

## 刚体转动惯量的测定

刚体是在外力作用下，形状、大小皆不变的物体，通常将受外力作用形变甚微的物体视为刚体。刚体转动惯性大小的量度称为转动惯量，它取决于刚体的总质量、质量的分布和转轴的位置。对于质量均匀分布，形状简单规则的刚体，可以通过数学方法计算绕特定轴的转动惯量；对于形状复杂，质量分布不均匀的刚体需要用实验的方法测定转动惯量。转动惯量不能直接测量，必须进行参量转换，即设计一种装置，使待测物体以一定的形式运动，其运动规律必须与转动惯量有联系，其它各物理量可以直接或以一定方法测定。对于不同形状的刚体，设计了不同的测量方法和仪器，常用的有三线摆(three-wire pendulum)、扭摆(torsion pendulum)、复摆(compound pendulum)以及利用各种特制的转动惯量测定仪等。本实验介绍用塔轮式转动惯量仪测定的方法，是使塔轮以一定形式旋转，通过表征这种运动特征的物理量与转动惯量的关系，进行转换测量。

转动惯量是研究、设计、控制转动物体运动规律的重要参数，例如设计电动机转子、钟表摆轮、精密电动圈等。因此，学会刚体转动惯量的测定方法，具有重要的实际意义。

### 【实验目的】

1. 研究刚体的转动规律，测定刚体的转动惯量。
2. 观测刚体的转动惯量随其质量、质量分布及转轴位置而变化的规律。
3. 学习利用曲线改直及图解法或最小二乘法处理数据。

### 【实验仪器】

刚体转动惯量实验仪、圆环、圆盘、圆柱形砝码、棒、球、电脑式毫秒计、电子天平、砝码、钢板尺、游标卡尺等。

### 【仪器介绍】

刚体转动惯量实验仪构造如图 6.1 所示。3 是固定在轴承上具有不同半径  $r$  的塔轮，上面装有承物台，可放置待测转动惯量的试件，它们一起组成一个可以绕定轴转动的刚体系统。塔轮上绕一根细线，并绕过定滑轮 5 与砝码  $m$  相连。当  $m$  下落时，通过细线对刚体系施加(外)力矩。滑轮的支架可以借固定螺丝升降，以保证当细线绕塔轮的不同半径转动时都可以保持与转动轴相垂直。转动惯量试验仪与电脑毫秒计用信号线连接，在转动过程中，遮光细棒遮挡光电门，电脑毫秒计会自动记录每转过  $\pi$  弧度用的时间，而且还能计算出角加速度的值。

### 【实验原理】

#### 1. 测定转动惯量的原理

根据转动定律，当刚体绕固定轴转动时，有

$$M = I\beta \quad (6.1)$$

其中  $M$  是刚体所受合外力矩， $I$  是刚体对该轴的转动惯量， $\beta$  为角加速度。在本实验装

置中，刚体所受合外力矩为

$$M = Tr - M_{\mu} \quad (6.2)$$

式中  $M_{\mu}$  为刚体转动时受到的摩擦矩； $T$  为细线的张力，与转轴垂直； $r$  为塔轮半径。当忽略细线及定滑轮的质量、滑轮轴上的摩擦力，并忽略细线长度的伸缩，则当砝码  $m$  以匀加速度  $a$  下落时，由牛顿第二运动定律，有

$$mg - T = ma \quad (6.3)$$

式中， $g$  是重力加速度。假定  $\beta = 5 \text{ rad/s}^2$ ， $r = 2.500 \times 10^{-2} \text{ m}$ ，砝码下落时，

$$a = r\beta = 0.125 \text{ m/s}^2$$



图 6.1

1.承物台; 2.遮光细棒; 3.绕线塔轮; 4.光电门; 5.滑轮; 6.滑轮架; 7.砝码; 8.圆盘; 9.圆环;  
10.细棒; 11.圆柱形砝码; 12.球;

可见  $a \ll g$ ， $a$  忽略，所以有

$$T \approx mg, \quad (6.4)$$

由式(6.1) (6.2) (6.3) (6.4)得

$$mgr - M_{\mu} = I\beta \quad (6.5)$$

式 (6.5) 可写为

$$\beta = \frac{mgr}{I} - \frac{M\mu}{I} \quad (6.6)$$

或

$$\beta = \frac{gr}{I}m - \frac{M\mu}{I} \quad (6.7)$$

可见如果保持砝码质量不变, 改变塔轮半径,  $\beta$  与  $r$  成线性关系, 求得比例系数  $mg/I$ , 即可求得  $I$ ; 如果保持塔轮半径不变, 改变砝码质量,  $\beta$  与  $m$  成线性关系, 求得比例系数  $gr/I$ , 也可求得  $I$ , 由截距可求出摩擦力矩  $M\mu$ 。求比例系数可以采用最小二乘法作一元线性回归, 也可以采用作直线求斜率的办法, 还可以用 excel 程序或计算器的统计功能来求解。

