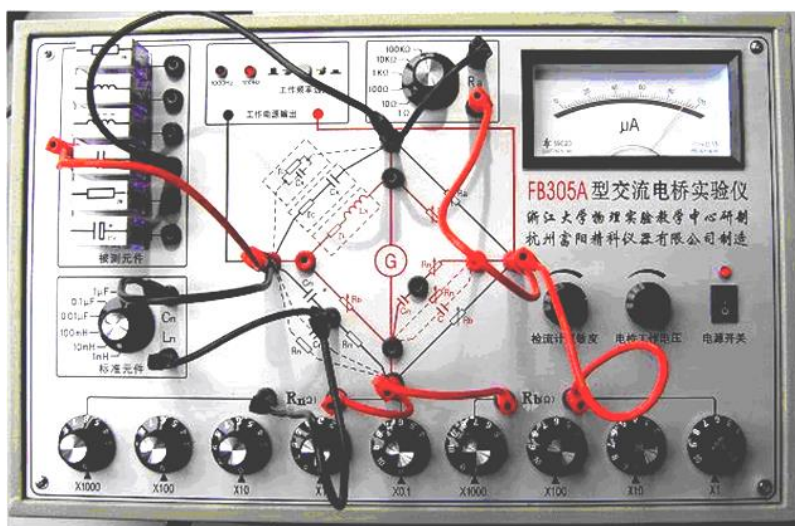


图 7-9 串联电容电桥连线图

操作说明：

1、因为在被测电容  $C_x$  中，一般  $R_x$  的量值比较小，因此在测量前， $R_n$  的值可以放到零或很小的值，设定一定大小的灵敏度，使指零仪有一定的偏转幅度。

2、调节  $R_b$  使指零仪偏转最小，再适当调节指零仪的灵敏度，接着调节  $R_n$  使指零仪偏转再次出现最小，如此反复调节  $R_b$  并加大指零仪的灵敏度，再调节  $R_n$  再加大灵敏度，如此反复调节，直到指零仪指零或偏转值最小为止。

3、有效数字的设定：为了使  $C_x$  有四位的有效数字， $R_b$  需要显示四位以上的有效数字，

以下表格中对应数据是参考设置：

$C_x$ ( $\mu\text{F}$ )	$C_n$ ( $\mu\text{F}$ )	$R_a$ ( $\Omega$ )
10~100	1	100
	0.1	10
	0.01	1
1~10	1	1,000
	0.1	100
	0.01	10
0.1~1	1	10,000
	0.1	1,000
	0.01	100
0.01~0.1	1	100,000
	0.1	10,000
	0.01	1,000

其余类型的电桥可以参照下图的接线示意图与设定值进行，此处不再作类似的重复。

### 【实验内容】

实验前应充分掌握实验原理，接线前应明确桥路的形式，错误的桥路可能会有较大的测量误差，甚至无法测量。

#### 1、交流电桥测量电容

根据前面实验原理的介绍，分别测量两个  $C_x$  电容，试用合适的桥路测量电容的电容量及其损耗电阻，并计算损耗。

交流电桥采用的是交流指零仪，所以电桥平衡时指针位于左侧 0 位。

实验时，指零仪的灵敏度应先调到较低位置，待基本平衡时再调高灵敏度，重新调节桥路，直至最终平衡。

#### 2、交流电桥测量电感

根据前面实验原理的介绍分别测量两个  $L_x$  电感，试用合适的桥路测量电感的电感量及其损耗电阻，并计算电感的 Q 值。

#### 3、交流电桥测量电阻

用交流电桥测量不同类型和阻值的电阻，并与其他直流电桥的测量结果相比较。

#### 4、其他桥路实验

交流电桥还有其他多种形式，有兴趣的同学可以自己进行实验，仪器的配置可以支持完成这些实验。

附加说明：在电桥的平衡过程中，有时的指针不能完全回到零位，这对于交流电桥是完全可能的，一般来说有以下原因：

1) 测量电阻时，被测电阻的分布电容或电感太大。

2) 测量电容和电感时，损耗平衡 ( $R_n$ ) 的调节细度受到限制，尤其是低 Q 值的电感或高损耗的电容测量时更为明显。另外，电感线圈极易感应外界的干扰，也会影响电桥的平衡，这时可以试着变换电感的位置来减小这种影响。

3) 由于桥臂元件并非理想的电抗元件，所以选择的测量量程不当，以及被测元件的电

抗值太小或太大，也会造成电桥难以平衡。

4) 在保证精度的情况下，灵敏度不要调的太高。灵敏度太高也会引入一定的干扰。

5) 与直流电桥不同，由于作为电桥比例臂的电阻箱实际上也存在分布电容的影响，因此在实验过程中，有时会出现如 $1 \times 1000\Omega \neq 10 \times 100\Omega$ 的现象，这种情况也是正常的。

#### 【思考题】

- 1、交流电桥的桥臂是否可以任意选择不同性质的阻抗元件组成？应如何选择？
- 2、为什么在交流电桥中至少需要选择两个可调参数？怎样调节才能使电桥趋于平衡？
- 3、交流电桥对使用的电源有何要求？交流电源对测量结果有无影响？

## 实验八 磁阻效应及磁阻传感器的特性研究

磁阻效应是指某些金属或半导体的电阻值随外加磁场变化而变化的现象。和霍尔效应一样，磁阻效应也是由于载流子在磁场中受到的洛仑兹力而产生的。若外加磁场与外加电场垂直，称为横向磁阻效应；若外加磁场与外加电场平行，称为纵向磁阻效应。

磁阻效应还与样品的形状有关，不同几何形状的样品，在同样大小的磁场作用下，其电阻不同，该效应称为几何磁阻效应。由于半导体的电阻率随磁场的增加而增加，有人又把该磁阻效应称为物理磁阻效应。

目前，磁阻效应广泛应用于磁传感、磁力计、电子罗盘、位置和角度传感器、车辆探测、GPS 导航、仪器仪表、磁存储（磁卡、硬盘）等领域。

### 【实验目的】

- 1、了解磁阻效应的基本原理及测量磁阻效应的方法。
- 2、测量锑化铟传感器的电阻与磁感应强度的关系。
- 3、作出锑化铟传感器的电阻变化与磁感应强度的关系曲线，并进行相应的曲线和直线拟合。
- 4、学习用磁阻传感器测量磁场的方法。
- 5、观测在弱正弦交流磁场中，磁阻传感器的交流倍频特性。

### 【实验原理】

一定条件下，导电材料的电阻值  $R$  随磁感应强度  $B$  变化规律称为磁阻效应。如图 8-1 所示，当半导体处于磁场中时，导体或半导体的载流子将受洛仑兹力的作用，发生偏转，在两端产生积聚电荷并产生霍尔电场。如果霍尔电场作用和某一速度的载流子的洛仑兹力作用刚好抵消，则小于此速度的电子将沿霍尔电场作用的方向偏转，而大于此速度的电子则沿相反方向偏转，因而沿外加电场方向运动的载流子数量将减少，即沿电场方向的电流密度减小，电阻增大，也就是由于磁场的存在，增加了电阻，此现象称为磁阻效应。如果将图 8-1 中  $U_H$  短路，磁阻效应更明显。因为在上述的情况里，磁场与外加电场垂直，所以该磁阻效应称为横向磁阻效应。

当磁感应强度平行于电流时，是纵向情况。若载流子的有效质量和弛豫时间与移动方向无关，纵向磁感应强度不引起载流子漂移运动的偏转，因而没有纵向霍尔效应的磁阻。而对于载流子的有效质量和弛豫时间与移动方向有关的情形，若作用力的方向不在载流子的有效质量和弛豫时间的主轴方向上，此时，载流子的加速度和漂移移动方向与作用力的方向不相同，也可引起载流子漂移运动的偏转现象，其结果总是导致样品的纵向电流减小电阻增加。在磁感应强度与电流方向平行情况下所引起的电阻增加的效应，被称为纵向磁阻效应。

通常以电阻率的相对改变量来表示磁阻的大小，即用  $\Delta\rho/\rho(0)$  表示。其中  $\rho(0)$  为零磁场时的电阻率，设磁电阻电阻值在磁感受应强度为  $B$  的磁场的电阻率为  $\rho(B)$ ，则  $\Delta\rho=\rho(B)-\rho(0)$ 。由于磁阻传感器电阻的相对变化率  $\Delta R/R(0)$  正比于  $\Delta\rho/\rho(0)$ ，这里  $\Delta R=R(B)-R(0)$ 。因此也可以用磁阻传感器电阻的相对改变量  $\Delta R/R(0)$  来表示磁阻效应的大小。

测量磁电阻电阻值  $R$  与磁感应强度  $B$  的关系实验装置及线路如图 8-2 所示。

尽管不同的磁阻装置有不同的灵敏度，但其电阻的相对变化率  $\Delta R/R(0)$  与外磁场的关系都是相似的。实验证明，磁阻效应对外加磁场的极性不灵敏，就是正负磁场的相应相同。一般情况下外加磁场较弱时，电阻相对变化率  $\Delta R/R(0)$  正比于磁感应强度  $B$  的二次方；随磁场

的加强， $\Delta R/R(0)$ 与磁感应强度  $B$  呈线性函数关系；当外加磁场超过特定值时， $\Delta R/R(0)$ 与磁感应强度  $B$  的响应会趋于饱和。

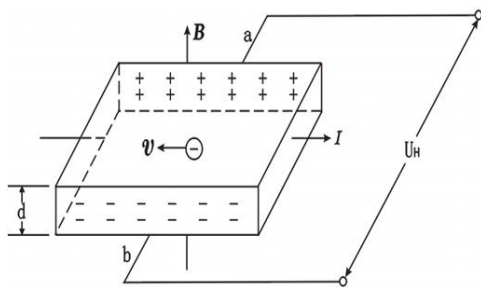


图 8-1 磁阻效应

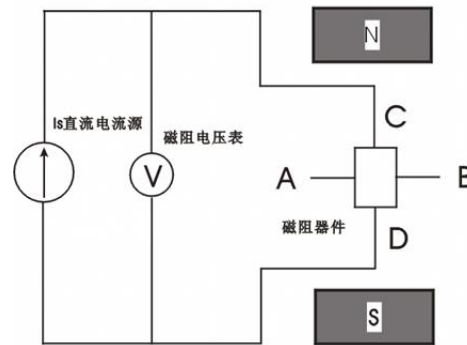


图 8-2 测量磁电阻实验装置

另外， $\Delta R/R(0)$ 对总磁场的方向很灵敏，总磁场为外磁场与内磁场之和，而内磁场与磁阻薄膜的性质和几何形状有关。

**【实验仪器】**

实验采用 DH4510 磁阻效应综合实验仪，研究碲化铟（InSb）磁阻传感器的磁阻特性，图 8-3 为该仪器示意图。



图 8-3(a) 磁阻效应信号源面板图

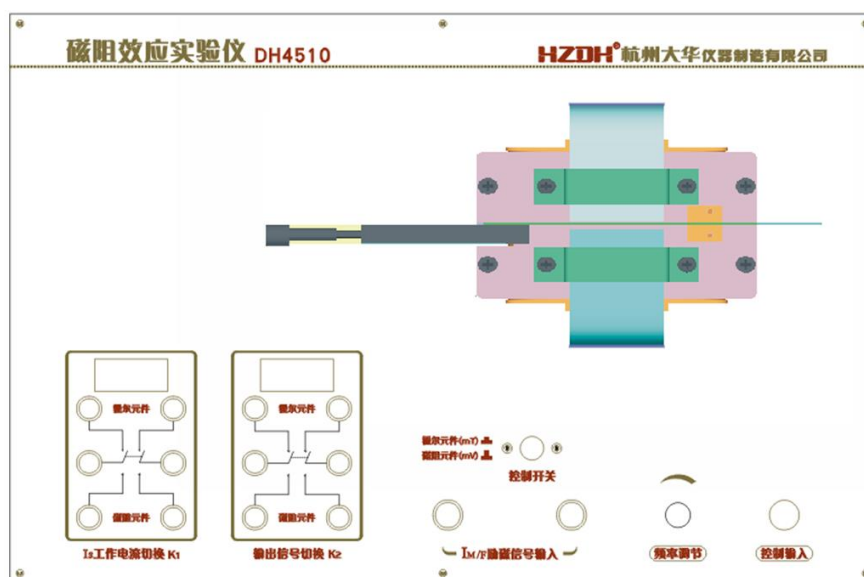


图 8-3(b) 磁阻效应测试架图



DH4510 磁阻效应综合实验仪由信号源和测试架两部分组成。实验仪包括双路可调直流恒流源、电流表、数字式磁场强度计（毫特计）和磁阻电压转换测量表（毫伏表）、控制电源等。测试架包括励磁线圈（含电磁铁）、铋化锑（InSb）磁阻传感器、GaAs 霍尔传感器、转换继电器及导线等组成。仪器连接如图 8-4 所示。

### 【实验内容】

1、在铋化锑磁阻传感器工作电流保持不变的条件下，测量铋化锑磁阻传感器的电阻与磁感应强度的关系。作  $\Delta R/R(0)$  与  $B$  的关系曲线，并进行曲线拟合。（实验步骤自己拟定，实验时注意 GaAs 和 InSb 传感器工作电流应调至 1mA）。

2、用磁阻传感器测量一个未知的磁场强度，与毫特计测得的磁场强度相比较，估算测量误差。

### 【实验步骤】

仪器开机前须将  $I_M$  调节电位器、 $I_s$  电流调节电位器逆时针方向旋到底。

1、信号源的“ $I_M$  直流源”端用导线接至测试架的“励磁电流”输入端，红导线与红接线柱相连，黑导线与黑接线柱相连，如图 8-4 所示。调节“ $I_M$  电流调节”电位器可改变输入励磁线圈电流的大小，从而改变电磁铁间隙中磁感应强度的大小。

2、将实验仪信号源背部的插座通过专用的连接线接至测试架的控制输入端，这是一路提供继电器工作的 12V 直流控制电源，作为继电器的控制电压。

3、信号源上“ $I_s$  直流恒流源”输出用导线接至工作电流切换继电器  $K_1$  接线柱的中间两端，红导线与红接线柱相连，黑导线与黑接线柱相连。如图 8-4 所示。

4、信号源的“信号输入”两端用导线接至输出信号切换继电器  $K_2$  接线柱的中间两端，红导线与红接线柱相连，黑导线与黑接线柱相连。如图 8-4 所示。

5、将继电器  $K_1$  接线柱的下面两端与继电器  $K_2$  接线柱的下面两端相连，红导线与红接线柱相连，黑导线与黑接线柱相连。如图 8-4 所示。

6、将铋化锑（InSb）磁阻传感器的两端与工作电流切换继电器  $K_1$  接线柱的下面两端相连，红的香蕉插接红接线柱，黑的香蕉插接黑接线柱。如图 8-4 所示。

7、砷化镓（GaAs）霍尔传感器的的四引出线按线的长短已分成两组，长线的一组（为工作电流输入端），短线的一组（为霍尔电压输出端），长线这一组线接至工作电流切换继电器  $K_1$  接线柱的上面两端，短线这一组线接至输出信号切换继电器  $K_2$  接线柱的上面两端。红的香蕉插接红接线柱，黑的香蕉插接黑接线柱，如图 8-4 所示。

8、确认接线正确完成后，接通电源，将信号源上左边的“信号选择”切换开关处于弹起状态，此时励磁信号为直流信号；将信号源右边的“信号选择”切换开关处于按下状态，测试架的切换开关也处于按下状态，这时将测试架上取出的霍尔电压信号输入到信号源，经内部处理转换成磁场强度由表头显示。

9、调节  $I_s$  调节电位器让  $I_s$  表头显示为 1.00mA，然后调节  $I_M$ ，使磁场强度显示为 10mT，记下励磁电流值的大小。

10、弹起信号源右边的切换开关和测试架上的切换开关，测量并记录该磁场强度下对应的磁阻电压。注意：这时的  $I_s$  表头显示应为 1.00mA。

11、将测试架上及信号源右边的切换开关按下，再调节  $I_M$  调节电位器，使磁场强度显示为 20mT，记下该磁场强度及对应的励磁电流值。测量并记录该磁场强度下对应的磁阻电压。

12、参考表 8-1 所列的磁场强度，重复以上 10~11 步骤。

13、根据表 8-1 数据列出表 8-2，在  $B < 0.06T$  时对  $\Delta R/R(0)$  作曲线拟合，求出  $R$  与  $B$  的

关系。

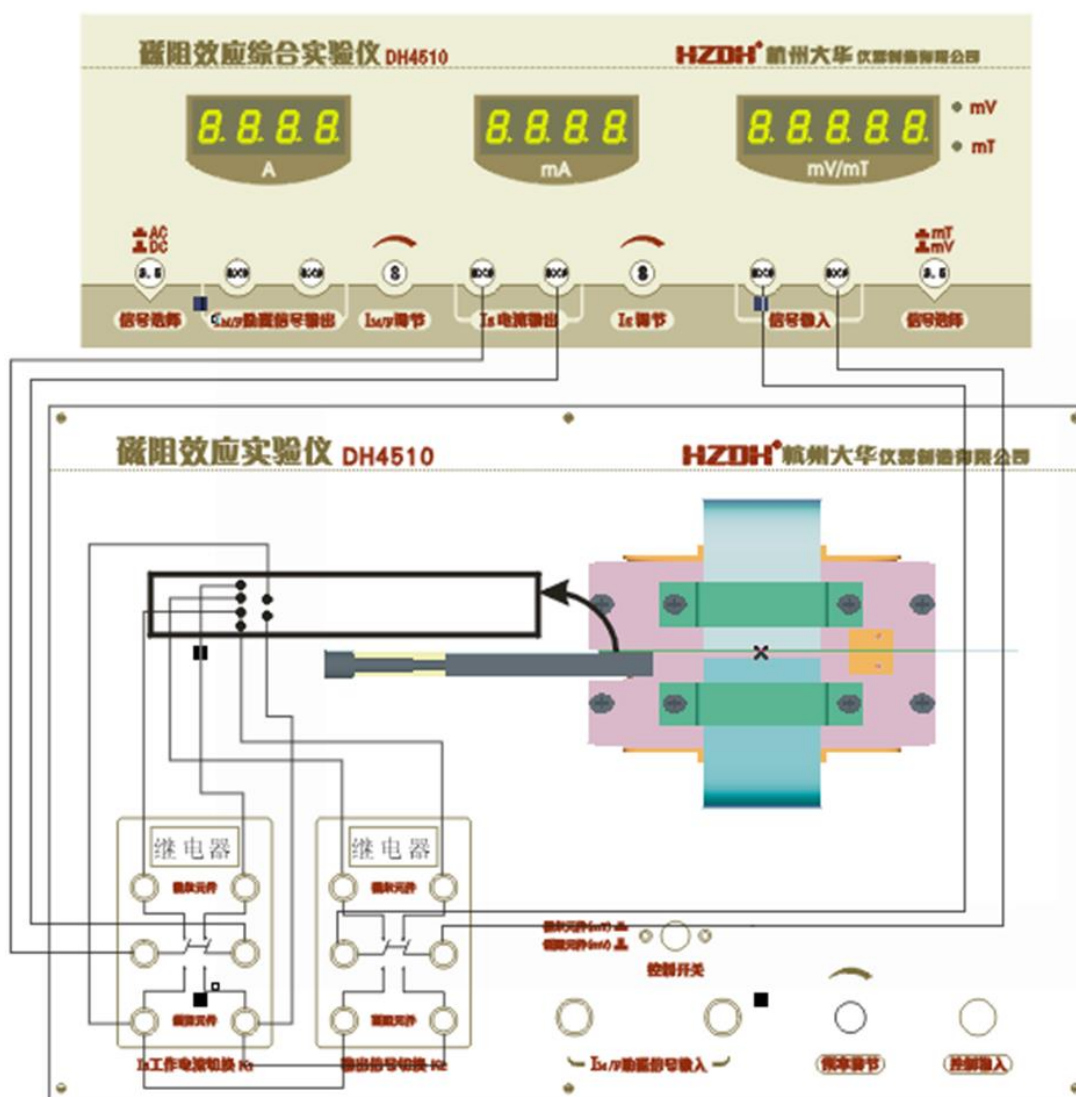


图 8-4 磁阻效应接线图

14、根据表 8-1 数据列出表 8-3，在  $B > 0.12\text{T}$  时对  $\Delta R/R(0)$  作曲线拟合，求出  $R$  与  $B$  的关系。