设刚体转动惯量实验仪空载 (不加载任何试件) 时的转动惯量为  $I_0$ , 加试件后系统的转动惯量为  $I$ , 由转动惯量的可叠加性, 试件的转动惯量为

$$I_{\text{试件}} = I - I_0 \quad (6.8)$$

本实验装置配有圆环、圆盘、棒、圆柱形砝码等试件, 分别测出转动惯量仪空载与加载试件的转动惯量, 即可测出这些试件的转动惯量。

2. 本实验装置还可以验证平行轴定理。

将圆柱形砝码固定于承物台上的某一位置处, 它绕过其质心且沿中轴线的轴的转动惯量为  $MR^2/2$ , 则加载有圆柱形砝码的转动惯量实验仪的转动惯量为

$$I = I_0 + \frac{1}{2}MR^2 + Mx_0^2 \quad (6.12)$$

式中,  $x_0$  为圆柱形砝码的质心到转动轴的垂直距离。

## 【实验内容】

### 1. 调节实验装置

(1) 参见图 6.1, 检查滑轮和塔轮的转动部分是否转动自如。

(2) 调节滑轮支架高度与位置, 使细线与塔轮轴线垂直。连接电脑式毫秒计, 使遮光棒的初始位置靠近光电门, 如图 6.2 所示。

### 2. 测定刚体的转动惯量及摩擦力矩

使实验仪空载, 将拉线一端打个结, 塞入塔轮的缝隙中, 另一端系质量为 50.00g 的砝码托, 绕过滑轮下垂。线的长度最好是当砝码落地时, 另一端刚好脱开塔轮, 在半径  $r=2.500\text{cm}$  的柱面轮上均匀密绕, 拉线不能有重叠; 在另一端改变砝



图 6.2

码  $m$  值，每次增加一个砝码，直到增至  $m$  约为 105.00g 为止。

对应每个  $m$  值，用电脑式毫秒计记录砝码从静止释放下落过程中的角加速度  $\beta$  的值，将数据记录在表 6.1 中。

用作图法处理数据（参见第一章，图解法求直线的斜率和截距），将结果作  $m \sim \beta$  图，用图解法求直线斜率和截距，由斜率求转动惯量  $I$ ，由截距求摩擦力矩  $M_{\mu}$ ，得出必要的结论。也可用最小二乘法或计算器的统计功能处理数据求出转动惯量  $I$  和摩擦力矩。由 (6.8) 式即可算出圆环的转动惯量。

按照上述方法，可测得加上圆盘、圆环、棒等的系统转动惯量，进一步可算得圆盘、圆环、棒等试件的转动惯量。

### 3. 验证平行轴定理。

将圆柱形砝码安装在承物台的某一位置，参照测定圆环等试件转动惯量的方法，测量此时刚体系统的转动惯量，填入表格 6.2，求转动惯量  $I$  与求摩擦力矩  $M_{\mu}$ ，计算并得出结论。

#### 【注意事项】

1. 尽量减少转轴与轴座的摩擦以保证塔轮转动灵活。
2. 在塔轮上缠绕拉线时，应尽量做到均匀密排，避免拉线重叠。在改变半径  $r$  时，应随之调节滑轮的高低和轮面的方位，以确保实验条件的满足。
3. 开始计时时，应保证塔轮初速度为零。

#### 【数据表格】

表 6.1

 $r = 2.500\text{cm}$ 

$m$ (g)													
$\beta$ ( $\text{s}^{-2}$ )													

由图得出斜率  $K =$  \_\_\_\_\_，截距  $c =$  \_\_\_\_\_  
 刚体系的转动惯量  $I =$  \_\_\_\_\_，待测试件的转动惯量  $I_{\text{试件}} =$  \_\_\_\_\_  
 摩擦力矩  $M_{\mu} =$  \_\_\_\_\_

计算  $\frac{|I_{\text{试件}} - I_{\text{理}}|}{I_{\text{理}}} \times 100\% =$  \_\_\_\_\_

表 6.2

 $r = 2.500\text{cm}$ 

$m$ (g)													
$\beta$ ( $\text{s}^{-2}$ )													