15、调节  $I_M$  电流，使电磁铁产生一个未知的磁场强度。测量磁阻传感器的磁阻电压，根据求得的  $\Delta R/R(0)$  与  $B$  的关系曲线，求得磁场强度。

16、用仪器所配的毫特计测量该磁场强度，将测得的磁场强度作为准确值与磁阻传感器测得的磁场强度值相比较，估算测量误差。

#### 【选做实验】

调节工作电流“ $I_s$ ”为  $2.5\text{mA}$ ，将信号源左边的“信号选择”切换开关按下，此时励磁信号为交流信号，将该信号接至双踪示波器（最好用数字示波器）的“1”通道，磁阻传感器两端电压输出接至示波器的“2”通道，调节示波器可以观测到两信号构成的李萨如图形，如图 8-5 所示。

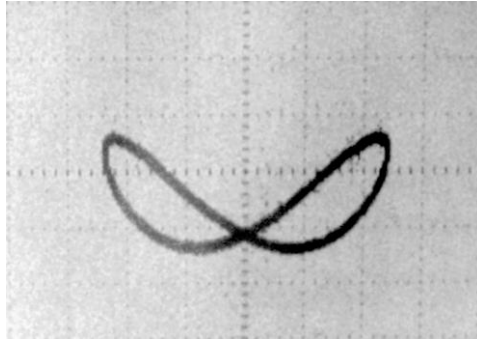


图 8-5 励磁信号与磁阻传感器输出信号构成的李萨如图

【数据记录与处理】

表 8-1 B~ $\Delta R/R(0)$ 关系实验

电流  $I_s=1\text{mA}$

电磁铁	InSb	B~ $\Delta R/R(0)$ 对应关系		
$I_M/\text{mA}$	$U_R/\text{mV}$	B/mT	R/ $\Omega$	$\Delta R/R(0)$
		0.00		
		10.0		
		20.0		
		30.4		
		40.5		
		50.2		
		60.2		
		70.1		
		99.8		
		150.3		
		200.0		
		250.3		
		300.5		
		350.1		
		400.0		
		450.3		
		500.6		

1、令  $\Delta R/R(0)=kB^n$ ，则  $\ln(\Delta R/R(0))=n\ln B+\ln k$ ，对表 8-1 数据在  $B<0.06\text{T}$  时对  $\Delta R/R(0)$  作曲线拟合如下表 8-2:

表 8-2 B<0.06T 时对  $\Delta R/R(0)$ 作曲线拟合

$\Delta R/R(0)_i$	$B_i$	$\Delta R/R(0)_i \times B_i$	$(\Delta R/R(0)_i)^2$	$B_i^2$

2、对表 8-1 数据在  $B > 0.12\text{T}$  时对  $\Delta R/R(0)$  作曲线拟合如下表 8-3:

表 8-3  $B > 0.12\text{T}$  时对  $\Delta R/R(0)$  作曲线拟合

$\Delta R/R(0)_i$	$B_i$	$\Delta R/R(0)_i \times B_i$	$(\Delta R/R(0)_i)^2$	$B_i^2$

3、按以上实验数据，作出  $\Delta R/R \sim B$  关系曲线。

**【思考题】**

- 1、磁阻效应是怎样产生的？磁阻效应和霍尔效应有何内部联系？
- 2、实验时为何要保持霍尔工作电流和流过磁阻元件的电流不变？
- 3、不同的磁场强度时，磁阻传感器的电阻值与磁感应强度关系有何变化？
- 4、磁阻传感器的电阻值与磁场的极性和方向有何关系？
- 5、你能解释在低频交流磁场激励下，励磁信号和磁阻传感器输出信号构成的李萨如图形如“蝴蝶”的原因吗？

## 实验九 磁场测量与描绘

在工业生产和科学研究的许多领域都要涉及到磁场测量问题，如磁探矿、地质勘探、磁性材料研制、磁导航、同位素分离、电子束和离子束加工装置、受控热核反应以及人造地球卫星等。近三十多年来，磁场测量技术发展很快，目前常用的测量磁场的方法有十多种，较常用的有电磁感应法、核磁共振法、霍尔效应法、磁通门法、光泵法、磁光效应法、磁膜测磁法以及超导量子干涉器法等。每种方法都是利用磁场的不同特性进行测量的，它们的精度也各不相同，在实际工作中将根据待测磁场的类型和强弱来确定采用何种方法。

本实验仪采用电磁感应法测量通有交流电的螺线管产生的交变磁场，通过这个实验掌握低频交变磁场的测量方法，加深对法拉第电磁感应定律和毕奥—萨伐尔定律的理解及对交变磁场的认识。

### 【实验目的】

- 1、学习交变磁场的测量原理和方法。
- 2、学习用探测线圈测量交变磁场中各点的磁感应强度。
- 3、掌握载流直螺线管轴线上各点磁场的分布情况。
- 4、了解螺线管周围磁场的分布及其描绘方法。
- 5、加深理解磁场和电流的相互关系。

### 【实验仪器】

DH4501W 型磁场测量与描绘实验仪，由交流电源、螺线管线圈 L，探测线圈 T，交流数字毫伏表 mV，交流数字毫安表 mA 等组成，如图 9-1 所示。

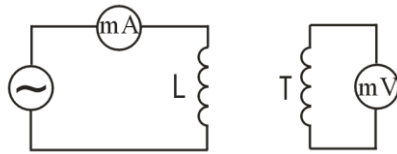


图 9-1 实验仪原理图

螺线管线圈 L 已安装在面板上，为了测量螺线管线圈的电流，在交流电源和螺线管之间串接了交流 mA 电流表；励磁电源由市电通过降压变压器供给，励磁电源可以通过短接开关选择为 15V、18V 或者 24V。探测线圈 T 串接交流 mV 电压表，用于测量探测线圈感应电动势，探测线圈可在面板上移动，以测量螺线管线圈周围各处的磁场。

主要技术参数：

- 1、励磁电源：AC 15V，18V，24V，50Hz，三档可调，有输出短路保护；
- 2、励磁电流：100~200mA；
- 3、螺线管励磁线圈：平均直径：D=0.060m；长度：L=0.080m；
- 4、探测线圈外径：D=0.012m，匝数：n=800 匝；
- 5、探测线圈测试范围：轴向：±120mm，径向：±70mm；
- 6、探测线圈测试角度范围：±90°；
- 7、螺线管线圈：匝数：N=2700 匝，允许电流：I<sub>max</sub>=500mA；
- 8、交流电压表：满量程 200mV，最小分辨率 0.1mV；
- 9、交流电流表：满量程 200mA，最小分辨率 0.1mA。

### 【实验原理】

#### 1、电磁感应法测量原理

设由交流信号驱动的线圈产生的交变磁场，它的磁场强度瞬时值：

$$B_i = B_m \sin \omega t$$

式中  $B_m$  为磁感应强度的峰值，其有效值记作  $B$ ， $\omega$  为角频率。

又设有一个探测线圈放在这个磁场中，通过这个探测线圈的有效磁通量为：

$$\Phi = NSB_m \cos \theta \sin \omega t$$

式中： $N$  为探测线圈的匝数， $S$  为该线圈的截面积， $\theta$  为法线  $n$  与  $B_m$  之间的夹角，如图 9-2 所示，线圈产生的感应电动势为：

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{d\Phi}{dt} = -NS\omega B_m \cos \theta \cos \omega t \\ &= -\varepsilon_m \cos \omega t \end{aligned}$$

式中  $\varepsilon_m = NS\omega B_m \cos \theta$  是线圈法线和磁场成  $\theta$  角时，感应电动势的幅值。当  $\theta=0$ ， $\varepsilon_{\max} = NS\omega B_m$ ，这时的感应电动势的幅值最大。如果用数字式毫伏表测量此时线圈的电动势，则毫伏表的示值（有效值） $U_{\max}$  为  $\frac{\varepsilon_{\max}}{\sqrt{2}}$ ，则：

$$B = \frac{B_m}{\sqrt{2}} = \frac{U_{\max}}{NS\omega} \quad 9-1$$

其中  $B$  为磁感应强度的有效值， $B_m$  为磁感应强度的峰值。

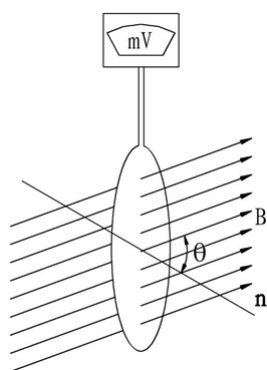


图 9-2 探测线圈与磁场

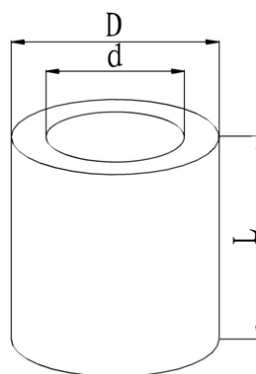


图 9-3 线圈尺寸示意图

## 2、探测线圈的设计

实验中由于磁场的不均匀性，这就要求探测线圈要尽可能的小。实际的探测线圈又不可能做得很小，否则会影响测量灵敏度。一般设计的线圈长度  $L$  和外径  $D$  有  $L=2D/3$  的关系，线圈的内径  $d$  与外径  $D$  有  $d \leq D/3$  的关系，尺寸示意图见图 9-3。线圈在磁场中的等效面积，经过理论计算，可用下式表示：

$$S = \frac{13}{108} \pi D^2 \quad 9-2$$

这样的线圈测得的平均磁感应强度可以近似看成是线圈中心点的磁感应强度。

将 9-2 式代入 9-1 式得：

$$B = \frac{54}{13\pi^2 ND^2 f} U_{\max} = 0.073 U_{\max} \quad 9-3$$

本实验的  $D=0.012\text{m}$ ， $N=800$  匝；本实验励磁电流由市电通过降压变压器供给，因此交变磁场的频率  $f=50\text{Hz}$ 。将  $D$ 、 $N$ 、 $f$  代入 9-3 式就可得出  $B$  值。

## 3、螺线管线圈轴线上磁感应强度的理论计算

如图 9-4 所示，当交变电流通过螺线管线圈时，且当电流频率不太高时，其中心的磁感应强度近似与恒定电流产生的磁感应强度相等。

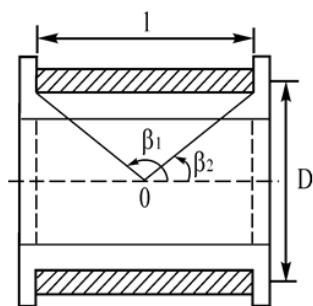


图 9-4 交变电流通过螺线管线圈

根据毕奥—萨伐尔定律，螺线管线圈轴线上任一点的磁感应强度：

$$B_0 = \frac{\mu_0}{2} nI(\cos \beta_2 - \cos \beta_1) \quad 9-4$$

螺线管线圈左侧端面轴线上的磁感应强度 ( $\beta_1 = 90^\circ$ )

$$B_0 = \frac{\mu_0}{2} nI(\cos \beta_2 - \cos \beta_1) = \frac{\mu_0}{2} nI \cos \beta_2 = \frac{\mu_0}{2} n \frac{l}{\sqrt{l^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}} I \quad 9-5$$

磁感应强度的有效值为

$$B_{0E} = \frac{\mu_0}{2} n \frac{l}{\sqrt{l^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}} I_E \quad 9-6$$

式中  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$  为真空中的磁导率， $n$  为螺线管单位长度线圈匝数 (33.75 匝/mm)， $l$  为螺线管长度(80mm)， $D$  为螺线管直径 (60mm)， $I_E$  为流过螺线管线圈电流强度  $I$  的有效值。

螺线管的几何尺寸是很容易测定的，因此只要测出流过螺线管线圈的电流  $I_E$ ，就能在理论上算出  $B_{0E}$ 。

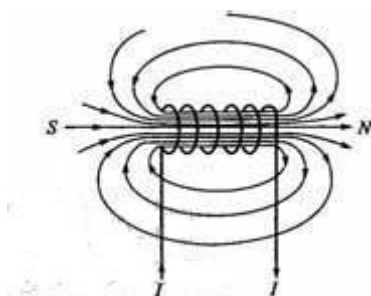


图 9-5 通电螺线管磁场分布示意图

### 【实验内容】

用短接开关给螺线管接入交流励磁电源，此时交流电流表将指示加在螺线管上的励磁电流有效值  $I_E$ ；将探测线圈插头与交流电压表右边测插座对应连接起来，此时交流电压表将指示感应电动势有效值  $U_{\max}$ 。

#### 1、螺线管中心轴线磁场的测定

按仪器上面板上的格式在空白纸上画出完全相同的刻度盘 (刻盘最小单位为 1cm)，按实验原理中所述方法，用探测线圈测出螺线管轴线两侧感应电动势有效值  $U_{\max}$ ，并判断出磁场的方向，将所测  $U_{\max}$  标在刻度盘上，磁场方向用小箭头表示。然后用同样的方法测出螺线管两侧以外轴线上各点磁场的大小和方向，要求两侧各测 10 个点，并将测量结果标在刻度盘上。测量过程中如果励磁电流有变化，可以多次测量取平均值作为励磁电流值。

表 9-1 螺线管中心轴线磁场分布数据记录 (0cm 对应螺线管端面) 励磁电流: \_\_\_\_\_ mA

轴向距离 X (cm)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$U_{\max}$ (mV)											
$B=0.073 U_{\max}$ (mT)											

## 2、螺线管轴线外磁场的测定

根据图 9-5 所示的通电螺线管磁场分布示意图, 在螺线管轴线两侧分别对称地选择两条曲线, 按照上述步骤测出曲线上各点磁场的大小和方向, 每条曲线要求测 12 个点以上, 并按上述方法将测量结果标注刻度盘上。

具体操作方法: 将探测线圈的中心对准测试点, 旋转线圈, 寻找到该位置感应电压的最大值即为该处对应的磁场强度, 探测线圈轴线标记的方向即为该点的磁场方向。

表 9-2 螺线管轴线外磁场分布数据记录 励磁电流: \_\_\_\_\_ mA

测量点坐标											
$U_{\max}$ (mV)											
$B=0.073 U_{\max}$ (mT)											
磁场方向											

课后作业:

1、计算所测各点的磁感应强度, 按刻度盘格式裁取坐标纸, 将计算结果及磁场方向标注在坐标纸上, 然后描出磁感线。

2、分别计算出螺线管线圈轴线上两端面磁感应强度  $B$  的理论值, 与实验值比较, 求相对误差。

### 【思考题】

1、分析本实验磁场测量误差来源。

2、本实验仪所用探测线圈  $T$  具有一定尺寸, 而不是一个点, 对实验结果是否有影响?



## 实验十 测量三维亥姆霍兹线圈磁场

磁场实验仪采用恒流源产生恒定的磁场，用集成霍尔传感器测量载流圆线圈和亥姆霍兹线圈轴线上各点的磁感应强度，研究亥姆霍兹线圈的磁场分布。

### 【实验目的】

- 1、测量单个通电圆线圈的三维磁感应强度；
- 2、测量亥姆霍兹线圈轴线上各点的三维磁感应强度；
- 3、测量两个通电圆线圈不同间距时的线圈轴线上各点的三维磁感应强度；
- 4、比较和验证磁场叠加的原理。

### 【实验仪器】

三维亥姆霍兹线圈磁场实验仪由两部分组成。它们分别为三维亥姆霍兹线圈磁场实验仪部分（见图 10-1）和三维亥姆霍兹线圈磁场测试架部分（见图 10-2）。



图 10-1 三维亥姆霍兹线圈磁场实验仪前面板

### 1、三维亥姆霍兹线圈磁场实验仪

#### 1.1 数控恒流源：

1.1.1 数控恒流源提供 0~1.000A 的励磁电流输出。当按增加键“▲”，设定的电流大于数控电流源所能输出的电流值时，数控恒流源进行过流保护，并自动输出数控恒流源所能提供的最大输出励磁电流。

1.1.2 增加键“▲”：按一下，励磁电流增加 1mA；长按不放，随着时间的增加，励磁电流增加的速度会加快。

1.1.3 减少键“▼”：按一下，励磁电流减少 1mA；长按不放，随时间的增加，励磁电流减少的速度会加快。

1.1.4 励磁电流清零按键“清零”：按下清零按键，励磁电流清零，励磁电流输出为零。

#### 1.2 三维磁场测量

1.2.1 “X”按键：表示测量 X 轴向的磁场强度；按一下“X”按键，对应的“X”指示灯亮，测量显示 X 轴向的磁场强度。

1.2.2 “Y”按键：表示测量 Y 轴向的磁场强度；按一下“Y”按键，对应的“Y”指示灯亮，测量显示 Y 轴向的磁场强度。

1.2.3 “Z”按键：表示测量 Z 轴向的磁场强度；按一下“Z”按键，对应的“Z”指示灯亮，测量显示 Z 轴向的磁场强度。

1.2.4 “合成”按键：表示测量 X，Y，Z 轴向的正交矢量合成磁场强度；按一下“合成”按键，对应的“合成”指示灯亮，测量显示 X，Y，Z 轴向的正交矢量合成磁场强度。

1.2.5 “调零”按键：在测量显示 X，Y，Z 轴向或矢量合成方向的磁场强度时；按一下“调

零”按键，对应的轴向指示灯会熄灭，待完全清零后重新点亮，测量显示 X，Y，Z 轴向或矢量合成的某一磁场强度为零。

1.2.6“锁定”按键：在测量显示 X，Y，Z 轴向或矢量合成方向的磁场强度时；按一下“锁定”按键，对应的“hold”指示灯会亮，测量显示 X，Y，Z 轴向或矢量合成方向磁场强度为单次采样锁定值，不会改变；待再一次按下“锁定”按键，对应的“hold”指示灯会熄灭，才能继续动态测量显示 X，Y，Z 轴向或矢量合成的某一磁场强度。

1.2.7“复位”按键：按下“复位”键，系统复位，重新开始测量。

## 2、三维亥姆霍兹线圈磁场实验仪测试架

### 2.1 亥姆霍兹线圈

2.1.1 两个圆线圈（1）、（2）安装于底板（3）上，其中圆线圈（1）固定，圆线圈（2）可以沿底板移动，移动范围为 50~200mm；

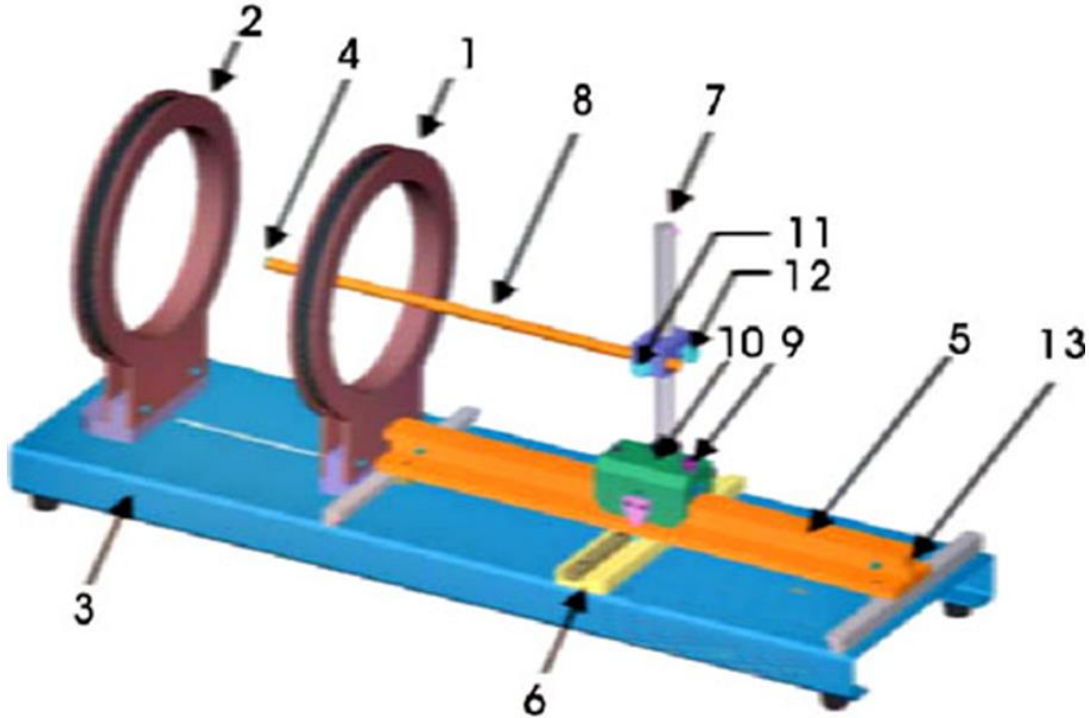


图 10-2 DH4501S 型三维亥姆霍兹线圈磁场实验仪测试架

- |             |             |              |
|-------------|-------------|--------------|
| 1—固定的亥姆霍兹线圈 | 2—移动的亥姆霍兹线圈 | 3—测试架底板      |
| 4—三维传感器探头   | 5—移动导轨      | 6—标尺固定条      |
| 7—标杆        | 8—传感器固定铜杆   | 9—滑块紧固帽      |
| 10—移动滑块     | 11—固定杆紧固帽   | 12—标杆移动/固定滑块 |
| 13—限位杆      |             |              |

2.1.2 松开圆线圈（2）底座上的紧固螺钉，就可以用双手均匀地移动圆线圈（2），从而改变了两个圆线圈的位置，移到所需的位置后，再拧紧紧固螺钉。

2.1.3 励磁电流通过圆线圈后面的插孔接入，可以做单个线圈和双线圈的磁场分布。

### 2.2 三维可移动装置

2.2.1 滑块（10）可以沿导轨（5）左右移动，用于改变霍尔元件 X 方向的位置。移动时，用力要轻，速度不可过快，如果滑块移动时阻力太大或松动，则应适当调节滑块上的螺钉（9）的紧度；左右移动不可沿前后方向即 Y 向用力，以免改变 Y 向位置；必要时，可以锁紧导轨（5）右端的紧定螺钉（13），防止改变 Y 向位置。

2.2.2 轻推滑块（10）沿导轨（6）均匀移动导轨（5），可改变霍尔元件 Y 方向的位置；这时，导轨（5）右端的紧定螺钉（13）应处于松开状态。注意：这时不可左右方向用力，以免改变霍尔元件的 X 向位置。

2.2.3 松开紧固螺钉（12），铜杆（8）可以沿导轨（7）上下移动，移到所需的位置后，再拧紧紧固螺钉（12），用于改变霍尔元件 Z 方向的位置。

2.2.4 装置的 X、Y、Z 向均配有位置标尺，在三维测量磁场时，可以方便地测量空间磁场的三维坐标。

### 2.3 霍尔传感器

装置采用 SS495A 型集成霍尔传感器。三个霍尔传感器相互垂直，安装于铜管（8）的左前端，同时测量三个方向的磁场分量。测量导线从铜管中引出，连接到测试架后面板上的专用插座。

改变圆线圈（2）的位置进行磁场分布实验时，为了读数方便，应该改变铜管（8）的位置。松开紧固螺钉（11），移动铜管至 R、2R 或 R/2 的位置，对应于圆线圈（2）在 R、2R 或 R/2 的位置，这样做的优点是移动滑块（10）时，X 向的读数是以 0 位置为对称的。如果不改变铜管（8）的位置，则应对 X 向位置读数进行修正。

主要技术性能：

#### 1、三维亥姆霍兹磁场实验仪：

1.1 励磁电流输出：0~1.000A；调节步进 1mA；稳定精度±1mA；3 位半电流表显示。具有过流保护功能。注：在本实验中只要求输出 0~0.500A；

1.2 磁场测量范围：0~19.999mT；最小分辨力 0.001mT；测量三维磁场 X，Y，Z 轴向或矢量合成方向。具有自动清零和锁定功能。

#### 2、亥姆霍兹线圈架

线圈等效半径：100mm，二线圈中心间距：50~200mm 连续可调；线圈匝数：500 匝（单个），线圈电阻：约 14Ω。温升不大于 10℃；最大负荷电流不小于 0.5A。

3、三维可移动装置：X 向移动距离±200mm，Y 向移动距离±70mm，Z 向移动距离±70mm。

4、电源：220V±10%，功耗：50VA。

### 【实验原理】

#### 1、霍尔效应

霍尔效应是导电材料中的电流与磁场相互作用而产生电动势的效应。为了方便地应用于各种场合，将单个的霍尔元件与相应的电路集成，形成各种用途的集成霍尔传感器。如用于测量磁场的线性传感器、用于检测开关量的霍尔开关等。本实验使用的是线性集成霍尔传感器。

#### 2、载流圆线圈磁场

根据毕奥—萨伐尔定律，载流线圈在轴线（通过圆心并与线圈平面垂直的直线上某点的磁感应强度为：

$$B = \frac{\mu_0 R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} NI \quad 10-1$$

式中 I 为通过线圈的励磁电流强度，N 为线圈的匝数，R 为线圈平均半径，x 为圆心到该点的距离， $\mu_0$  为真空磁导率。因此，圆心处的磁感应强度  $B_0$  为：

$$B_0 = \frac{\mu_0}{2R} NI \quad 10-2$$

轴线外的磁场分布计算公式较复杂，这里简略。

#### 3、亥姆霍兹线圈

亥姆霍兹线圈是一对匝数和半径相同的共轴平行放置的圆线圈，两线圈间的距离 d 正好等于圆形线圈的半径 R。这种线圈的特点是在其公共轴线中点附近产生较广的均匀磁场区，故在生产和科研中有较大的实用价值，其磁场合成示意图如图 10-3 所示。

当两通电线圈的通电电流方向一样时，线圈内部形成的磁场方向也一致，这样两线圈之间的部分就形成均匀磁场。当探头在磁场内运动时其测量的数值几乎不变。当两通电线圈电流方向不同时在两线圈中心的磁场应为 0。

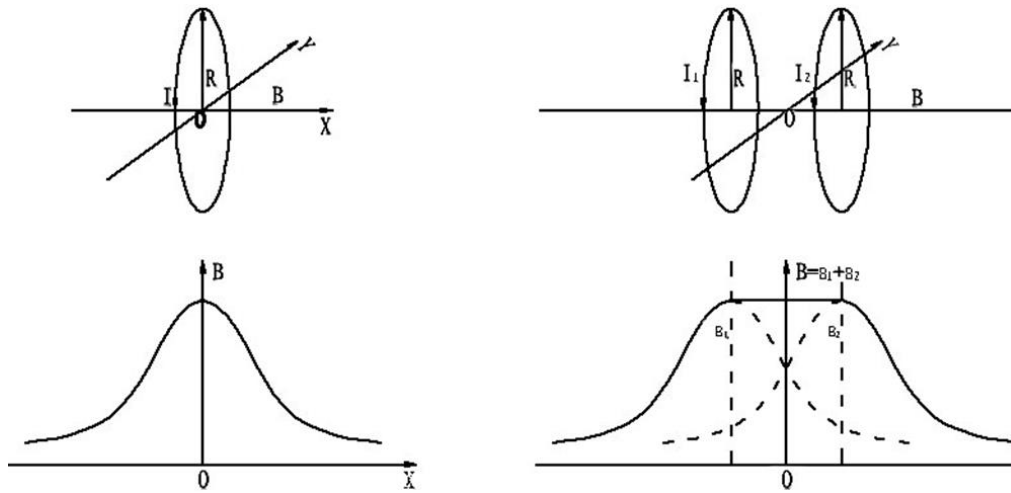


图 10-3 亥姆霍兹线圈磁场分布图

设  $Z$  为亥姆霍兹线圈中轴线上某点离中心点  $O$  处的距离，则亥姆霍兹线圈轴线上任点的磁感应强度为：

$$B = B_1 + B_2 = \frac{1}{2} \mu_0 N I R^2 \left\{ \left[ R^2 + \left( \frac{R}{2} + Z \right)^2 \right]^{-3/2} + \left[ R^2 + \left( \frac{R}{2} - Z \right)^2 \right]^{-3/2} \right\} \quad 10-3$$

而在亥姆霍兹线圈轴线上中心  $O$  处， $Z=0$ ，所以磁感应强度  $B_0$  为：

$$B_0 = \frac{\mu_0 N I}{R} \times \frac{8}{5^{3/2}} \quad 10-4$$

在  $I=0.5A$ 、 $N=500$ 、 $R=0.100m$  的实验条件下，根据式 10-2，单个线圈圆心处的磁场强度为：

$$B_0 = \frac{\mu_0}{2R} N I = 4\pi \times 10^{-7} \times 500 \times 0.5 / (2 \times 0.100) = 1.57mT$$

当两圆线圈间的距离  $d$  正好等于圆形线圈的半径  $R$ ，组成亥姆霍兹线圈时，根据式 10-3，轴线上中心  $O$  处磁感应强度  $B_0$  为：

$$B_0 = \frac{\mu_0 N I}{R} \times \frac{8}{5^{3/2}} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 500 \times 0.5}{0.100} \times \frac{8}{5^{3/2}} = 2.25mT$$

当两圆线圈间的距离  $d$  不等于圆形线圈的半径  $R$  时，轴线上中心  $O$  处磁感应强度  $B_0$  按本实验所述的公式 10-3 计算。在  $d=1/2R$ 、 $R$ 、 $2R$  时，相应的曲线见图 10-4。

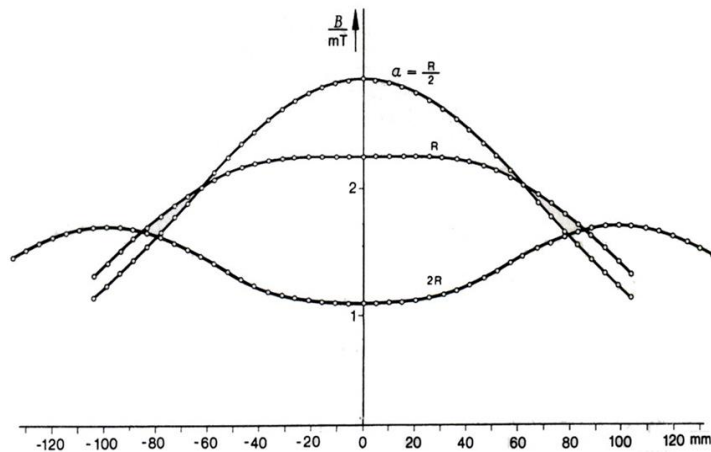


图 10-4 圆线圈间不同距离时轴线上的磁场分布图

#### 4、磁场的三维矢量测量

实际的磁场是一个有方向的矢量。在单个线圈中，磁力线是围绕线圈环形分布的，磁场在不同位置的 X 向、Y 向和 Z 向分量是不同的。在间距  $d=R$  的亥姆霍兹线圈内的中心区域，磁力线主要分布于 X 向，Y 向和 Z 向分量很小，磁场在 Y 向和 Z 向分量是很小的；在亥姆霍兹线圈外的区域，磁力线在亥姆霍兹线圈外形成较为复杂的环形分布，磁场在不同位置的 X 向、Y 向和 Z 向分量也是不同的。

本实验可以测量不同位置的磁感应强度  $B$  的 X 向、Y 向和 Z 向的三维分量的大小，并可以根据三维分量合成磁感应强度  $B$  的大小，并计算出矢量方向，从而还原出真实磁场的矢量特性。

#### 【实验内容】

##### 1、测量单个通电圆线圈轴线上的磁感应强度

先将 Y 向导轨（5）、Z 向导轨（7）均置于 0，并紧固相应的螺母，这样使霍尔元件位于亥姆霍兹线圈轴线上。将左边圆线圈移至 R 处，铜管位置至 R 处。

测量前用连接线将励磁电流  $I_M$  输出端连接到圆线圈（1），霍尔传感器的信号插头连接到测试架后面板的专用插座。其它连接线一一对应连接好。为了消除地磁场的影响，测量前应将 X、Y 和 Z 向显示值调零。

##### 1.1、测量单个圆线圈（1）X 轴向位置的三维磁感应强度

为了方便描述，我们将左线圈称为圆线圈（1），右线圈称为圆线圈（2）。

调节励磁电流  $I_M=0.5A$ ，移动 X 向导轨（10），测量单个圆线圈（1）通电时，轴线上的各点处磁感应强度的 X、Y 和 Z 向分量和合成量  $B_{(1X)}$ ，可以每隔 10mm 测量一个数据。

将测量的数据记录在表格 10-1 中，并绘出  $B_{(1X)}-X$  图，即圆线圈（1）在 X 轴线上  $B$  的分布图。注意，由于传感器探头“0”位置与圆线圈（1）的中心位置差  $R/2$ ，所以圆线圈（1）在 X 轴线上  $B$  的分布图的中心位于  $-R/2$  位置。从理论上说，在轴线上的 Y 和 Z 向分量是比较小的。

表 10-1  $B_{(1X)}-X$

$I_M = 500mA$

X (mm)	$B_{X(1)}$ (mT)	$B_{Y(1)}$ (mT)	$B_{Z(1)}$ (mT)	$B_{(1X)}$ (mT)
.....				
-100				
-90				
-80				
-70				
-60				
-50				
-40				
-30				
-20				
-10				
0				
10				
20				
30				
40				
50				
60				
70				
80				
90				
100				
.....				

### 1.2、测量单个圆线圈（1）其他位置的三维磁感应强度

在非轴线位置的磁感应强度分布较为复杂，我们可以取一些感兴趣的点测量，然后随机选择一些点进行测量。

#### 1.2.1、测量单个圆线圈（1）Y 向位置的三维磁感应强度

X 向导轨置于“-R/2”位置（-50mm，即标尺左侧 50mm 位置），Z 向导轨置于“0”位。调节励磁电流  $I_M=0.5A$ ，移动 Y 向导轨（5），测量单个圆线圈通电时，Y 向位置各点处磁感应强度的 X，Y 和 Z 分量和合成量  $B_{(1Y)}$ ，可以每隔 10mm 测量一个数据。

将测量的数据记录在表格 10-2 中，有兴趣的可绘出  $B_{(1Y)}$ -Y 图，即圆线圈 Y 向位置的 B 分布图。

表 10-2  $B_{(1Y)}$ -Y  $I_M = 500mA$

Y (mm)	$B_{X(1)}$ (mT)	$B_{Y(1)}$ (mT)	$B_{Z(1)}$ (mT)	$B_{(1Y)}$ (mT)
-40				
-30				
-20				
-10				
0				
10				
20				
30				
40				

#### \*1.2.2、测量单个圆线圈（1）Z 向位置的三维磁感应强度

理论上来说，由于圆线圈的结构原因，Y 向和 Z 向位置的磁场分布是相同的。若有需要，也可进行 Z 向位置的三维磁感应强度实验。这时 X 向导轨置于“-R/2”位置（即-50mm 位置），Y 向导轨置于“0”位，上下移动 Z 向导轨（5），测量单个圆线圈（1）通电时，Z 向位置各点处磁感应强度的 X，Y 和 Z 分量和合成量  $B_{(1Z)}$ ，可以每隔 10mm 测量一个数据。

将测量的数据记录在表格 10-3 中，有兴趣的可绘出  $B_{(1Z)}$ -Z 图，即圆线圈 Z 向位置的 B 分布图。

表 1-3  $B_{(1Z)}$ -Z  $I_M = 500mA$

Z (mm)	$B_{X(1)}$ (mT)	$B_{Y(1)}$ (mT)	$B_{Z(1)}$ (mT)	$B_{(1Z)}$ (mT)
-40				
-30				
-20				
-10				
0				
10				
20				
30				
40				

#### \*1.2.3、测量圆线圈任一位置的三维磁感应强度

选择仪器允许的空间任一位置，测量圆线圈在该点的三维磁感应强度分量及合成量。在磁感应强度的 X，Y 和 Z 分量构成的三维数学坐标内，可以计算出该点的三维数学坐标，即各向的数值和角度，该点的矢量方向即为该点磁感应强度的矢量方向。有条件的可以在计算机上用三维绘图软件辅助绘图。

表 10-4  $B_{(1)}$  $I_M = 500\text{mA}$ 

X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	$B_{x(1)}$ (mT)	$B_{y(1)}$ (mT)	$B_{z(1)}$ (mT)	$B_{(1)}$ (mT)

## 1.3 测量右侧圆线圈的磁场分布。

调节励磁电流  $I_M=0.5\text{A}$ ，移动 X 向导轨 (10)，测量单个圆线圈 (2) 通电时，轴线上的各点处磁感应强度的 X、Y 和 Z 向分量和合成量  $B_{(2X)}$ ，可以每隔 10mm 测量一个数据。

将测量的数据记录在表格 10-5 中，并绘出  $B_{(2X)}-X$  图，即圆线圈 (2) 在 X 轴线上 B 的分布图。注意，由于传感器探头“0”位置与圆线圈 (2) 的中心位置差  $R/2$ ，所以圆线圈 (1) 在 X 轴线上 B 的分布图的中心位于  $+R/2$  位置。

表 1-5  $B_{(2X)}-X$  $I_M = 500\text{mA}$ 

X (mm)	$B_{x(1)}$ (mT)	$B_{y(1)}$ (mT)	$B_{z(1)}$ (mT)	$B_{(1X)}$ (mT)
.....				
-100				
-90				
-80				
-70				
-60				
-50				
-40				
-30				
-20				
-10				
0				
10				
20				
30				
40				
50				
60				
70				
80				
90				
100				
.....				