由图得出斜率  $K =$  \_\_\_\_\_，截距  $c =$  \_\_\_\_\_

刚体系的转动惯量  $I =$

摩擦力矩  $M_{\mu} =$

将实验结果与 (6.12) 的理论值相比较, 计算

$$\frac{|I - I_{\text{理}}|}{I_{\text{理}}} \times 100\% =$$

附电脑式毫秒计使用说明: 参见图 6.3

### 一、使用方法

1. 将转动惯量仪的一组或两组光电门与毫秒计输入接口 I、II 两通道光缆分别连接, 选择通、断开关, “通” 表示该回路的光电门接通, 可以正常工作。反之不能工作。通常只选择通一路, 另一路留作备用。



图 6.3 电脑式毫秒计

2. 通电后, 显示 PP-HELLO, 3 秒后进入模式设定等待状态 F0164。前两位数表示几个输入脉冲编为一组 (计时单元)。01 表示输入 1 个脉冲作为一次计时单元, 05 表示输入 5 个脉冲作为一次计时单元。后两位数表示可记录的每组脉冲数, “组” × “数” ≤ 64。

3. 在 “F0164” 等待状态, 可按动数字键进行设定, 如显示 F0213 即为每两个脉冲计一次时间, 共计 13 组。

4. 按 OK 键显示 88-888888 进入待测状态, 当第一个光脉冲通过即开始计时, 此时脉冲组 (个) 数数字跳动, 表示计数正常进行。测量和计算完毕即显示 EE (设定模式), 此时各数据已被存储, 以备提取。若未显示 “EE”, 则不能提取各类参数。如果 5 分钟内未完成测量, 将显示 HOVE, 此时应按 RST 键重新开始。

5. 提取时间: 按 t 键, 显示 01H 后按 OK 键则显示记录第一个脉冲的起始时间 (00.0000S), 按 ↑ 键, 则依次递增显示各次记录数据, 按 ↓ 则依次递减显示各次记录数据。若只提取某一个数值, 按 t 键显示 ××H 后, 输入所要提取的数, 按 OK 键后, 即显示出该 t 值。若输入所要提取的数值超过设定值, 如 66, 按 OK 键后则显示溢出 (OU-PLUSE), 此时需重新按 t 键, 在设定的数值范围内取数。

6. 提取角加速度值:

(1) 按  $\beta$  键出现  $\times \times b$  后, 按数字 01 键, 再按 OK 键, 即显示出 01,  $b \pm \times . \times \times$   $\times$  数值。其余类似提取时间的方法。

(2) 在有外力作用的加速旋转状态到砝码落地后的减速旋转之间, 间隔有 5 次 PASS, 这表示该转折点周围的数据不可靠, 需舍去。角加速度为第 2 个脉冲 (第一个时间) 与隔一个值 (不是相邻的值) 相计算的, 即第二个时间数和第 4 个时间数代入公式计算而得, 依次类推。

7.F 键为软启动键, 表示继续使用上次设定模式, 此时内存数据尚未消除, 还可再次提取。按 F 键后再按 OK 键, 则可进行新的实验, 上次实验数据已消除。

8. 设定数、组 (或积) 大于机器记录的范围都会溢出, 然后再进入正常的等待状态。

## 二、注意事项

1.  $t$  的单位为秒, 角加速度的单位为弧度除以秒平方。作其它用途时, 须自行修改。仪器设定的角加速度计算公式为

$$\beta = \frac{2\pi[(K_2 - 1) \cdot t_1 - (K_1 - 1) \cdot t_2]}{t_2^2 t_1 - t_1^2 t_2}$$

从加速到减速, 机器记录的是统一的 (开始) 时间, 但计算的  $\beta$  值为负时, 是用新的时间原点  $t'$  和新的计时次数  $K'$ 。  $t'$  和  $K'$  都是减去最后一个 PASS 点的新值, 然后再代入上述公式计算。

2. 摩擦随速度有一些变化, 所以在 F0164 模式下测量, 角加速度值不多, 而角减速度有几十个值, 而且还是逐渐减小的, 如何取舍? 建议从开始减速起, 取与加速度相同个数的值, 再平均。这才与实际情况相接近。

3. 因内存的限制, 两次记数脉冲的时间间隔应小于 6 秒, 否则将出现计时不准的现象。

4. 维修光电门时, 发送和接收管的正负极不能接反, 其电阻小于  $3K\Omega$  才能正常工作。

5. 更换保险管时应先断开输入电源, 以防触电。

6. 电脑在计算负  $\beta$  值时, 对  $t$  值多取了一位有效数值 (而又未被显现出) 以减小计算的误差, 故正  $\beta$  的校验是一字不差, 而负  $\beta$  值仅平均值相符。

## 【思考题】

1. 本实验作了两处近似, 一是假定  $a \ll g$ , 一是假定摩擦力矩与转速无关, 如果不作此两项近似,  $\beta$  与  $t$  的关系是怎样的, 能否通过实验验证?