## 2、测量亥姆霍兹线圈轴线上各点的磁感应强度

2.1、测量前将亥姆霍兹线圈的距离设为  $R$  处，即 100mm 处；将铜管位置调至  $R$  处。

Y 向导轨 (5)、Z 向导轨 (7) 均置于 0，并紧固相应的螺母，这样使霍尔传感器位于亥姆霍兹线圈轴线上。

用连接线将圆线圈 (2) 和 (1) 同向串联，连接到信号源励磁电流  $I_M$  输出端。其它连接线一一对应连接好。

调节励磁电流  $I_M=0.5\text{A}$ ，移动 X 向导轨 (10) 测量亥姆霍兹线圈通电时，轴线上的各点处的霍尔电压，可以每隔 10mm 测量一个数据。

将测量的数据记录在表格 10-6 中, 并绘出  $B_{(R)}-X$  图, 即亥姆霍兹线圈 X 向轴线上 B 的分布图。

2.2、测得的亥姆霍兹线圈轴线上各点的磁感应强度与公式 10-3 计算的结果相比较。

2.3、比较和验证磁场叠加的原理:

将表 10-1 和表 10-5 的  $B_{(1)}$ 、 $B_{(2)}$  值数据按 X 向的坐标位置相加, 得到  $B_{(1)}+B_{(2)}$ 。

将  $B_{(1)}$ 、 $B_{(2)}$ 、 $B_{(1)}+B_{(2)}$  及表 10-6 的  $B_{(R)}$  数据绘制出 B-X 图。

比较  $B_{(1)}+B_{(2)}$  和  $B_{(R)}$ , 证明是否符合公式  $B_{(1)}+B_{(2)}=B_{(R)}$ 。

表 1-6  $B_{(R)}-X$

$I_M = 500\text{mA}$

X (mm)	$B_{X(R/2)}$ (mT)	$B_{X(R)}$ (mT)	$B_{X(2R)}$ (mT)	$B_{X(L1)}$ (mT)	$B_{X(L2)}$ (mT)
.....					
-150					
-140					
-130					
-120					
-110					
-100					
-90					
-80					
-70					
-60					
-50					
-40					
-30					
-20					
-10					
0					
10					
20					
30					
40					
50					
60					
70					
80					
90					
100					
110					
120					
130					
140					
150					
.....					

3、测量两个通电圆线圈不同间距时的线圈轴线上各点的磁感应强度

3.1、将两个通电圆线圈的距离设为  $R/2$ , 即 50mm; 将铜管位置调至  $R/2$  处;

将测量的数据记录在表格 10-6 中, 并绘出  $B_{(R/2)}-X$  图, 即双线圈在距离  $R/2$  时 X 向轴线上 B 的分布图。

3.2、将两个通电圆线圈的距离设为  $2R$ , 即 200mm; 将铜管位置调至  $2R$  处;

将测量的数据记录在表格 10-6 中, 并绘出  $B_{(2R)}-X$  图, 即双线圈在距离  $2R$  时 X 向轴线上 B 的分布图。

3.3、将绘制出  $B_{(R)}-X$  图、 $B_{(R/2)}-X$  图和  $B_{(2R)}-X$  图进行比较, 分析和总结通电圆线圈轴线上磁场的分布规律。



\*3.4、测量两个通电圆线圈仪器允许的任一间距时的线圈轴线上各点的磁感应强度  
将测量的数据记录在表格 10-6 中，并绘出  $B(L)$ - $X$  图，即双线圈在距离  $L$  时  $X$  向轴线上  $B$  的分布图。

\*4、测量通电圆线圈轴线外各点的磁感应强度

4.1、测量亥姆霍兹线圈轴线外各点的磁感应强度

调整圆线圈（2）与（1）的距离为 100mm，铜管位置到“R”处。Y 向导轨（5）、Z 向导轨（7）均置于 0。

选择仪器允许的空间任一位置，测量圆线圈在该点的三维磁感应强度分量及合成量。操作过程同步骤 1.2.3。

4.2、测量通电圆线圈  $R/2$  间距时轴线外各点的磁感应强度。

4.3、测量通电圆线圈  $2R$  间距时轴线外各点的磁感应强度。

注意：距离轴线较远及亥姆霍兹线圈外侧位置，由于霍尔元件与  $B$  并不完全垂直，存在角度偏差，所以会引入一定测量误差。另外，测量时注意地磁场的影响，可以在无励磁电流时，对毫特计调零消除。

## 实验十一 霍尔效应实验

霍尔效应是导电材料中的电流与磁场相互作用而产生电动势的效应。1879 年美国霍普金斯大学研究生霍尔在研究金属导电机理时发现了这种电磁现象，故称霍尔效应。后来曾有人利用霍尔效应制成测量磁场的磁传感器，但因金属的霍尔效应太弱而未能得到实际应用。随着半导体材料和制造工艺的发展，人们又利用半导体材料制成霍尔元件，由于它的霍尔效应显著而得到实用和发展，现在广泛用于非电量的测量、电动控制、电磁测量和计算装置方面。在电流体中的霍尔效应也是目前在研究中的“磁流体发电”的理论基础。近年来，霍尔效应实验不断有新发现。1980 年原西德物理学家冯·克利青研究二维电子气系统的输运特性，在低温和强磁场下发现了量子霍尔效应，这是凝聚态物理领域最重要的发现之一。目前对量子霍尔效应正在进行深入研究，并取得了重要应用，例如用于确定电阻的自然基准，可以极为精确地测量光谱精细结构常数等。

在磁场、磁路等磁现象的研究和应用中，霍尔效应及其元件是不可缺少的，利用它观测磁场直观、干扰小、灵敏度高、效果明显。

### 【实验目的】

- 1、霍尔效应原理及霍尔元件有关参数的含义和作用；
- 2、测绘霍尔元件的  $V_H-I_S$ ,  $V_H-I_M$  曲线，了解霍尔电势差  $V_H$  与霍尔元件工作电流  $I_S$ 、磁场应强度  $B$  及励磁电流和  $I_M$  之间的关系。
- 3、学习利用霍尔效应测量磁感应强度  $B$  及磁场分布。
- 4、学习用“对称交换测量法”消除负效应产生的系统误差。

### 【实验仪器】

DH4501N 型三维亥姆霍兹线圈磁场实验仪

### 【实验原理】

#### 1、霍尔效应

霍尔效应从本质上讲，是运动的带电粒子在磁场中受洛伦兹力的作用而引起的偏转。当带电粒子（电子或空穴）被约束在固体材料中，这种偏转就导致在垂直电流和磁场的方向上产生正负电荷在不同侧的聚积，从而形成附加的横向电场。如右图 11-1 所示，磁场  $B$  位于  $Z$  的正向，与之垂直的半导体薄片上沿  $X$  正向通以电流  $I_S$ （称为工作电流），假设载流子为电子（N 型半导体材料），它沿着与电流  $I_S$  相反的  $X$  负向运动。

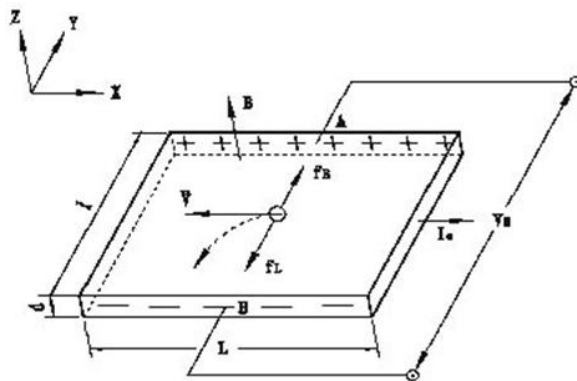


图 11-1 电子在磁场中运动

由于洛仑兹力  $f_L$  作用，电子即向图中虚线箭头所指的位于  $y$  轴负方向的  $B$  侧偏转，并使  $B$  侧形成电子积累，而相对的  $A$  侧形成正电荷积累。与此同时运动的电子还受到由于两种积累的异种电荷形成的反向电场力  $f_E$  的作用。随着电荷积累的增加， $f_E$  增大，当两力大小相等（方向相反）时， $f_L = -f_E$ ，则电子积累便达到动态平衡。这时在  $A$ 、 $B$  两端面之间建立的电场称为霍尔电场  $E_H$ ，相应的电势差称为霍尔电势  $V_H$ 。

设电子按均一速度  $\bar{V}$ ，向图 11-1 所示的  $X$  负方向运动，在磁场  $B$  作用下，所受洛仑兹力为：

$$f_L = -e\bar{V}B$$

式中： $e$  为电子电量， $\bar{V}$  为电子漂移平均速度， $B$  为磁感应强度。

同时，电场作用于电子的力为：

$$f_E = -eE_H = -eV_H / l$$

式中： $E_H$  为霍尔电场强度， $V_H$  为霍尔电势， $l$  为霍尔元件宽度。

当达到动态平衡时：

$$f_L = -f_E \quad \bar{V}B = V_H/l \quad 11-1$$

设霍尔元件宽度为  $l$ ，厚度为  $d$ ，载流子浓度为  $n$ ，则霍尔元件的工作电流为：

$$I_s = ne\bar{V}ld \quad 11-2$$

由 11-1、11-2 两式可得：

$$V_H = E_H l = \frac{1}{ne} \frac{I_s B}{d} = R_H \frac{I_s B}{d} \quad 11-3$$

即霍尔电压  $V_H$  ( $A$ 、 $B$  间电压) 与  $I_s$ 、 $B$  的乘积成正比，与霍尔元件的厚度成反比，比例系数  $R_H = \frac{1}{ne}$  称为霍尔系数（严格来说，对于半导体材料，在弱磁场下应引入一个修正因子  $A = \frac{3\pi}{8}$ ，从而有  $R_H = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{ne}$ ），它是反映材料霍尔效应强弱的重要参数，根据材料的电导率  $\sigma = ne\mu$  的关系，还可以得到：

$$R_H = \mu / \sigma = \mu\rho \text{ 或 } \mu = |R_H|\sigma \quad 11-4$$

式中： $\mu$  为载流子的迁移率，即单位电场下载流子的运动速度，一般电子迁移率大于空穴迁移率，因此制作霍尔元件时大多采用  $N$  型半导体材料。

当霍尔元件的材料和厚度确定时，设：

$$K_H = R_H / d = l / ned \quad 11-5$$

将式 11-5 代入式 11-3 中得：

$$V_H = K_H I_s B \quad 11-6$$

式中： $K_H$  称为元件的灵敏度，它表示霍尔元件在单位磁感应强度和单位控制电流下的霍尔电势大小，其单位是  $mV/mA \cdot T$ ，一般要求  $K_H$  愈大愈好。由于金属的电子浓度 ( $n$ ) 很高，所以它的  $R_H$  或  $K_H$  都不大，因此不适宜作霍尔元件。此外元件厚度  $d$  愈薄， $K_H$  愈高，所以

制作时，往往采用减少  $d$  的办法来增加灵敏度，但不能认为  $d$  愈薄愈好，因为此时元件的输入和输出电阻将会增加，这对霍尔元件是不希望的。本实验采用的霍尔片的厚度的  $d$  为  $0.2\text{mm}$ ，宽度  $l$  为  $1.5\text{mm}$ ，长度  $L$  为  $1.5\text{mm}$ 。

应当注意：当磁感应强度  $B$  和元件平面法线成一角度时（如图 11-2），作用在元件上的有效磁场是其法线方向上的分量  $B\cos\theta$ ，此时：

$$V_H = KHl_s B \cos\theta \quad 11-7$$

所以一般在使用时应调整元件两平面方位，使  $V_H$  达到最大，即：  $\theta = 0$ ，

$$V_H = KHl_s B \cos\theta = KHl_s B$$

由式 11-7 可知，当工作电流  $I_s$  或磁感应强度  $B$ ，两者之一改变方向时，霍尔电势  $V_H$  方向随之改变；若两者方向同时改变，则霍尔电势  $V_H$  极性不变。

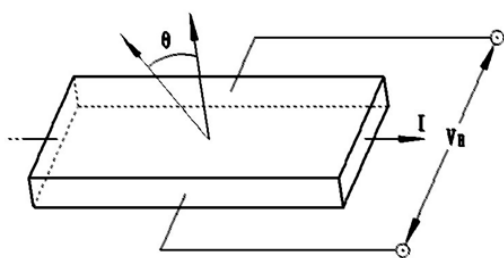


图 11-2 元件与磁场位置关系

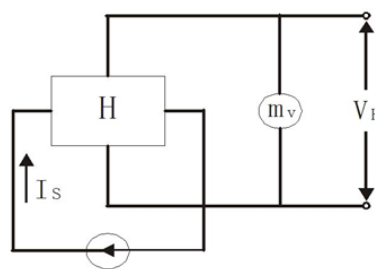


图 11-3 测量磁场的基本电路

霍尔元件测量磁场的基本电路如图 11-3，将霍尔元件置于待测磁场的相应位置，并使元件平面与磁感应强度  $B$  垂直，在其控制端输入恒定的工作电流  $I_s$ ，霍尔元件的霍尔电势输出端接毫伏表，测量霍尔电势  $V_H$  的值。

## 2、实验系统误差及其消除

测量霍尔电势  $V_H$  时，不可避免的会产生一些副效应，由此而产生的附加电势叠加在霍尔电势上，形成测量系统误差，这些副效应有：

### (1) 不等位电势 $V_0$

由于制作时，两个霍尔电势既不可能绝对对称的焊在霍尔片两侧（图 11-4a）、霍尔片电阻率不均匀、控制电流极的端面接触不良（图 11-4b）都可能造成 A、B 两极不处在同一等位面上，此时虽未加磁场，但 A、B 间存在电势差  $V_0$ ，此称不等位电势， $V_0 = I_s V$ ， $V$  是两等位面间的电阻，由此可见，在  $V$  确定的情况下， $V_0$  与  $I_s$  的大小成正比，且其正负随  $I_s$  的方向而改变。

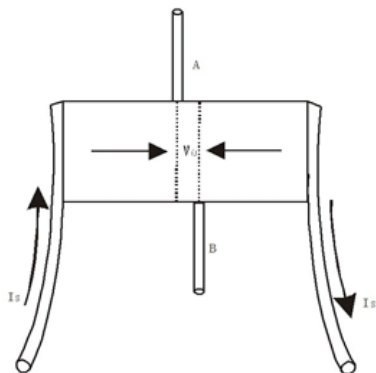


图 11-4(a) 焊接不对称

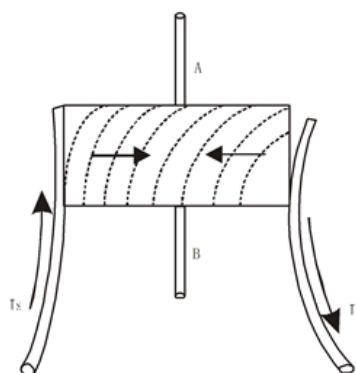


图 11-4(b) 电阻率不均匀、接触不良

### (2) 爱廷豪森效应

当元件 X 方向通以工作电流  $I_s$ ，Z 方向加磁场  $B$  时，由于霍尔片内的载流子速度服从统计分布，有快有慢。在到达动态平衡时，在磁场的作用下慢速快速的载流子将在洛仑兹力和霍尔电场的共同作用下，沿 y 轴分别向相反的两侧偏转，这些载流子的动能将转化为热能，

使两侧的温升不同，因而造成 y 方向上的两侧的温差 ( $T_A - T_B$ )。因为霍尔电极和元件两者材料不同，电极和元件之间形成温差电偶，这一温差在 A、B 间产生温差电动势  $V_E$ ， $V_E \propto IB$ 。

这一效应称爱廷豪森效应， $V_E$  的大小与正负符号与 I、B 的大小和方向有关，跟  $V_H$  与 I、B 的关系相同，所以不能在测量中消除。

### (3) 伦斯脱效应

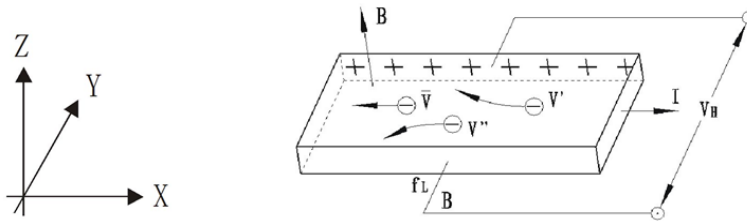


图 11-5 正电子运动平均速度 (图中  $V' < \bar{V}$   $V'' > \bar{V}$ )

由于控制电流的两个电极与霍尔元件的接触电阻不同，控制电流在两电极处将产生不同的焦耳热，引起两电极间的温差电动势，此电动势又产生温差电流（称为热电流） $Q$ ，热电流在磁场作用下将发生偏转，结果在 y 方向上产生附加的电势差  $V_H$ ，且  $V_H \propto QB$  这一效应称为伦斯脱效应，由上式可知  $V_H$  的符号只与 B 的方向有关。

### (4) 里纪-杜勒克效应

如前节 (3) 所述霍尔元件在 x 方向有温度梯度的  $dT/dX$ ，引起载流子沿梯度方向扩散而有热电流  $Q$  通过元件，在此过程中载流子受 Z 方向的磁场 B 作用下，在 y 方向引起类似爱廷豪森效应的温差  $T_A - T_B$ ，由此产生的电势差  $V_H \propto QB$ ，其符号与 B 的方向有关，与  $I_s$  的方向无关。为了减少和消除以上效应的附加电势差，利用这些附加电势差与霍尔元件工作电流  $I_s$ ，磁场 B（即相应的励磁电流  $I_M$ ）的关系，采用对称（交换）测量法进行测量。

当 $+I_s$ ， $+I_M$ 时	$V_{AB1} = +V_H + V_0 + V_E + V_N + V_R$
当 $+I_s$ ， $-I_M$ 时	$V_{AB2} = -V_H + V_0 - V_E + V_N + V$
当 $-I_s$ ， $-I_M$ 时	$V_{AB3} = +V_H - V_0 + V_E - V_N - V_R$
当 $-I_s$ ， $+I_M$ 时	$V_{AB4} = -V_H - V_0 - V_E - V_N - V_R$

对以上四式作如下运算则得：

$$\frac{1}{4} (V_{AB1} - V_{AB2} + V_{AB3} - V_{AB4}) = V_H + V_E$$

可见，除爱廷豪森效应以外的其他副效应产生的电势差会全部消除，因爱廷豪森效应所产生的电势差  $V_E$  的符号和霍尔电势  $V_H$  的符号，与  $I_s$  及 B 的方向关系相同，故无法消除，但在非大电流、非强磁场下， $V_H \gg V_E$ ，因而  $V_E$  可以忽略不计，由此可得：

$$V_H \approx V_H + V_E = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4}$$

### 【实验内容】

- 1、测量霍尔元件零位（不等位）电势  $V_0$  及不等位电阻  $R_0 = V_0 / I_s$
- 2、研究  $V_H$  与励磁电流  $I_M$ ，和工作电流  $I_s$  之间的关系
- 3、测量霍尔元件的霍尔灵敏度

### 【实验方法与步骤】

#### 一、实验仪信号源与三维亥姆霍兹线圈磁场测试架的连接

1、将信号源面板右下方的励磁电流  $I_M$  的直流恒流输出端（0~0.500A），接测试架上的励磁线圈电流  $I_M$  的输入端，注意正确的极性。信号源面板右侧的表头显示当前励磁电流的大小。做霍尔效应实验时，应将两个圆线圈串联，如圆线圈（2）的正极接信号源正输出端、负极接圆线圈（1）的正极，圆线圈（1）的负极接信号源负输出端。

2、测试架的铜管尾部的霍尔传感器信号线测试架后面板上的专用四芯插座。实验仪  $I_s$  霍尔片工作电流输出端及  $V_H$ 、 $V_0$  测量输入端，连接测试架时，与测试架上对应的接线端子

一一对应连接，（红接线柱与红接线柱相连，黑接线柱与黑接线柱相连。）当测量霍尔电压  $V_H$  时，实验仪与测试架的  $V_H$ 、 $V_\sigma$  测量转换开关都按至  $V_H$  测量位置，即此开关处于按下位置。

## 二、研究霍尔效应与霍尔元件特性

进行测量前先进行以下调整：

将亥姆霍兹线圈的距离设为  $R$ ，即 100mm 处；铜管位置至  $R$  处；

X 向导轨（10）、Y 向导轨（5）、Z 向导轨（7）均置于 0，并紧固相应的螺母，这样使霍尔元件位于亥姆霍兹线圈中心。

### 1、测量霍尔元件的零位（不等位）电势 $V_0$ 和不等位电阻 $R_0$

1) 用连接线将中间的霍尔电压输入端短接（或将  $I_S$ 、 $I_M$  电流调节到 0），调节调零旋钮使电压表显示 0.00mV；

2) 断开励磁电流  $I_M$ （或将  $I_M$  电流调节到 0）；

3) 调节霍尔工作电流  $I_S=5.00\text{mA}$ ，用  $I_S$  换向开关改变霍尔工作电流输入方向，分别测出零位霍尔电势  $V_{01}$ 、 $V_{02}$ ，并计算出不等位电阻：

$$R_{01} = \frac{V_{01}}{I_S}, R_{02} = \frac{V_{02}}{I_S} \quad 11-8$$

### 2、测量霍尔电压 $V_H$ 与工作电流 $I_S$ 的关系

1) 先将  $I_S$ 、 $I_M$  都调节为零，调节调零旋钮使电压表显示 0.00mV；

2) 调节  $I_M=500\text{mA}$ ，调节  $I_S=1.00\text{mA}$ ，按表中  $I_S$ 、 $I_M$  正负情况切换  $I_S$ 、 $I_M$  的正负方向，分别测量霍尔电压  $V_H$  值（ $V_1$ 、 $V_2$ 、 $V_3$ 、 $V_4$ ）填入表（11-1）。

3) 以后  $I_S$  每次递增 0.50mA，测量各  $V_1$ 、 $V_2$ 、 $V_3$ 、 $V_4$  值。绘出  $I_S$ - $V_H$  曲线，验证线性关系。

表 11-1  $V_H$ - $I_S$  关系测量表

$I_M = 500\text{mA}$

$I_S(\text{mA})$	$V_1(\text{mV})$	$V_2(\text{mV})$	$V_3(\text{mV})$	$V_4(\text{mV})$	$V_H = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4} (\text{mV})$
	+ $I_S$ 、+ $I_M$	+ $I_S$ 、- $I_M$	- $I_S$ 、- $I_M$	- $I_S$ 、+ $I_M$	
1.00					
1.50					
2.00					
2.50					
.....					
5.00					

### 3、测量霍尔电压 $V_H$ 与励磁电流 $I_M$ 的关系

1) 先将  $I_S$ 、 $I_M$  都调节为零，调节调零旋钮使电压表显示 0.00mV；再调节  $I_S$  调节至 5.00mA；

2) 调节  $I_M=100$ 、150、200.....500mA(间隔为 50mA)，分别测量霍尔电压  $V_H$  值填入表（11-2）中的值；

3) 根据表（11-2）中所测得的数据，绘出  $I_M$ - $V_H$  曲线，验证线性关系的范围，分析当  $I_M$  达到一定值以后， $I_M$ - $V_H$  直线斜率变化的原因。

表 11-2  $V_H$ - $I_M$  关系测量表

$I_S = 5.00\text{mA}$

$I_M(\text{mA})$	$V_1(\text{mV})$	$V_2(\text{mV})$	$V_3(\text{mV})$	$V_4(\text{mV})$	$V_H = \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4}{4} (\text{mV})$
	+ $I_S$ 、 $I_M$	+ $I_S$ 、- $I_M$	- $I_S$ 、 $I_M$	- $I_S$ 、- $I_M$	
100					
150					
200					
250					
.....					
500					

#### 4、计算霍尔元件的霍尔灵敏度

当励磁电流  $I_M$  为 0.5A 时，本实验采用的亥姆霍兹线圈的中心磁感应强度  $B$  为：

$$B_0 = \frac{\mu_0 NI}{R} \times \frac{8}{5^{3/2}} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 500 \times 0.5}{0.100} \times \frac{8}{5^{3/2}} = 2.25mT$$

当  $B=B_0$  时，霍尔电压为  $V_{H0}$ ，则根据公式  $V_H = KH I_S B \cos\theta = K_H I_S B$ ，可得到：

$$K_H = \frac{V_{H0}}{I_S B_0} \quad 11-9$$

#### 5、测量样品的电导率 $\sigma$

样品的电导率  $\sigma$  为：

$$\sigma = \frac{I_S L}{V \sigma d} \quad 11-10$$

式中  $I_S$  是流过霍尔片的电流，单位是 A， $V_{\sigma}$  是霍尔片长度  $L$  方向的电压降，单位是 V，

长度  $L$ 、宽度  $l$  和厚度  $d$  的单位为 m，则  $\sigma$  的单位为  $S \cdot m^{-1}$  ( $1S=1\Omega^{-1}$ )。

测量  $V_{\sigma}$  前，先对毫伏表调零。且将实验仪与测试架的  $V_H$ 、 $V_{\sigma}$  测量转换开关都按至  $V_{\sigma}$  测量的位置，即此开关处于弹出位置。其中  $I_M$  必须为 0，或者断开  $I_M$  连线。因为霍尔片的引线电阻（约  $10^{-1}\Omega$  数量级）相对于霍尔片的体电阻（约  $700\sim 900\Omega$ ）来说很小，因此可以忽略不计。

将工作电流从最小开始调节，用毫伏表测量  $V_{\sigma}$  值，由于毫伏表量程所限，这时的  $I_S$  较小。如需更大电压量程，也可用外接数字电压表测量。

#### 【注意事项】

- 1、仪器使用前应预热 10~15 分钟，并避免周围有强磁场源或磁性物质。
- 2、仪器使用时要正确接线，注意不要扯拉霍尔传感器的引出线！以防损坏。
- 3、仪器采用三维移动设计，可移动的部件很多，一定要细心合理使用，不可用力过大，以防影响使用寿命；铜管的机械强度有限！切不可受外力冲击，以防变形，影响使用。
- 4、霍尔电势  $V_H$  测量的条件是霍尔元件平面与磁感应强度  $B$  垂直，此时  $V_H = I_S B \cos\theta = I_S B$  即  $V_H$  取得最大值，仪器在组装时已调整好角度。为防止搬运，使用中发生的位移，实验前应检查霍尔元件传感器是否与圆线圈（1）垂直，如果不垂直，则应适当调整。
- 5、本实验应将亥姆霍兹线圈的距离设为  $R$ ，即 100mm 处，铜管位置至  $R$  处；否则会造成错误的实验数据。

## 实验十二 测定电子荷质比

DH4521 电子束测试仪用来研究电子在电场、磁场中的运动规律，五个表头分别显示电偏转电压、磁偏转电流、阳极电压、聚焦电压及磁聚焦电流。内置电偏转电源、磁偏转电源及磁聚焦电源。

### 【实验目的】

- 1、熟悉示波管的基本原理和构造。
- 2、掌握电聚焦和磁聚焦的基本原理和方法。
- 3、学会一种测定电子荷质比的方法。

### 【实验仪器】

DH4521 电子束测试仪

本仪器的参数如下：

螺线管内的线圈匝数： $N=535\pm 1$ （具体以螺线管上标注为准）

螺线管的长度： $L=0.235\text{m}$

螺线管的直径： $D_0=0.092\text{m}$

螺距(Y 偏转板至荧光屏距离)  $h=0.135\text{m}$

### 【实验原理】

#### 一、电偏转

在阴极射线管中，如图 12-1 所示。

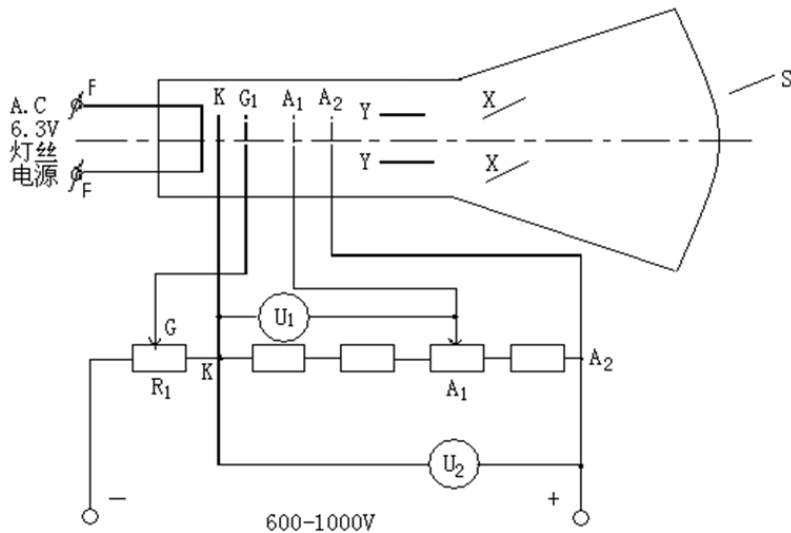


图 12-1 阴极射线管示意图

K—阴极    G—栅极    A<sub>1</sub>—聚焦阳极    A<sub>2</sub>—第二阳极  
Y—垂直偏转板    X—水平偏转板    S—荧光屏

由阴极 K，控制栅极 G，阳极 A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub>...组成电子枪。阴极被灯丝加热而发射电子，电子受阳极的作用而加速。



电子从阴极发射出来时，可以认为它的初速度为零。电子枪内阳极  $A_2$  相对阴极  $K$  具有几百甚至几千伏的加速正电位  $U_2$ 。它产生的电场使电子沿轴向加速。电子从速度为 0 到达  $A_2$  时速度为  $v$ 。由能量关系有：

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU_2$$

所以：

$$v = \sqrt{\frac{2eU_2}{m}} \quad 12-1$$

过阳极  $A_2$  的电子具有  $v$  的速度进入两个相对平行的偏转板间。若在两个偏转板上加上电压  $U_d$ ，两个平行板间距离为  $d$ 。则平行板间的电场强度  $E = \frac{U_d}{d}$ ，电场强度的方向与电子速度  $v$  的方向相互垂直。如图 12-2 所示：

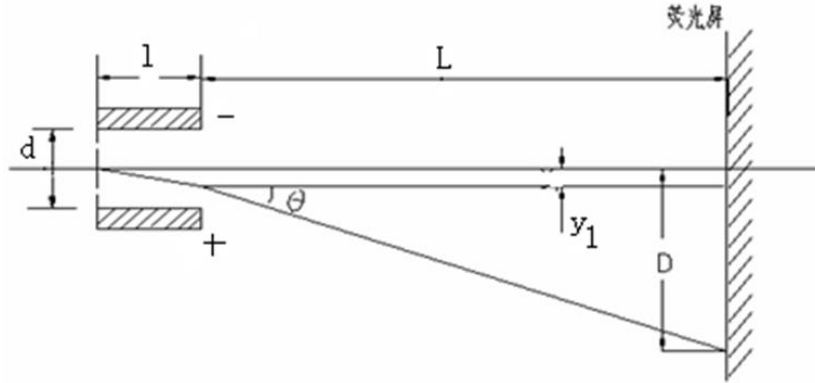


图 12-2 电子运动与偏转板电场

设电子的速度方向为  $Z$ ，电场方向为  $Y$ （或  $X$ ）轴。当电子进入平行板空间时， $t_0=0$ ，电子速度为  $v$ ，此时有  $v_z=v$ ， $v_y=0$ 。设平行板的长度为  $l$ ，电子通过  $l$  所需的时间为  $t$ ，则有：

$$t = \frac{l}{v_z} = \frac{l}{v} \quad 12-2$$

电子在平行板间受电场力的作用，电子在与电场平行的方向产生的加速度为：

$$a_y = \frac{-eE}{m}$$

其中  $e$  为电子的电量， $m$  为电子的质量。负号表示  $A_y$  方向与电场方向相反。当电子射出平行板时，在  $y$  方向电子偏离轴的距离：

$$y_1 = \frac{1}{2}a_y t^2 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$$

将  $t = \frac{l}{v}$  代入得：

$$y_1 = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \frac{l^2}{v^2}$$

再将  $v = \sqrt{\frac{2eU_2}{m}}$  代入得:

$$y_1 = \frac{1}{4} \frac{U_d l^2}{U_2 d} \quad 12-3$$

由图 12-2 可以看出, 电子在荧光屏上偏转距离  $D$  为:

$$D = y_1 + Ltg\theta$$

又:

$$tg\theta = \frac{v_y}{v_z} = \frac{a_y t}{v} = \frac{U_d l}{2U_2 d} \quad 12-4$$

将 12-3、12-4 式代入得:

$$D = \frac{1}{2} \frac{U_d l}{U_2 d} \left( \frac{l}{2} + L \right) \quad 12-5$$

从 12-5 式可看出, 偏转量  $D$  随  $U_d$  增加而增加, 与  $\frac{l}{2} + L$  成正比。偏转量与  $U_2$  和  $d$  成反比。

## 二、磁偏转

电子通过  $A_2$  后, 若在垂直于  $Z$  轴的  $X$  方向放置一个均匀磁场, 那么以速度  $v$  飞越的电子在  $Y$  方向上也将发生偏转。由于电子受洛伦兹力  $F=eBv$ , 大小不变, 方向与速度方向垂直, 因此电子在  $F$  的作用下作匀速圆周运动, 洛伦兹力就是向心力, 有  $evB = \frac{mv^2}{R}$ , 所以

$R = \frac{mv}{eB}$ 。电子离开磁场将沿切线方向飞出, 直射荧光屏。

## 三、电聚焦

电子射线束的聚焦是所有射线管如示波管、显象管和电子显微镜等都必须解决的问题。在阴极射线管中, 阳极被灯丝加热发射电子。电子受阳极产生的正电场作用而加速运动, 同时又受栅极产生的负电场作用只有一部分电子能通过栅极小孔而飞向阳极。改变栅极电位能控制通过栅极小孔的电子数目, 从而控制荧光屏上的辉度。当栅极上的电位负到一定的程度时, 可使电子射线截止, 辉度为零。

聚焦阳极和第二阳极是由同轴的金属圆筒组成。由于各电极上的电位不同, 在它们之间形成了弯曲的等位面、电力线。这样就使电子束的路径发生弯曲, 类似光线通过透镜那样产生了会聚和发散, 这种电子组合称为电子透镜。改变电极间的电位分布, 可以改变等位面的弯曲程度, 从而达到了电子透镜的聚焦。

## 四、磁聚焦和电子荷质比的测量

置于长直螺线管中的示波管, 在不受任何偏转电压的情况下, 示波管正常工作时, 调节亮度和聚焦, 可在荧光屏上得到一个小亮点。若第二加速阳极  $A_2$  的电压为  $U_2$ , 则电子的轴向运动速度用  $v_{//}$  表示。则有:

$$V_{//} = \sqrt{\frac{2eU_2}{m}} \quad 12-6$$

当给其中一对偏转板加上交变电压时，电子将获得垂直于轴向的分速度（用  $V_{\perp}$  表示），此时荧光屏上便出现一条直线，随后给长直螺线管通一直流电流  $I$ ，于是螺线管内便产生磁场，其磁场感应强度用  $B$  表示。众所周知，运动电子在磁场中要受到洛伦兹力  $F=eV_{\perp}B$  的作用，显然  $V_{//}$  受力为零，电子继续向前作直线运动，而  $V_{\perp}$  受力最大为  $F=eV_{\perp}B$ ，这个力使电子在垂直于磁场（也垂直于螺线管轴线）的平面内作圆周运动，设其圆周运动的半径为  $R$ ，则有：

$$eV_{\perp}B = \frac{mV_{\perp}^2}{R}$$

$$R = \frac{mV_{\perp}^2}{eV_{\perp}B} \quad 12-7$$

圆周运动的周期为：

$$T = \frac{2\pi R}{V_{\perp}} = \frac{2\pi \cdot m}{e \cdot B} \quad 12-8$$

电子既在轴线方面作直线运动，又在垂直于轴线的平面内作圆周运动。它的轨道是一条螺旋线，其螺距用  $h$  表示，则有：

$$h = V_{//}T = \frac{2\pi}{B} \sqrt{\frac{2mU_2}{e}} \quad 12-9$$

有趣的是，我们从 12-8、12-9 两式可以看出，电子运动的周期和螺距均与  $V_{\perp}$  无关。不难想象，电子在作螺旋线运动时，它们从同一点出发，尽管各个电子的  $V_{\perp}$  各不相同，但经过一个周期以后，它们又会在距离出发点相距一个螺距的地方重新相遇，这就是磁聚焦的基本原理。由 12-9 式可得：

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_2}{h^2 B^2} \quad 12-10$$

长直螺线管的磁感应强度  $B$ ，可以由下式计算。

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\sqrt{L^2 + D_0^2}} \quad 12-11$$

将 12-11 代入 12-10，可得电子荷质比为：

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_2 (L^2 + D_0^2)}{(\mu_0 NIh)^2} \quad 12-12$$

$\mu_0$  为真空中的磁导率  $\mu_0=4\pi \times 10^{-7}$  亨利/米。

### 【实验内容】

#### 1、电偏转

实验装置仪器面板如图 12-3 所示。

1) 先用专用 10 芯电缆连接测试仪和示波管，再开启电源开关，将“电子束—荷质比”选择开关打向电子束位置，辉度适当调节，并调节聚焦，使屏上光点聚成一细点。应注意：光点不能太亮，以免烧坏荧光屏。

2) 光点调零，将面板上钮子开关打向 X 偏转电压显示，调节“X 调节”旋钮，使电压表的指针在零位，再调节 X 调零旋钮，使光点位于示波管垂直中线上；同 X 调零一样，将面板上钮子开关打向 Y 偏转电压显示，将 Y 调节后，光点位于示波管的中心原点。

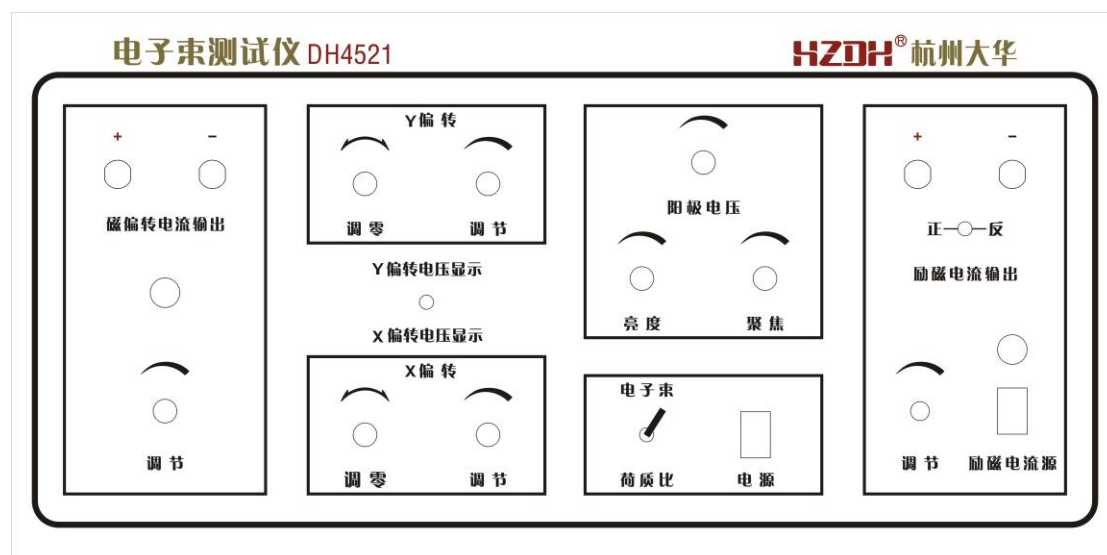


图 12-3 实验装置仪器面板

3) 测量偏转量  $D$  随电偏转电压  $U_d$  变化：调节阳极电压旋钮，给定阳极电压  $U_2$ 。将电偏转电压表显示打到显示 Y 偏转调节（垂直电压），改变  $U_d$  测一组  $D$  值。改变  $U_2$  后再测  $D-U_d$  变化。（ $U_2$ : 600-1000V）