2. 能否通过砝码落地后的角加速度找出摩擦力矩与刚体转速之间的关系?

3. 若不用最小二乘法或直线拟和, 只测一次, 即测出砝码落地前的角加速度 (正值) 与落地后的角加速度 (负值), 能否直接计算出刚体系统的转动惯量与所受到的摩擦力矩?

4. 本实验可以采用哪几种常用的数据处理方法?

## 【应用提示】

设有一不转动的圆柱体，沿平行轴线方向运动。当它受一个垂直柱体轴线，作用点距质心为  $l$  的外力  $F$  (微小触动) 作用，作用时间设为  $\Delta t$ ，由角动量定理，圆柱体得到了绕  $Y$  轴的角动量  $\Delta L = M \Delta t = F l \Delta t = I_y \omega$ ，即圆柱体获得了一绕  $Y$  轴的角速度，使圆柱体翻筋斗。

若圆柱体本来绕自己的轴线高速转动，角动量为  $L_0$ ，其它条件与上面相同，这时沿轴线  $Y$  方向的力矩引起自转轴绕  $Z$  轴进动，进动角速度  $\omega' = F l / L_0$ ，在时间  $\Delta t$  内，自转轴转过了  $\alpha = F l \Delta t / L_0$ ，此时圆柱体不再翻筋斗，而是在  $F$  的作用下稍微改变运动方向。从上式可见，自转越快，转角  $\alpha$  越小，对它飞行的干扰越小。

根据刚体转动的进动原理，枪炮的出射筒内都刻有螺旋式来复线，使射出的枪弹绕几何轴高速旋转，成为回转仪。由于空气阻力矩的作用，枪弹产生进动，保持前进方向不产生大的偏离、以提高其命中率。

自行车也是靠加回转仪的进动效应才能保持稳定。自行车行驶时，前轮看作是回转仪，绕自转轴的角动量指向人的左方。若车身稍向左倾斜，则受到一重力矩的作用，该力矩指向车后，在重力矩作用下前轮产生进动，使自转轴向重力矩方向靠拢，前轮向左转，使自行车左转弯，从而产生向右的惯性离心力，使稍微向左倾斜的车身获得校正，保持车身竖直。

绕一个支点高速转动的刚体称为陀螺。通常所说的陀螺是特指对称陀螺，它是一个质量均匀分布的、具有轴对称形状的刚体，其几何对称轴就是它的自转轴。在一定的初始条件和一定的外力矩作用下，陀螺会在不停自转的同时，还绕着另一个固定的转轴不停地旋转，这就是陀螺的旋进，又称为回转效应。陀螺旋进是日常生活中常见的现象，许多人小时候都玩过的陀螺就是一例。人们利用陀螺的力学性质所制成的各种功能的陀螺装置称为陀螺仪 (Gyroscope)，是一种用来传感与维持方向的装置，基于角动量守恒的理论设计出来的。陀螺仪主要是由一个位于轴心且可旋转的轮子构成。陀螺仪一旦开始旋转，由于轮子的角动量，陀螺仪有抗拒方向改变的趋向。

陀螺仪有单轴陀螺仪和三轴陀螺仪，单轴的只能测量一个方向的量，也就是一个系统需要三个陀螺仪。而三轴陀螺仪可同时测定 6 个方向的位置，移动轨迹，加速。三轴陀螺仪多用于航海、航天等导航、定位系统，能够精确地确定运动物体的方位，如今也多用于智能手机当中。目前手机中采用的三轴陀螺仪用途主要体现在游戏的操控上，有了三轴陀螺仪，我们在玩现代战争等第一人称射击游戏以及狂野飙车等竞技类游戏时，可以完全摒弃以前通过方向按键来控制游戏的操控方式，我们只需要通过移动手机相应的位置，既可以达到改变方向的目的，使游戏体验更加真实、操作更加灵活。

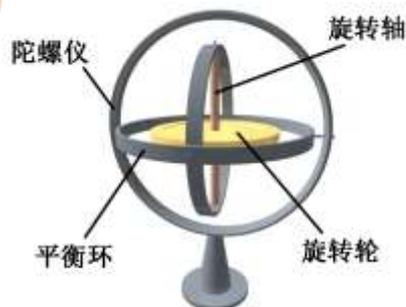


图 6.4 陀螺仪原理图