4) 求 Y 轴电偏转灵敏度  $D/U_d$ 。并说明为什么  $U_2$  不同， $D/U_d$  不同。

5) 同 Y 轴一样，也可以测量 X 轴的电偏转灵敏度。

## 2、磁偏转

依照图 12-4 完成以下步骤：

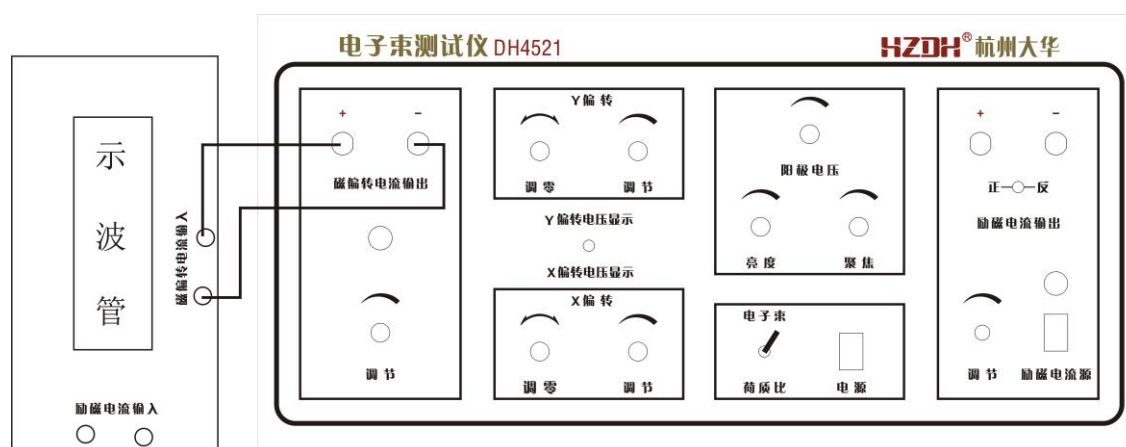


图 12-4 磁偏转实验电路

1) 开启电源开关, 将“电子束—荷质比”选择开关打向电子束位置, 辉度适当调节, 并调节聚焦, 使屏上光点聚成一细点, 应注意: 光点不能太亮, 以免烧坏荧光屏。

2) 光点调零, 通过调节“X 调节”和“Y 调节”旋钮, 使光点位于 Y 轴的中心原点。

3) 测量偏转量 D 随磁偏转电流 I 的变化, 给定  $U_2$ , 将磁偏转电流输出与磁偏转电流输入相连, 调节磁偏转电流调节旋钮 (改变磁偏转线圈电流的大小) 测量一组 D 值。改变磁偏转电流方向, 再测一组 D—I 值。改变  $U_2$ , 再测两组 D—I 数据。 ( $U_2$ : 600-1000V)。通过组子开关切换磁偏转电流方向, 再次实验。

4) 求磁偏转灵敏度  $D/I$ , 并解释为什么  $U_2$  不同,  $D/I$  不同。

### 3、电聚焦

依照图 12-3 完成以下步骤:

1) 开启电源开关, 将“电子束—荷质比”选择开关打向电子束位置, 辉度适当调节, 并调节聚焦, 使屏上光点聚成一细点, 应注意: 光点不能太亮, 以免烧坏荧光屏。

2) 光点调零, 通过调节“X 调节”和“Y 调节”旋钮, 使光点位于 Y 轴的中心原点。

3) 调节阳极电压  $U_2$  分别为 600-1000V, 对应的调节聚焦旋钮 (改变聚焦电压) 使光点达到最佳的聚焦效果, 测量出各对应的聚焦电压  $U_1$ 。

4) 求出  $U_2/U_1$ 。

### 4、磁聚焦和电子荷质比的测量

依照图 12-5 完成以下步骤:

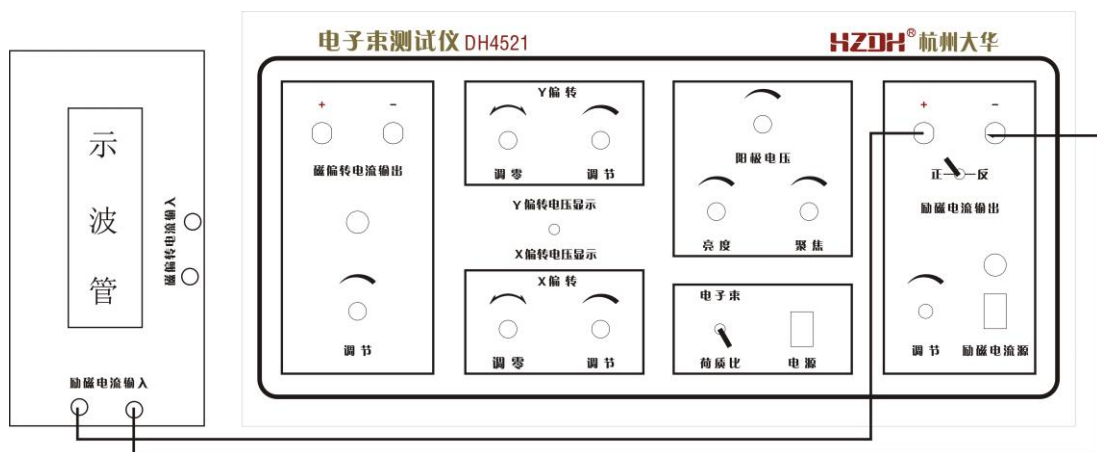


图 12-5 磁聚焦和电子荷质比的测量

1) 开启电子束测试仪电源开关, “电子束——荷质比”开关置于荷质比方向, 此时荧光屏上出现一条直线, 阳极电压调到 700V。

2) 将励磁电流部分的调节旋钮逆时针方向调节到头, 并将励磁电流输出与励磁电流输入相连 (螺线管)。

3) 电流换向开关打向正向, 调节输出调节旋钮, 逐渐加大电流使荧光屏上的直线一边旋转一边缩短, 直到出现第一个小光点, 读取此时对应的电流值  $I_{正}$ , 然后将电流调为零。再将电流换向开关打向反向 (改变螺线管中磁场方向), 重新从零开始增加电流使屏上的直线反方向旋转并缩短, 直到再得到一个小光点, 读取此时电流值  $I_{反}$ 。

4) 改变阳极电压为 800V, 重复步骤 3, 直到阳极电压调到 1000V 为止。

5) 数据记录和处理。将所测各数据记入表中, 通过 12-12 式, 计算出电子荷质比  $e/m$ 。

**【数据记录与处理】**

1、电偏转

(1) 不同阳极电压下，X 轴电偏转灵敏度测量表：

$V_d$ (600V)									
D									
$V_d$ (700V)									
D									

(2) 作  $D-V_d$  图，求出曲线斜率，即为不同阳极电压下 X 轴电偏转灵敏度；

(3) 同理，记录不同阳极电压下，Y 轴电偏转灵敏度测量表；

(4) 作  $D-V_d$  图，求出曲线斜率，即为不同阳极电压下 Y 轴电偏转灵敏度；

2、磁偏转

(1) 记录不同  $V_2$  时磁偏转数据：

$V_2=600V$									
D (mm)									
I (mA)									
$V_2=700V$									
D (mm)									
I (mA)									

(2) 作  $D-I$  图，求出曲线斜率，即为不同阳极电压下磁偏转灵敏度；

3、电聚焦

记录不同  $V_2$  下的  $V_1$  值，填入下表：

$V_2$ (V)	600	700	800	900	1000
$V_1$ (V)					
$V_2/V_1$					

4、电子荷质比测量

励磁电流 \ 阳极电压	700V	800V	900V	1000V
	$I_{正}$ (A)			
$I_{反}$ (A)				
$I_{平均}$ (A)				
电子荷质比 $e/m$ (C/Kg)				

**【注意事项】**

- 1、在实验过程中，光点不能太亮，以免烧坏荧光屏。
- 2、实验通电前，用专用 10 芯电缆连接测试仪和示波管。
- 3、在改变螺线管励磁电流方向或磁偏转电流方向时，应先将电流调到最小后再换向。

4、改变阳极电压  $U_2$  后，光点亮度会改变，这时应重新调节亮度，若调节亮度后加速电压有变化，再调到现定的电压值。

5、励磁电流输出中有 10A 保险丝，磁偏转电流输出和输入有 0.75A 保险丝用于保护。

6、切勿在通电的情况下拆卸面板对电路进行查看或维修，以免发生意外。

## 实验十三 叠加原理及代文宁定理的研究

### 【实验目的】

- 1、验证叠加原理及代文宁定理。
- 2、通过代文宁定理的研究，掌握两种测量开路电压和内阻的方法。

### 【实验仪器】

实验电路板、晶体管直流稳压电源（双路输出）、数字万用表。

### 【实验原理】

#### 1、叠加原理

线性电路中，几个电动势共同作用时，通过电路中任一支路的电流，等于各个电动势单独存在时，在该支路产生的电流的代数和。

#### 2、代文宁定理

任何一个线性有源二端网络，就其外部特性来说，总可以等效于一个电压源，其电动势  $E_0$  等于网络的开路端电压  $U_0$ ，其内阻  $r_0$  等于将网络中的各电动势短路后，在网络两端呈现的等效电阻  $r_{ab}$ 。如图 13-1。

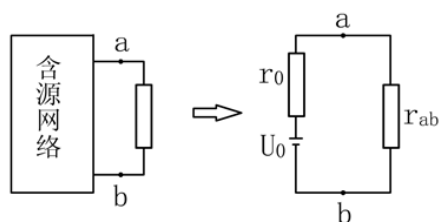


图 13-1 有源网络等效电路示意图

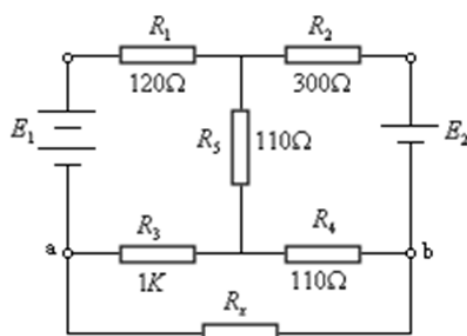


图 13-2 实验装置电路板

### 【实验内容】

#### 1、叠加原理的验证

实验装置电路板如图 13-2 所示。

(1)  $E_1$  单独作用（将  $E_1$  调为 10V，用短路线代替  $E_2$ ），将  $R_x$  调为 220Ω，测出流过  $R_x$  的电流  $I_{ab}$  和两端的电压  $V_{ab}$ （注意，此时电源内阻被忽略，一般 1 号甲电池内阻为 0.5Ω，晶体管直流稳压电源内阻也较小，只有当电源内阻较小时，才能这样做）。

(2)  $E_2$  单独作用（将  $E_2$  调为 6V，用短路线代替  $E_1$ ），方法同上，测出流过  $R_x$  的电流  $I_{ab}$  和两端的电压  $V_{ab}$ 。

(3)  $E_1$ 、 $E_2$  共同作用（ $E_1$  为 10V、 $E_2$  为 6V），测出  $R_x$  中的电流  $I_{ab}$  和电压  $V_{ab}$ 。



## 2、代文宁定理的验证

采用图 13-2 中  $E_1$ 、 $E_2$  共同作用的电路。ab 以外的电路可视为一个有源二端网络，按照代文宁定理，此电路可等效成图 13-3 所示电路， $E_0 = U_0$ ， $r_0 = r_{ab}$ 。

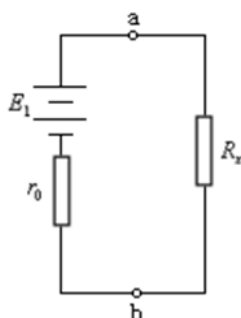


图 13-3 等效电路

测开路电压和等效电阻的方法较多，本实验采用定理法（或称直接法）和两阻法（间接法）。

### （1）定理法

1) 将 ab 开路，用数字万用表测出 ab 两端的开路电压  $U_0$ （因为数字万用表输入阻抗高，准确度高，显示的位数也较多，所以可以直接用它来代替电位差计和直流单臂电桥来测量电压和电阻）。

2) 将电源去掉，用短路线代替  $E_1$ 、 $E_2$ （电源内阻忽略不计），用数字万用表测出 ab 两端的等效电阻  $r_{ab}$ 。

### （2）两阻法——通过测量电阻上的电压，列出简单回路方程，计算出 $E_0$ 、 $r_0$ 。

由于有些网络的电源不能与网络分开，因此，不能用直接法，而只能采用其它方法测定。两阻法就是较有实际应用价值的一种方法。

具体方法是：采用叠加原理验证（3）中  $E_1$ 、 $E_2$  共同作用的电路，将  $R_x$  分别调为  $200\Omega$  和  $350\Omega$ ，测出两端的电压  $V_{x1}$  和  $V_{x2}$ ，根据图 13-3 可列出回路方程组：

$$V_{x1} = \frac{E_0}{r_0 + R_{x1}} \cdot R_{x1}$$

$$V_{x2} = \frac{E_0}{r_0 + R_{x2}} \cdot R_{x2}$$

由以上方程组可解得  $E_0$  和  $r_0$ ，并计算出  $I_{ab}$ 。

### 【数据处理】

填写下列表格。

#### 1、叠加原理的验证

数据 \ 状态	$E_1$ 单独作用			$E_2$ 单独作用			$E_1 + E_2$ 共同作用		
	测量值	计算值	误差	测量值	计算值	误差	测量值	计算值	误差
$V_{ab}(V)$									

## 2、代文宁定理的验证

两阻法 直接法		电 阻 值 ( $\Omega$ )	$U_{ab}(V)$ 测量值	$E_0(V)$ 计算值	$r_{ab}(\Omega)$ 计算值	误 差
$E_0(V)$		$r_{x1} = 200\Omega$				
$r_{ab}(\Omega)$		$r_{x2} = 350\Omega$				

### 【注意事项】

1、测量电路中的电流、电压和电阻时，表棒要插在相应位置，测量结束后，表棒不要拔下来。

2、测量过程中，要注意有效数字的位数。

### 【思考题】

1、测量电路的电压和电流时，对测量仪表有何要求？

2、分析误差产生的原因。

## 实验十四 各向异性磁阻传感器与磁场测量

物质在磁场中电阻率发生变化的现象称为磁阻效应，磁阻传感器利用磁阻效应制成。

磁场的测量可利用电磁感应，霍尔效应，磁阻效应等各种效应。其中磁阻效应法发展最快，测量灵敏度最高。磁阻传感器可用于直接测量磁场或磁场变化，如弱磁场测量，地磁场测量，各种导航系统中的罗盘，计算机中的磁盘驱动器，各种磁卡机等等。也可通过磁场变化测量其他物理量，如利用磁阻效应已制成各种位移、角度、转速传感器，各种接近开关，隔离开关，广泛用于汽车，家电及各类需要自动检测与控制的领域。

磁阻元件的发展经历了半导体磁阻（MR），各向异性磁阻（AMR），巨磁阻（GMR），庞磁阻（CMR）等阶段。本实验研究 AMR 的特性并利用它对磁场进行测量。

### 【实验目的】

- 1、了解 AMR 的原理并对其特性进行实验研究；
- 2、测量赫姆霍兹线圈的磁场分布；
- 3、测量地磁场。

### 【实验原理】

各向异性磁阻传感器 AMR（Anisotropic Magneto-Resistive sensors）由沉积在硅片上的坡莫合金（ $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$ ）薄膜形成电阻。沉积时外加磁场，形成易磁化轴方向。铁磁材料的电阻与电流与磁化方向的夹角有关，电流与磁化方向平行时电阻  $R_{\max}$  最大，电流与磁化方向垂直时电阻  $R_{\min}$  最小，电流与磁化方向成  $\theta$  角时，电阻可表示为：

$$R = R_{\min} + (R_{\max} - R_{\min})\cos^2\theta$$

在磁阻传感器中，为了消除温度等外界因素对输出的影响，由 4 个相同的磁阻元件构成惠斯通电桥，结构如图 14-1 所示。图 14-1 中，易磁化轴方向与电流方向的夹角为 45 度。理论分析与实践表明，采用 45 度偏置磁场，当沿与易磁化轴垂直的方向施加外磁场，且外磁场强度不太大时，电桥输出与外加磁场强度成线性关系。

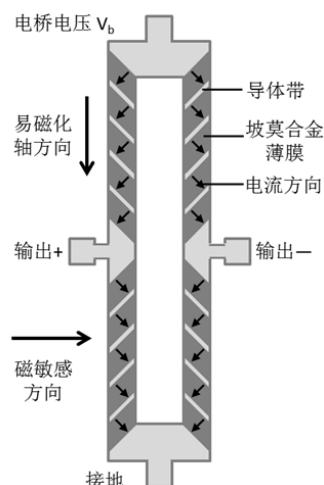


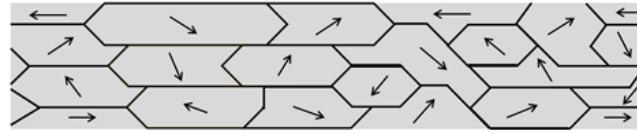
图 14-1 磁阻电桥

无外加磁场或外加磁场方向与易磁化轴方向平行时，磁化方向即易磁化轴方向，电桥的 4 个桥臂电阻阻值相同，输出为零。当在磁敏感方向施加如图 14-1 所示方向的磁场时，合成磁化方向将在易磁化方向的基础上逆时针旋转。结果使左上和右下桥臂电流与磁化方向的夹角增大，电阻减小  $\Delta R$ ；右上与左下桥臂电流与磁化方向的夹角减小，电阻增大  $\Delta R$ 。通过

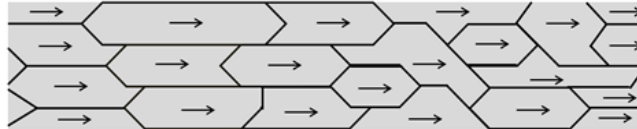
对电桥的分析可知，此时输出电压可表示为：

$$U = V_b \times \Delta R/R$$

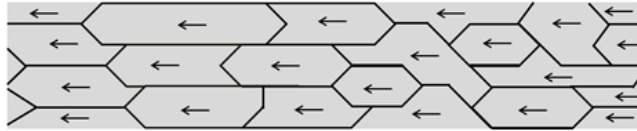
式中 $V_b$ 为电桥工作电压， $R$ 为桥臂电阻， $\Delta R/R$ 为磁阻阻值的相对变化率，与外加磁场强度成正比，故 AMR 磁阻传感器输出电压与磁场强度成正比，可利用磁阻传感器测量磁场。



a 磁干扰使磁畴排列紊乱



b 复位脉冲使磁畴沿易磁化轴整齐排列



c 反向置位脉冲使磁畴排列方向反转

图 14-2 磁畴

商品磁阻传感器已制成集成电路，除图 14-1 所示的电源输入端和信号输出端外，还有复位/反向置位端和补偿端两对功能性输入端口，以确保磁阻传感器的正常工作。

复位/反向置位的机理可参见图 14-2。AMR 置于超过其线性工作范围的磁场中时，磁干扰可能导致磁畴排列紊乱，改变传感器的输出特性。此时可在复位端输入脉冲电流，通过内部电路沿易磁化轴方向产生强磁场，使磁畴重新整齐排列，恢复传感器的使用特性。若脉冲电流方向相反，则磁畴排列方向反转，传感器的输出极性也将相反。

从补偿端每输入 5mA 补偿电流，通过内部电路将在磁敏感方向产生 1 高斯的磁场，可用来补偿传感器的偏离。

图 14-3 为 AMR 的磁电转换特性曲线。其中电桥偏离是在传感器制造过程中，4 个桥臂电阻不严格相等带来的，外磁场偏离是测量某种磁场时，外界干扰磁场带来的。不管要补偿哪种偏离，都可调节补偿电流，用人为的磁场偏置使图 14-3 中的特性曲线平移，使所测磁场为零时输出电压为零。

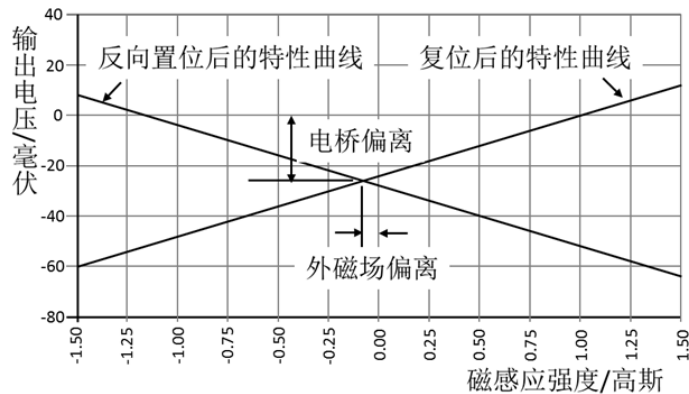


图 14-3 AMR 的磁电转换特性

### 【实验仪器】

实验仪器结构如图 14-4 所示，核心部分是磁阻传感器，辅以磁阻传感器的角度、位置调节及读数机构，赫姆霍兹线圈等组成。

本仪器所用磁阻传感器的工作范围为 $\pm 6$ 高斯，灵敏度为 $1\text{mV/V/Guass}$ 。灵敏度表示为，当磁阻电桥的工作电压为 $1\text{V}$ ，被测磁场磁感应强度为 $1$ 高斯时，输出信号为 $1\text{mV}$ 。

磁阻传感器的输出信号通常需经放大电路放大后，再接显示电路，故由显示电压计算磁场强度时还需考虑放大器的放大倍数。本实验仪电桥工作电压 $5\text{V}$ ，放大器放大倍数 $50$ ，磁感应强度为 $1$ 高斯时，对应的输出电压为 $0.25$ 伏。

赫姆霍兹线圈是由一对彼此平行的共轴圆形线圈组成。两线圈内的电流方向一致，大小相同，线圈之间的距离 $d$ 正好等于圆形线圈的半径 $R$ 。这种线圈的特点是能在公共轴线中点附近产生较广泛的均匀磁场，根据毕奥—萨伐尔定律，可以计算出赫姆霍兹线圈公共轴线中点的磁感应强度为：

$$B_0 = \frac{8}{5^{3/2}} \cdot \frac{\mu_0 NI}{R}$$

式中 $N$ 为线圈匝数， $I$ 为流经线圈的电流强度， $R$ 为赫姆霍兹线圈的平均半径， $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$ 为真空中的磁导率。采用国际单位制时，由上式计算出的磁感应强度单位为特斯拉（ $1$ 特斯拉= $10000$ 高斯）。本实验仪 $N=310$ ， $R=0.14\text{m}$ ，线圈电流为 $1\text{mA}$ 时，赫姆霍兹线圈中部的磁感应强度为 $0.02$ 高斯。

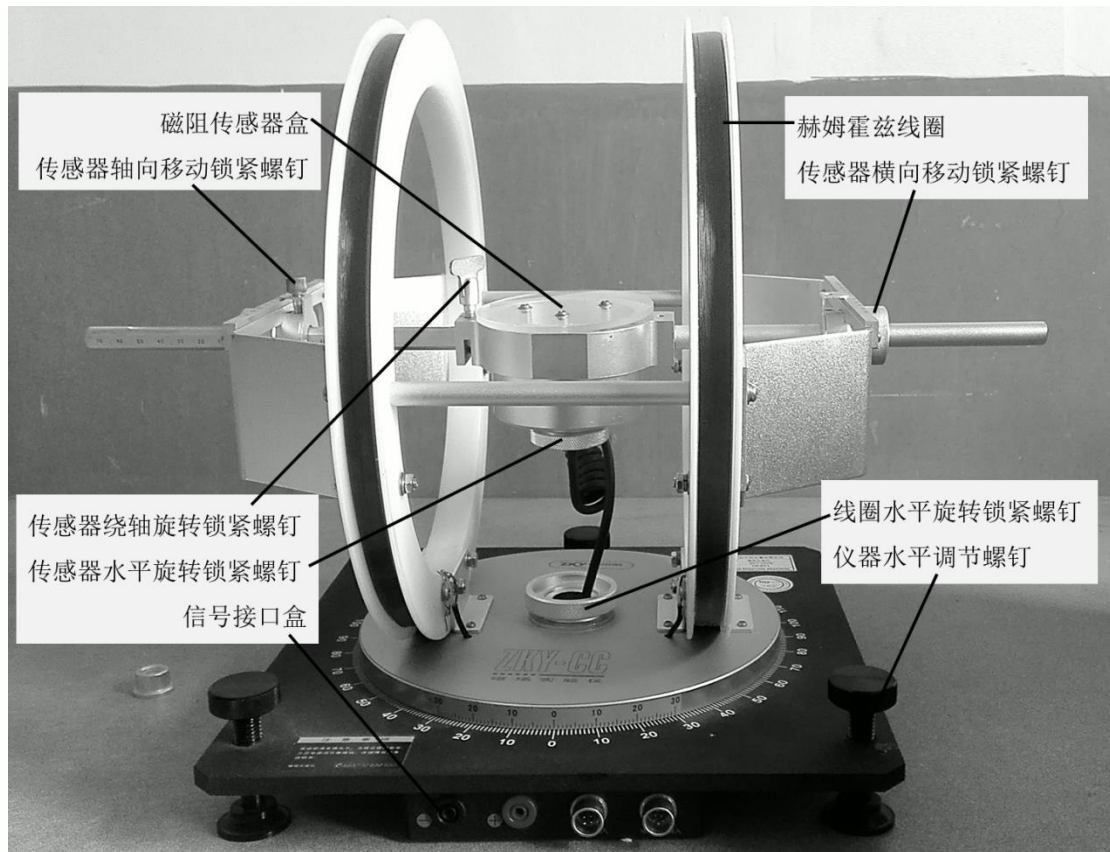


图 14-4 磁场实验仪

在磁阻传感器盒中，磁阻传感器以表贴方式焊接在传感器电路板上，并在电路板上以白色箭头标出了磁阻传感器的磁敏感方向。磁阻传感器磁敏感方向如图 14-5 所示。

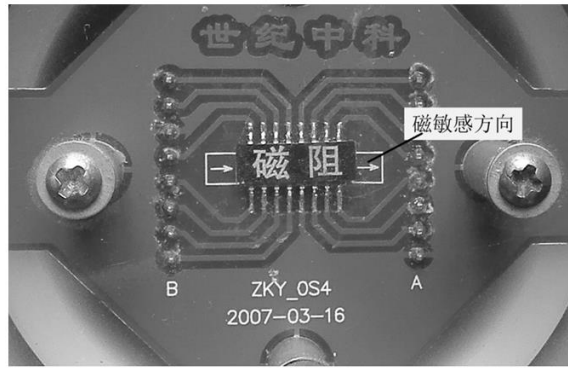


图 14-5 磁敏感方向示意图

电源如图 14-6 所示。

恒流源为赫姆霍兹线圈提供电流，电流的大小可以通过旋钮调节，电流值由电流表指示。电流换向按钮可以改变电流的方向。

补偿（OFFSET）电流调节旋钮调节补偿电流的方向和大小。电流切换按钮使电流表显示赫姆霍兹线圈电流或补偿电流。

传感器采集到的信号经放大后，由电压表指示电压值。放大器校正旋钮在标准磁场中校准放大器放大倍数。

复位（R/S）按钮每按下一次，向复位端输入一次复位脉冲电流，仅在需要时使用。

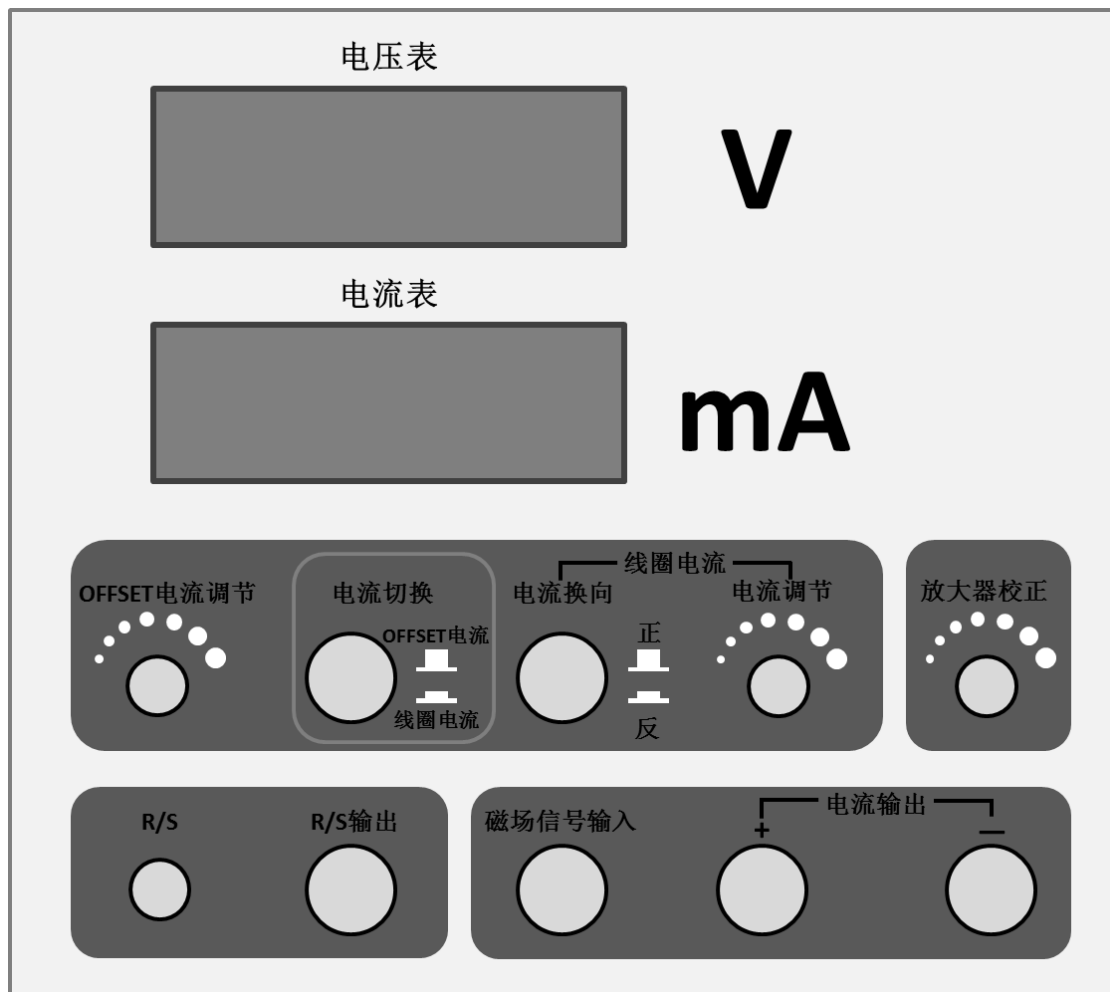


图 14-6 仪器前面板示意图

## 【实验内容及步骤】

测量准备:

连接实验仪与电源, 开机预热 20 分钟。

将磁阻传感器位置调节至赫姆霍兹线圈中心, 使传感器磁敏感方向与赫姆霍兹线圈轴线一致。

调节赫姆霍兹线圈电流为零, 按复位键 (见图 14-2, 恢复传感器特性), 调节补偿电流 (见图 14-3, 补偿地磁场等因素产生的偏离), 使传感器输出为零。调节赫姆霍兹线圈电流至 300mA (线圈产生的磁感应强度为 6 高斯), 调节放大器校准旋钮, 使输出电压为 1.500 伏。

### 1、磁阻传感器特性测量

#### 1) 测量磁阻传感器的磁电转换特性

磁电转换特性是磁阻传感器最基本的特性。磁电转换特性曲线的直线部分对应的磁感应强度, 即磁阻传感器的工作范围, 直线部分的斜率除以电桥电压与放大器放大倍数的乘积, 即为磁阻传感器的灵敏度。

按表 14-1 数据从 300mA 逐步调小赫姆霍兹线圈电流, 记录相应的输出电压值。切换电流换向开关 (赫姆霍兹线圈电流反向, 磁场及输出电压也将反向), 逐步调大反向电流, 记录反向输出电压值。**注意: 电流换向后, 必须按复位按键消磁。**

表 14-1 AMR 磁电转换特性测量

线圈电流 (mA)	300	250	200	150	100	50	0	-50	-100	-150	-200	-250	-300
磁感应强度 (高斯)	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6
输出电压 (V)													

以磁感应强度为横轴, 输出电压为纵轴, 将上表数据作图, 并确定所用传感器的线性工作范围及灵敏度。

#### 2) 测量磁阻传感器的各向异性特性

AMR 只对磁敏感方向上的磁场敏感, 当所测磁场与磁敏感方向有一定夹角  $\alpha$  时, AMR 测量的是所测磁场在磁敏感方向的投影。由于补偿调节是在确定的磁敏感方向进行的, 实验过程中应注意在改变所测磁场方向时, 保持 AMR 方向不变。

将赫姆霍兹线圈电流调节至 200mA, 测量所测磁场方向与磁敏感方向一致时的输出电压。

松开线圈水平旋转锁紧螺钉, 每次将赫姆霍兹线圈与传感器盒整体转动 10 度后锁紧, 松开传感器水平旋转锁紧螺钉, 将传感器盒向相反方向转动 10 度 (保持 AMR 方向不变) 后锁紧, 记录输出电压数据于表 14-2 中。

表 14-2 AMR 方向特性的测量

磁感应强度 4 高斯

夹角 $\alpha$ (度)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
输出电压 (V)										

以夹角  $\alpha$  为横轴, 输出电压为纵轴, 将上表数据作图, 检验所作曲线是否符合余弦规律。

### 2、赫姆霍兹线圈的磁场分布测量

赫姆霍兹线圈能在公共轴线中点附近产生较广泛的均匀磁场, 在科研及生产中得到广泛的应用。

1) 赫姆霍兹线圈轴线上的磁场分布测量

根据毕奥—萨伐尔定律,可以计算出通电圆线圈在轴线上任意一点产生的磁感应强度矢量垂直于线圈平面,方向由右手螺旋定则确定,与线圈平面距离为  $X_1$  的点的磁感应强度为:

$$B(x_1) = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + x_1^2)^{3/2}}$$

赫姆霍兹线圈是由一对彼此平行的共轴圆线圈组成。两线圈内的电流方向一致,大小相同,线圈匝数为  $N$ ,线圈之间的距离  $d$  正好等于圆形线圈的半径  $R$ ,若以两线圈中点为坐标原点,则轴线上任意一点的磁感应强度是两线圈在该点产生的磁感应强度之和:

$$B(x) = \frac{\mu_0 N R^2 I}{2\left(R^2 + \left(\frac{R}{2} + x\right)^2\right)^{3/2}} + \frac{\mu_0 N R^2 I}{2\left(R^2 + \left(\frac{R}{2} - x\right)^2\right)^{3/2}}$$

$$= B_0 \frac{5^{3/2}}{16} \left\{ \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{R}\right)^2\right]^{3/2}} + \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{R}\right)^2\right]^{3/2}} \right\}$$

式中  $B_0$  是  $X=0$  时,即赫姆霍兹线圈公共轴线中点的磁感应强度。表 14-3 列出了  $X$  取不同值时  $B(x)/B_0$  值的理论计算结果。

调节传感器磁敏感方向与赫姆霍兹线圈轴线一致,位置调节至赫姆霍兹线圈中心 ( $X=0$ ),测量输出电压值。

已知  $R=140\text{mm}$ ,将传感器盒每次沿轴线平移  $0.1R$ ,记录测量数据。

表 14-3 赫姆霍兹线圈轴向磁场分布测量

$B_0=4$  高斯

位置 X	-0.5R	-0.4R	-0.3R	-0.2R	-0.1R	0	0.1R	0.2R	0.3R	0.4R	0.5R
B(x)/B <sub>0</sub> 计算值	0.946	0.975	0.992	0.998	1.000	1	1.000	0.998	0.992	0.975	0.946
B(x)测量值 (V)											
B(x)测量值(高斯)											

将表 14-3 数据作图,讨论赫姆霍兹线圈的轴向磁场分布特点。

2) 赫姆霍兹线圈空间磁场分布测量

由毕奥—萨伐尔定律,同样可以计算赫姆霍兹线圈空间任意一点的磁场分布,由于赫姆霍兹线圈的轴对称性,只要计算(或测量)过轴线的平面上两维磁场分布,就可得到空间任意一点的磁场分布。

理论分析表明,在  $X \leq 0.2R$ ,  $Y \leq 0.2R$  的范围内,  $(B_x - B_0)/B_0$  小于百分之一,  $B_y/B_x$  小于万分之二,故可认为在赫姆霍兹线圈中部较大的区域内,磁场方向沿轴线方向,磁场大小基本不变。

按表 14-4 数据改变磁阻传感器的空间位置,记录  $X$  方向的磁场产生的电压  $V_x$ ,测量赫姆霍兹线圈空间磁场分布。

表 14-4 赫姆霍兹线圈空间磁场分布测量

$B_0=4$  高斯

$\begin{matrix} X \\ Y \\ V_x \end{matrix}$	0	0.05R	0.1R	0.15R	0.2R	0.25R	0.3R
0							
0.05R							
0.1R							
0.15R							
0.2R							
0.25R							
0.3R							



由表 14-4 数据讨论赫姆霍兹线圈的空间磁场分布特点。

### 3) 地磁场测量

地球本身具有磁性，地表及近地空间存在的磁场叫地磁场。地磁的北极、南极分别在地理南极、北极附近，彼此并不重合，可用地磁场强度、磁倾角、磁偏角三个参量表示地磁场的大小和方向。磁倾角是地磁场强度矢量与水平面的夹角，磁偏角是地磁场强度矢量在水平面的投影与地球经线（地理南北方向）的夹角。

在现代的数字导航仪等系统中，通常用互相垂直的三维磁阻传感器测量地磁场在各个方向的分量，根据矢量合成原理，计算出地磁场的大小和方位。本实验学习用单个磁阻传感器测量地磁场的方法。

将赫姆霍兹线圈电流调节至零，将补偿电流调节至零，传感器的磁敏感方向调节至与赫姆霍兹线圈轴线垂直（以便在垂直面内调节磁敏感方向）。

调节传感器盒上平面与仪器底板平行，将水准气泡盒放置在传感器盒正中，调节仪器水平调节螺钉使水准气泡居中，使磁阻传感器水平。松开线圈水平旋转锁紧螺钉，在水平面内仔细调节传感器方位，使输出最大（如果不能调到最大，则需要将磁阻传感器在水平方向选择 180 度后再调节）。此时，传感器磁敏感方向与地理南北方向的夹角就是磁偏角。

松开传感器绕轴旋转锁紧螺钉，在垂直面内调节磁敏感方向，致输出最大时转过的角度就是磁倾角，记录此角度。

记录输出最大时的输出电压值  $U_1$  后，松开传感器水平旋转锁紧螺钉，将传感器转动 180 度，记录此时的输出电压  $U_2$ ，将  $U=(U_1-U_2)/2$  作为地磁场磁感应强度的测量值（此法可消除电桥偏离对测量的影响）。

表 14-5 地磁场的测量

磁倾角（度）	磁感应强度			
	$U_1$ （V）	$U_2$ （V）	$U=(U_1-U_2)/2$ （V）	$B=U/0.25$ （高斯）

在实验室内测量地磁场时，建筑物的钢筋分布，同学携带的铁磁物质，都可能影响测量结果，因此，此实验重在掌握测量方法。

#### 注意事项：

- 1、禁止将实验仪处于强磁场中，否则会严重影响实验结果；
- 2、为了降低实验仪间磁场的相互干扰，任意两台实验仪之间的距离应大于 3 米；
- 3、实验前请先调水平实验仪；
- 4、在操作所有的手动调节螺钉时应用力适度，以免滑丝；
- 5、为保证使用安全，三芯电源需可靠接地。

## 实验十五 指针式电表改装与校准

电表在电学测量中有着广泛的应用，因此如何了解电表和使用电表就显得十分重要。电流计（表头）由于构造的原因，一般只能测量较小的电流和电压，如果要用它来测量较大的电流或电压，就必须进行改装，以扩大其量程。万用表的原理就是对微安表头进行多量程改装而来，在电路的测量和故障检测中得到了广泛的应用。

### 【实验目的】

- 1、测量表头内阻  $R_g$  及满度电流  $I_g$ 。
- 2、掌握将  $100\mu\text{A}$  表头改成较大量程的电流表和电压表的方法。
- 3、设计一个  $R_{\text{中}} = 10\text{k}\Omega$  的欧姆表，要求  $E$  在  $1.35\sim 1.6\text{V}$  范围内使用能调零。
- 4、用电阻器校准欧姆表，画校准曲线，并根据校准曲线用组装好的欧姆表测未知电阻。
- 5、学会校准电流表和电压表的方法。

### 【实验仪器】

FB308A 型电表改装与校准实验仪 1 台、附专用连接线等。

### 【实验原理】

常见的磁电式电流计主要由放在永久磁场中的由细漆包线绕制的可以转动的线圈、用来产生机械反力矩的游丝、指示用的指针和永久磁铁所组成。当电流通过线圈时，载流线圈在磁场中就产生一磁力矩  $M_{\text{磁}}$ ，使线圈转动并带动指针偏转。线圈偏转角度的大小与线圈通过的电流大小成正比，所以可由指针的偏转角度直接指示出电流值。

- 1、测量电流表的量程  $I_g$  和内阻  $R_g$

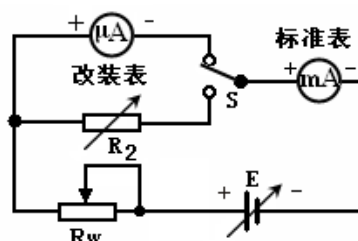
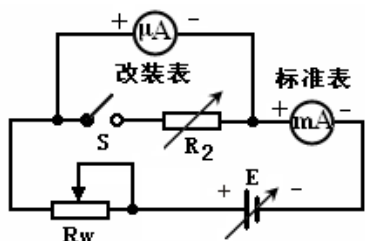


图1 半值法测量表头灵敏度和内阻 图2 替代法测量表头灵敏度和内阻

电流计允许通过的最大电流称为电流计的量程，用  $I_g$  表示，电流计的线圈有一定内阻，用  $R_g$  表示， $I_g$  与  $R_g$  是两个表示电流计特性的重要参数。

测量内阻  $R_g$  常用方法有：

(1)半值法(又叫中值法)：

测量原理图见图 1。当被测电流计接在电路中时，使电流计满偏，再用十进位电阻箱与电流计并联作为分流电阻改变电阻值即改变分流程度，当电流计指针指示到中间值，且总电

流强度仍保持不变，显然这时分流电阻值就等于电流计的内阻。

### (2)替代法

测量原理图见图 2。当被测电流计接在电路中时，用十进位电阻箱替代它，且改变电阻值，当电路中的电压不变时，且电路中的电流亦保持不变，则电阻箱的电阻值即为被测电流计内阻。替代法是一种运用很广的测量方法，具有较高的测量准确度。

### 2、改装指针式微安表为较大量程电流表

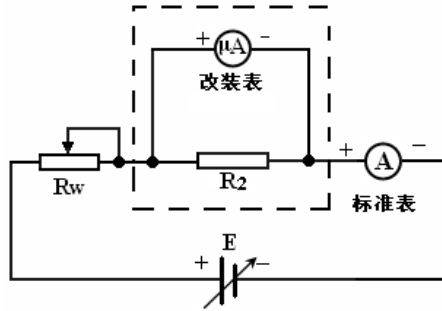


图3 改装电流表实验线路图

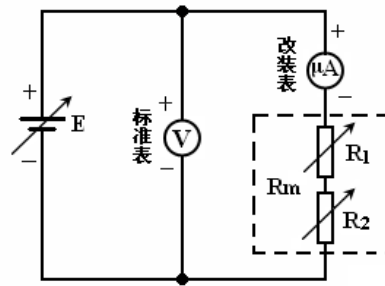


图4 改装电压表实验线路图

由电阻并联规律可知，在表头两端并联上一个阻值适当的电阻  $R_2$ ，如图 3 所示，可使表头不能承受的那部分电流从  $R_2$  上分流通。这种由表头与并联电阻  $R_2$  组成的“整体”（图中虚线框住的部分）就是改装后的电流表。如需将量程扩大  $n$  倍，则不难得出：

$$R_2 = R_g / (n - 1) \quad (1)$$

图 3 为扩流后的电流表原理图。用电流表测量电流时，电流表总是串联在被测电路中，所以要求电流表应具有较小的内阻。只要在表头上并联阻值不同的分流电阻，便可制成多量程的电流表。

### 3、改装指针式微安表为电压表

一般表头能承受的电压很小，不能直接用来测量较大的电压。为了测量较大的电压，可以给表头串联一个阻值适当的电阻  $R_M$ ，如图 4 所示，使表头上不能承受的那部分电压降落在电阻  $R_M$  上。这种由表头和串联电阻  $R_M$  组成的“整体”就是电压表，串联的电阻  $R_M$  叫做扩程电阻。选取不同大小的  $R_M$ ，就可以得到不同量程的电压表。由图 4 可求得扩程电阻值为：

$$R_M = \frac{U}{I_g} - R_g \quad (2)$$

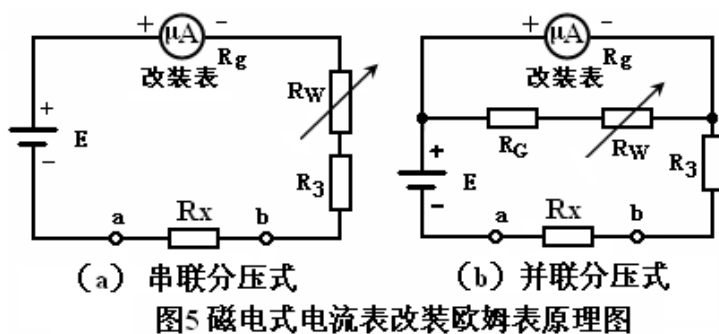
实际的扩展量程后的电压表原理见图 4，用电压表测电压时，电压表总是并联在被测电路上。为了不致因为并联了电压表而改变电路中的工作状态，要求电压表应有较高的内阻。

### 4、改装指针式微安表为欧姆表

用来测量电阻大小的电表称为欧姆表。根据调零方式的不同，可分为串联分压式和并联分流式两种。其原理电路如图 5 所示。

图中  $E$  为电源， $R_3$  为限流电阻， $R_w$  为调“零”电位器， $R_x$  为被测电阻， $R_g$  为等效表头内阻。图 (b) 中， $R_G$  与  $R_w$  一起组成分流电阻。

欧姆表使用前先要调“零”点，即 a、b 两点短路，（相当于  $R_x = 0$ ），调节  $R_w$  的阻值，使表头指针正好偏转到满度。可见，欧姆表的零点是就在表头标度尺的满刻度（即量程）处，与电流表和电压表的零点正好相反。



在图 (a) 中，当 a、b 端接入被测电阻  $R_x$  后，电路中的电流为：

$$I = \frac{E}{R_g + R_w + R_3 + R_x} \quad (3)$$

对于给定的表头和线路来说， $R_g$ 、 $R_w$ 、 $R_3$  都是常量。由此可见，当电源端电压  $E$  保持不变时，被测电阻和电流值有一一对应的关系。即接入不同的电阻，表头就会有不同的偏转读数， $R_x$  越大，电流  $I$  越小。短路 a、b 两端，即  $R_x = 0$  时：这时指针满偏。

$$I = \frac{E}{R_g + R_w + R_3} = I_g \quad (4)$$

当  $R_x = R_g + R_w + R_3$  时：

$$I = \frac{E}{R_g + R_w + R_3 + R_x} = \frac{1}{2} \cdot I_g \quad (5)$$

这时指针在表头的中间位置，对应的阻值为中值电阻，显然  $R_{中} = R_g + R_w + R_3$ 。

当  $R_x = \infty$ （相当于 a、b 开路）时， $I = 0$ ，即指针在表头的机械零位。

所以欧姆表的标度尺为反向刻度，且刻度是不均匀的，电阻  $R$  越大，刻度间隔愈密。如果表头的标度尺预先按已知电阻值刻度，就可以用电流表来直接测量电阻了。

并联分流式欧姆表利用对表头分流来进行调零的，具体参数可自行设计。

欧姆表在使用过程中电池的端电压会有所改变，而表头的内阻  $R_g$  及限流电阻  $R_3$  为常量，故要求  $R_w$  要跟着  $E$  的变化而改变，以满足调“零”的要求，设计时用可调电源模拟电池电压的变化，范围取 1.35 ~ 1.6V 即可。

## 【实验内容】

### 1、用中值法（半值法）或替代法测出表头的内阻 $R_g$

(1) 中值法测量  $R_g$  可参考图 6 接线。工作电压量程可放在 (2V or 10V)，先将 E 调至 0V，接通 E、 $R_w$ ，被改装表和标准电流表后，先不接入电阻箱 R（虚线不连接），调节电压 E 或调节串联限流电阻  $R_w$ ，使指针式改装表头满偏，记住此时标准表的读数，该电流值即为改装表头的满度电流， $I_g = \underline{\hspace{2cm}} \mu\text{A}$ ；再接入电阻箱 R（图中虚线所示）。改变 R 数值，使被测表头指针从满度值  $100\mu\text{A}$  降低到一半  $50\mu\text{A}$  处。由于电阻箱的接入，可能使总电流略有变化，这时候再稍微调节 E 或  $R_w$ ，使标准电流表的读数保持不变。则  $R_g = R = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ 。



图6 用中值法测量指针式表头内阻的实验接线图

(2) 替代法测量  $R_g$  可参考图 7 接线。工作电压量程可放在 (2V or 10V)，先将 E 调至 0V，接通 E、 $R_w$ ，被改装表和标准电流表后，调节 E 或  $R_w$  使改装表头满偏，记录标准表的读数，此值即为被改装表头的满度电流， $I_g = \underline{\hspace{2cm}} \mu\text{A}$ ；再断开接到改装表头的接线，转接到电阻箱 R（图中虚线所示），调节 R 使标准电流表的电流保持刚才记录的数值。这时电阻箱 R 的数值即为被测表头内阻  $R_g = R = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ 。



图7 用替代法测量指针式表头的内阻实验接线图

2、将一个量程为 $100\mu\text{A}$ 的指针式表头改装成 $1\text{mA}$ （或自选）量程的电流表

(1) 根据电路参数，估计工作电压 $E$ 值大小，并根据公式①计算出分流电阻 $R$ 的大致数值并把电阻箱 $R$ 调节到该数值。

(2) 参考图 8 接线，工作电压量程选择 $2\text{V}$ ，先将 $E$ 调至 $0\text{V}$ ，标准电流表量程为 $2\text{mA}$ ，检查接线正确后，调节 $E$ 或变阻器 $R_w$ ，使改装表指到满量程，标准电流表指示 $1\text{mA}$ ，仔细微调 $R_w$ 和 $R$ 的数值，同时满足改装表满度及标准电流表要求。注意： $R_w$ 作为限流电阻，阻值不应调至最小值（必要时可适当调节工作电压）。



图8 用指针式表头改装电流表实验接线图

(3) 这时可以开始记录标准表和改装表的读数。先记录满度值，每隔 $0.2\text{mA}$ 逐步递减直至零点，再按原间隔逐步递增到满量程，逐一记入表1。

表 1 将 $100\mu\text{A}$  指针式表头改装成 $1.00\text{mA}$  的直流电流表数据记录

改装表读数 (mA)	标准表读数 (mA)			误差 $\Delta I$ (mA)
	递减时	递增时	平均值	
0.20				
0.40				
0.60				
0.80				
1.00				

(4) 以改装表读数为横坐标，标准表由大到小及由小到大调节时两次读数的平均值为纵坐标，在直角坐标纸上画出电流表的校正曲线，并根据两表最大误差的数值定出改装表的准确度等级。

(5) 重复以上步骤，将 $100\mu\text{A}$  表头改成 $10\text{mA}$  表头，可按每隔 $2\text{mA}$  测量一次（可选做）。

(6) 将电阻  $R_G = 3\text{k}\Omega$  和表头串联，构成一个新的表头，重新测量一组数据，并比较串联电阻前后对扩流电阻的大小有何异同（可选做）。



图9 用指针式表头改装电压表实验接线图

### 3、将一个量程为 $100\mu\text{A}$ 的指针式表头改装成 $1.5\text{V}$ （或自选）量程的电压表

(1) 根据电路参数估计  $E$  的大小，根据式②计算扩程电阻  $R_M$  的阻值，可用电阻箱  $R$  进行实验。按图 9 进行连线，先调节  $R$  值至最大值，再调节  $E$ ；用标准电压表监测到 $1.5\text{V}$

时，再调节  $R$  值，使改装表指示为满度。于是  $1.5V$  电压表就改装好了。

(2) 用数显式电压表作为标准表来校准改装的电压表：

调节电源电压，使改装表指针指到满量程 ( $1.5V$ )，记下标准表读数。然后每隔  $0.3V$  逐步减小改装读数直至零点，再按原间隔逐步增大到满量程，每次记下标准表相应的读数于表 2：

表 2 将  $100\mu A$  指针式表头改成量程为  $1.5V$  的直流电压表数据记录

改装表读数 (V)	标准表读数 (V)			示值误差 $\Delta U(V)$
	递减时	递增时	平均值	
0.3				
0.6				
0.9				
1.2				
1.5				

(3) 以改装表读数为横坐标，标准表由大到小及由小到大调节时两次读数的平均值为纵坐标，在坐标纸上作出电压表的校正曲线，并根据两表最大误差的数值定出改装表的准确度等级。

(4) 重复以上步骤，将  $100\mu A$  指针式表头改成量程为  $10V$  的直流电压表，可按每隔  $2V$  测量一次 (可选做)。

(5) 将电阻  $R_G$  和表头串联，构成一个新的表头，重新测量一组数据，并比较扩程电阻有何异同 (可选做)。

#### 4、将一个量程为 $100\mu A$ 的指针式表头改装成欧姆表并标定表面刻度(非线性)

(1) 根据表头参数  $I_g$  和  $R_g$  以及电源电压  $E$ ，参照图 5 选择  $R_w$  为  $4.7k\Omega$ ， $R_3$  为  $10k\Omega$

(2) 按图 10 进行连线。调节电源  $E = 1.5V$ ，短路  $a$ 、 $b$  两接点，调  $R_w$  使表头指示为零。如此，欧姆表的调零工作即告完成。

(3) 测量改装成的欧姆表的中值电阻。如图 10 中虚线所示，将电阻箱  $R$  (即  $R_x$ ) 接于欧姆表的  $a$ 、 $b$  测量端，调节  $R$ ，使表头指示到正中 (满度值的一半)，这时电阻箱  $R$  的数值即为该欧姆表的中值电阻， $R_{中} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ 。

(4) 取电阻箱的电阻为一组特定的数值  $R_{xi}$ ，读出相应的偏转格数。利用所得读数  $R_{xi}$ 、 $div$  绘制出改装欧姆表的标度盘 (可选做)。



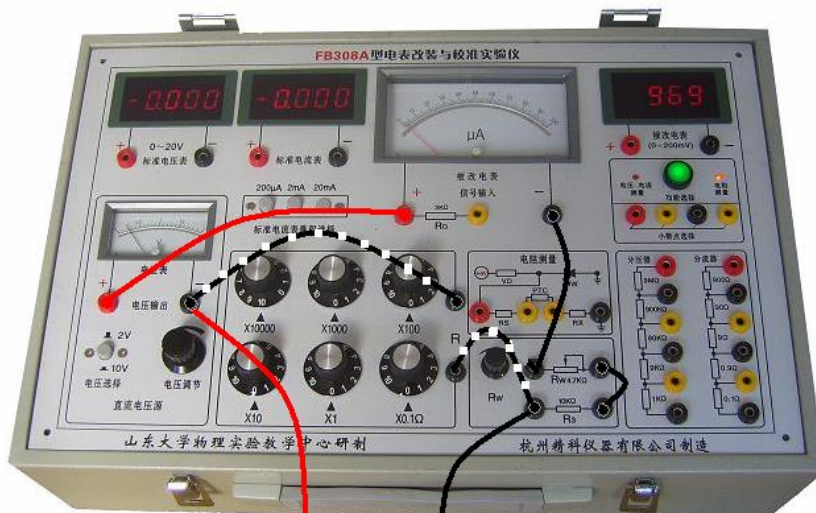


图10 用指针式表头改装串联分压式欧姆表实验接线图

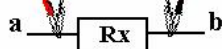


表3  $E = \underline{\hspace{2cm}} V$ ,  $R_{中} = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$

$R_{Xi} (\Omega)$	$\frac{1}{5} R_{中}$	$\frac{1}{4} R_{中}$	$\frac{1}{3} R_{中}$	$\frac{1}{2} R_{中}$	$R_{中}$	$2R_{中}$	$3R_{中}$	$4R_{中}$	$5R_{中}$
偏转格数 (div)									

(5) 确定改装欧姆表的电源使用范围。短接 a、b 两测量端，将工作电源放在 0 ~ 2V 一档，调节  $E = 1V$  左右，先将  $R_w$  逆时针调到低，调节 E 直至表头满偏，记录  $E_1$  值；接着将  $R_w$  顺时针调到低，再调节 E 直至表头满偏，记录  $E_2$  值， $E_1 \sim E_2$  值就是欧姆表的电源使用范围。

\* (6) 按图 5 (b) 进行连线，设计一个并联分流式欧姆表并进行连线、测量。试与串联分压式欧姆表比较，有何异同 (可选做)。

**【思考题】**

1、测量电流计内阻应注意什么？是否还有别的办法来测定电流计内阻？能否用欧姆定律来进行测定？能否用电桥来进行测定？

2、设计  $R_{中} = 10k\Omega$  的欧姆表，现有两只量程  $100\mu A$  的电流表，其内阻分别为  $2500\Omega$  和  $1000\Omega$ ，你认为选哪只比较好？

3、若要求制作一个线性量程的欧姆表，有什么方法可以实现？